



Universidad  
Carlos III de Madrid

**Escuela Politécnica Superior  
Departamento de Ingeniería Mecánica**

INGENIERÍA TÉCNICA INDUSTRIAL MECÁNICA

**PROYECTO FIN DE CARRERA**

**ANÁLISIS MODAL DE UN EJE FERROVIARIO  
CON GRIETAS SIMPLES Y COMBINADAS  
MEDIANTE PTC CREO 2.0**

Autor: Sadrac López Martín

Tutor: Higinio Rubio Alonso

Leganés, Octubre 2013





Título: Análisis modal de un eje ferroviario con grietas simples y combinadas

Autor: Sadrac López Martín

Director: Higinio Rubio Alonso

EL TRIBUNAL

Presidente:

\_\_\_\_\_

Vocal:

\_\_\_\_\_

Secretario:

\_\_\_\_\_

Realizado el acto de defensa y lectura del Proyecto Fin de Carrera el día \_\_ de \_\_\_\_\_ de 20\_\_  
en Leganés, en la Escuela Politécnica Superior de la Universidad Carlos III de Madrid, acuerda  
otorgarle la CALIFICACIÓN de\_\_\_.

VOCAL

SECRETARIO

PRESIDENTE







## **AGRADECIMIENTOS**

“Regresé para ver, bajo el sol, que los veloces no tienen la carrera, ni los poderosos la batalla, ni tienen los sabios tampoco el alimento, ni tienen los entendidos tampoco las riquezas, ni aun los que tienen conocimiento tienen el favor” (Ec. 9:11) Con esta cita de las sagradas escrituras quiero agradecer la confianza y fuerza que se me ha sido otorgada de tanta gente a lo largo de estos años, de mi pareja, de mi familia, de mis amigos... porque sin todas y cada una de esas personas esto no habría sido posible.





## RESUMEN

El proyecto que usted ahora mismo comienza a leer esta basado en el comportamiento modal de un eje ferroviario destinado al transporte de mercancías. Sobre dicho eje se ha realizado un estudio sobre su comportamiento modal, estudio complementario a otros análisis análogos a este, en donde, en el presente documento, se ha experimentado con grietas en sentido longitudinal respecto al eje de rotación de la pieza e incluso se ha realizado un análisis modal con la combinación de dos grietas de forma simultánea.

Para la realización de este trabajo hemos usado una herramienta informática proporcionada por el departamento de ingeniería mecánica que lleva esta serie de estudios, siendo este programa el Creo 2.0 de la empresa PTC.





## **SUMMARY**

The project that you will start reading in this moment is based on the modal behavior of a railway axle for the transport of goods. On said axle has made a study of its modal behavior, where, in addition, there has been cracked in the longitudinal direction relative to the axis of rotation of the workpiece and even was performed a modal analysis with the combination of two simultaneously cracks.

To carry out this study, we used software provided by the mechanical engineering department that leads this series of studies, the PTC Creo 2.0 program.



## ÍNDICE

<b>CAPÍTULO 1: INTRODUCCIÓN</b>	1
1.1. ÁMBITO Y MOTIVACIÓN DEL PROYECTO	3
1.2. OBJETIVOS	5
1.3. ESTRUCTURA DEL DOCUMENTO	6
 <b>CAPÍTULO 2: EJES FERROVIARIOS</b>	 9
2.1. DEFINICIÓN	11
2.2. FUNCIONES, CARACTERÍSTICAS Y TIPOS DE EJE	11
2.3. EJES FERROVIARIOS	13
2.3.1. Ejes montados	14
2.3.2. Diseño del eje calado	15
 <b>CAPÍTULO 3: VIBRACIONES MECÁNICAS</b>	 17
3.1. INTRODUCCIÓN	19
3.2. CONCEPTOS BÁSICOS	20
3.3. ANÁLISIS MODAL	22
3.4. RESONANCIA MECÁNICA	25
3.5. APLICACIONES DE LOS EFECTOS VIBRATORIOS	27
3.5.1. Process Compensated Resonance Testing (PCRT)	27
3.5.2. Estudio de fatiga por sistema PCRT	29
 <b>CAPÍTULO 4: FATIGA EN EJES</b>	 31
4.1. INTRODUCCIÓN	33
4.2. HISTORIA DE LOS FENÓMENOS DE FATIGA	34
4.3. FUNDAMENTOS DE LA FATIGA	38
4.3.1. Fases de propagación de grietas	38
4.3.2. Características de la rotura por fatiga	39
4.3.3. Diagramas S-N	40
4.4. ACCIDENTES FERROVIARIOS POR FALLO A FATIGA EN EJES	42
 <b>CAPÍTULO 5: INTRODUCCIÓN AL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS</b>	 45
5.1. INTRODUCCIÓN	47
5.1.1. Fases de propagación de grietas	48
5.1.1.1. Nodo	48
5.1.1.2. Elemento	49
5.2. ALGORITMO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	50
5.3. APLICACIONES	51
5.4. VENTAJAS Y LIMITACIONES	52

<b>CAPÍTULO 6: SOFTWARE PTC CREO 2.0</b>	53
6.1. INTRODUCCIÓN	55
6.2. POSIBILIDADES DEL PROGRAMA	56
6.2.1. Soluciones de dibujo	56
6.2.1.1. <i>Creo Sketch</i>	56
6.2.1.2. <i>Creo Layout</i>	56
6.2.1.3. <i>Creo Schematics</i>	57
6.2.2. Soluciones de modelaje	57
6.2.2.1. <i>Creo Parametric</i>	57
6.2.2.2. <i>Creo Direct</i>	57
6.2.2.3. <i>Creo Options Modeler</i>	57
6.2.3. Soluciones de validación	58
6.2.3.1. <i>Creo Simulate</i>	58
6.2.4. Soluciones de visualización	58
6.3. RESUMEN DE CAPACIDADES	58
6.3.1. Diseño	59
6.3.2. Análisis	59
6.3.3. Fabricación	59
6.3.4. Ficheros soportados	59
6.4. ENTORNO DE CREO 2.0	60
 <b>CAPÍTULO 7: METODOLOGÍA</b>	 63
7.1. INTRODUCCIÓN	65
7.2. DEFINICIÓN DEL EJE SOMETIDO A ESTUDIO	65
7.2.1. Geometría del eje	65
7.2.1. Material del eje	66
7.3. METODOLOGÍA DE DISEÑO APLICADA	67
7.3.1. Cálculo del área engendrada entre dos círculos	70
7.3.2. Cálculo del área engendrada por un segmento circular	74
7.3.3. Desarrollo de tablas en Excel	74
7.4. METODOLOGÍA DE ANÁLISIS	75
7.5. SIMPLIFICACIONES CONSIDERADAS	78
 <b>CAPÍTULO 8: IMPLEMENTACIÓN DEL MODELO</b>	 79
8.1. MODELADO DEL EJE	81
8.1.1. Definición de geometría del eje	81
8.1.2. Definición de material del eje	83
8.1.3. Definición de restricciones de desplazamiento	84
8.2. CONDICIONES DE ANÁLISIS	85
8.2.1. Descripción del mallado	86
8.2.1.1. <i>Análisis de sensibilidad de herramienta</i>	88
8.2.2. Definición de parámetros de resolución de análisis	93
8.2.3. Método de resolución de análisis óptimo	96
8.3. MODELADO DE GRIETAS GENERADAS EN EL EJE	97
8.4. VISUALIZACIÓN DE RESULTADOS	100



<b>CAPÍTULO 9: DESARROLLO DEL PROYECTO Y RESULTADOS</b>	103
9.1. INTRODUCCIÓN	105
9.2. RELACIÓN AREA GRIETA/POSICIÓN Y EJE/PORCENTAJE DEL RADIO	105
9.3. RESULTADOS DE GRIETAS RADIALES EN EL EJE LIBRE	107
9.3.1. Resultados globales de frecuencia para eje libre	110
9.3.2. Resultados de diferencias porcentuales en el eje libre	116
9.3.2.1. Medias de diferencias porcentuales por posición	121
9.3.2.2. Media de diferencias porcentuales por modo	121
9.3.3. Resultados de diferencias unitarias en el eje libre	123
9.3.3.1. Medias de diferencias unitarias por posición	127
9.3.3.2. Media de diferencias unitarias por modo	127
9.3.4. Relación frecuencia/área de grietas radiales en el eje libre	129
9.3.4.1. Relación frecuencia/área de grieta en la posición A	129
9.3.4.2. Relación frecuencia/área de grieta en la posición B	133
9.3.4.3. Relación frecuencia/área de grieta en la posición C	137
9.3.4.4. Relación frecuencia/área de grieta en la posición D	141
9.4. RESULTADOS DE GRIETAS RADIALES EN EL EJE RESTRINGIDO	145
9.4.1. Resultados globales de frecuencia para eje restringido	147
9.4.2. Resultados de diferencias porcentuales en el eje restringido	154
9.4.2.1. Medias de diferencias porcentuales por posición	159
9.4.2.2. Media de diferencias porcentuales por modo	159
9.4.3. Resultados de diferencias unitarias en el eje restringido	161
9.4.3.1. Medias de diferencias unitarias por posición	166
9.4.3.2. Media de diferencias unitarias por modo	166
9.4.4. Relación frecuencia/área de grietas radiales en eje restringido	168
9.4.4.1. Relación frecuencia/área de grieta en la posición A	168
9.4.4.2. Relación frecuencia/área de grieta en la posición B	172
9.4.4.3. Relación frecuencia/área de grieta en la posición C	176
9.4.4.4. Relación frecuencia/área de grieta en la posición D	180
9.5. RESULTADOS DEL ANALISIS DE GRIETAS LONGITUDINALES	184
9.5.1. Resultados globales de frecuencia para eje libre	184
9.5.2. Resultados de diferencias porcentuales en el eje libre	185
9.5.3. Resultados de diferencias unitarias en el eje libre	188
9.5.4. Relación frecuencia/área de grieta longitudinal en el eje libre	189
9.5.5. Resultados globales de frecuencia para eje restringido	193
9.5.6. Resultados de diferencias porcentuales en el eje restringido	195
9.5.7. Resultados de diferencias unitarias en el eje restringido	197
9.5.8. Relación frecuencia/área de grieta longitudinal en restringido	198
9.6. ANÁLISIS COMBINADO DE GRIETAS SOBRE EL EJE LIBRE	202
9.6.1. Diferencias porcentuales en eje con grietas combinadas	212
9.6.2. Diferencias unitarias en eje con grietas combinadas	224
9.6.3. Coeficiente de simetría en el eje libre	237
9.7. ANÁLISIS COMBINADO DE GRIETAS SOBRE EL EJE RESTRINGIDO	250
9.7.1. Diferencias porcentuales en eje con grietas combinadas	261
9.7.2. Diferencias unitarias en eje con grietas combinadas	274
9.7.3. Coeficiente de simetría en el eje restringido	288
9.8. OBSERVACIONES	302
9.8.1. Informes de error del programa	302
9.8.2. Frecuencias con y sin fallo	303
9.8.3. Limitaciones del software	304



<b>CAPÍTULO 10: CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS</b>	305
10.1. CONCLUSIONES	307
10.2. TRABAJOS FUTUROS	311
 <b>CAPÍTULO 11: PRESUPUESTO</b>	 315
11.1. INTRODUCCIÓN	317
11.2. PRESUPUESTO GENERAL	317
 <b>CAPÍTULO 12: BIBLIOGRAFÍA</b>	 323
12.1. PUBLICACIONES	325
12.2. APUNTES	325
12.3. RECURSOS ELECTRONICOS	325
12.4. PROYECTOS	326
12.5. NORMATIVA	326
 <b>ANEXO: PLANOS DEL EJE</b>	 327

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Ejemplo de ferrocarril moderno, TGV Dasye	3
Figura 2. Lote de ejes ferroviarios de trenes de mercancías	4
Figura 3. Eje mecánico	11
Figura 4. Construcción de un eje ferroviario	13
Figura 5. Diferentes partes de un eje ferroviario	13
Figura 6. Ejes ferroviarios montados o calados	14
Figura 7. Principales tipos de los diseños de grupos de ruedas	15
Figura 8. Representación de una vibración	19
Figura 9. Vibración producida por fuerzas restauradoras	19
Figura 10. Representación de una onda armónica	21
Figura 11. Representación de vibración periódica	21
Figura 12. Representación de vibración aleatoria	22
Figura 13. Esquema de un sistema vibratorio de un grado de libertad	23
Figura 14. Descomposición de una onda	23
Figura 15. Modos de vibración de una cuerda fijada en sus extremos	24
Figura 16. Representación del Factor de amplificación dinámico	25
Figura 17. Colapso del puente de Tacoma Narrows en 1940	26
Figura 18. Eje ferroviario sometido a ensayo PCRT	27
Figura 19. Esquema de un sistema PCRT	28
Figura 20. Cambio en las frecuencias propias con el aumento de los ciclos	29
Figura 21. Estudio de un eje ferroviario mediante PCRT entre 8000 a 9500Hz	29
Figura 22. Representación del accidente de Versalles en 1842	35
Figura 23. Representación de la curva de Wöhler	36
Figura 22. Zonas en la superficie de ruptura de un elemento fracturado por fatiga	39
Figura 23. Diagrama de fatiga S-N	40
Figura 24. Descarrilamiento en Ontario, Canadá, 2007	42
Figura 25. Vagón de GLP tras el accidente de Viareggio, 2009	43
Figura 26. Estado de la vía tras el accidente en Viareggio	43
Figura 27. Estado del eje del tren de Viareggio tras la catástrofe	44
Figura 30. Ejemplo de discretización en elementos finitos	47
Figura 31. Diferenciación entre sistema real y sistema de elementos finitos	47
Figura 32. Representación de un nodo	48
Figura 33. Elemento tipo viga con mallado	49
Figura 34. Elemento de tipo placa con mallado	49
Figura 35. Elemento de tipo sólido con mallado	50
Figura 36. Proceso de obtención de la solución mediante herramientas MEF	51
Figura 37. Inicio de sesión de Creo Parametric y Creo Simulate	55
Figura 38. Interfaz de trabajo de PTC Creo 2.0	60
Figura 39. Barra de herramientas del sistema	61
Figura 40. Barra de herramientas	61
Figura 41. Plano del eje sometido a estudio	66
Figura 42. Plano detalle del extremo del eje	66
Figura 43. Esquema de las zonas de generación de grieta	68
Figura 44. Modelo de eje completo y grieta real realizada para experimentación	69
Figura 45. Esquema representativo del área engendrada entre dos círculos	70
Figura 46. Esquema representativo del área 1	71
Figura 47. Esquema representativo del área 1.1	71
Figura 48. Esquema representativo del área 1.2	72

Figura 49. Esquema representativo del área 2	72
Figura 50. Esquema representativo del área 2.1	73
Figura 51. Esquema representativo del área 2.2	73
Figura 52. Esquema representativo del área 3	74
Figura 53. Imagen de ejemplo de la tabla Excel	74
Figura 54. Ejemplo de obtención de valores de $R^2$ y ecuación de la línea de tendencia	75
Figura 55. Ejemplo de representación de la pendiente y los valores de $R^2$	76
Figura 56. Ejemplo de evolución de las frecuencias para grietas combinadas	76
Figura 57. Selección de plano con herramienta Esbozo	81
Figura 58. Perfil de revolución	82
Figura 59. Definición del eje de revolución	82
Figura 60. Definición de los redondeos del eje	82
Figura 61. Semieje realizado antes de utilizar herramienta simetría	83
Figura 62. Eje ferroviario geoméricamente definido	83
Figura 63. Ventana de definición del material	84
Figura 64. Ventana de definición de restricciones	85
Figura 65. Mallado por defecto creado por herramienta AutoGEM	86
Figura 66. Mallado con refinamientos en cambio de sección de 50mm	87
Figura 67. Mallado con refinamientos en cambio de sección de 25mm	87
Figura 68. Mallado homogénea de 35mm de tamaño máximo de elemento	88
Figura 69. Mallado homogénea de 30mm de tamaño máximo de elemento	88
Figura 70. Eje restringido y con precarga con malla por defecto	89
Figura 71. Eje restringido y con precarga con malla homogénea de 50mm	90
Figura 72. Eje restringido y con precarga con malla homogénea de 40mm	90
Figura 73. Ventana de análisis del módulo Creo Simulate	94
Figura 74. Ventana de definición del análisis modal	94
Figura 75. Pestaña de Output	95
Figura 76. Pestaña de Convergence	95
Figura 77. Ventana de definición de Multi-Pass Adaptive	96
Figura 78. Posiciones de generación de grieta	97
Figura 79. Generación del plano perpendicular al eje en la posición B	98
Figura 80. Diseño del esbozo de la extrusión hueca de posición B al 50%	98
Figura 81. Extrusión hueca de Posición B y al 50%	99
Figura 82. Detalle de grieta de Posición B y al 50%	99
Figura 83. Ventana Result Window Definition	100
Figura 84. Ventana de Display Options	101
Figura 85. Visualización de resultados mediante Fringe y Vectors	102
Figura 86. Diagrama de situación de las grietas en el eje	106
Figura 87. Gráfica representativa de las áreas de grieta en cada posición del eje	106
Figura 88. Gráfica representativa de las áreas de grieta por porcentaje del radio	107
Figura 89. Representación de los modos (7-12) de vibración del eje libre	107
Figura 90. Representación de los modos (13-33) de vibración del eje libre	108
Figura 91. Representación de los modos (34-50) de vibración del eje libre	109
Figura 92. Gráfica de frecuencias propias para posición A en eje libre	114
Figura 93. Gráfica de frecuencias propias para posición B en eje libre	115
Figura 94. Gráfica de frecuencias propias para posición C en eje libre	115
Figura 95. Gráfica de frecuencias propias para posición D en eje libre	116
Figura 96. Gráfica frecuencia / área en posición A de los modos 7 al 20	129
Figura 97. Gráfica frecuencia / área en posición A de los modos 21 al 35	129
Figura 98. Gráfica frecuencia / área en posición A de los modos 36 al 50	130
Figura 99. Ejemplo en posición A de líneas de tendencia de los Modo 7 y 8	130

Figura 100. Gráfica representativa de Pendiente y R-cuadrado para posición A	132
Figura 101. Gráfica frecuencia / área en posición B de los modos 7 al 20	133
Figura 102. Gráfica frecuencia / área en posición B de los modos 21 al 35	133
Figura 103. Gráfica frecuencia / área en posición B de los modos 36 al 50	134
Figura 104. Gráfica representativa de Pendiente y R-cuadrado para posición B	136
Figura 105. Gráfica frecuencia / área en posición C de los modos 7 al 20	137
Figura 106. Gráfica frecuencia / área en posición C de los modos 21 al 35	137
Figura 107. Gráfica frecuencia / área en posición C de los modos 36 al 50	138
Figura 108. Gráfica representativa de Pendiente y R-cuadrado para posición C	140
Figura 109. Gráfica frecuencia / área en posición D de los modos 7 al 20	141
Figura 110. Gráfica frecuencia / área en posición D de los modos 21 al 35	141
Figura 111. Gráfica frecuencia / área en posición D de los modos 36 al 50	142
Figura 112. Gráfica representativa de Pendiente y R-cuadrado para posición D	144
Figura 113. Representación de los modos (1-18) de vibración del eje restringido	145
Figura 114. Representación de los modos (19-39) de vibración del eje restringido	146
Figura 115. Representación de los modos (40-50) de vibración del eje restringido	147
Figura 116. Gráfica de frecuencias propias para posición A en eje restringido	152
Figura 117. Gráfica de frecuencias propias para posición B en eje restringido	153
Figura 118. Gráfica de frecuencias propias para posición C en eje restringido	153
Figura 119. Gráfica de frecuencias propias para posición D en eje restringido	154
Figura 120. Gráfica frecuencia / área en posición A de los modos 1 al 16	168
Figura 121. Gráfica frecuencia / área en posición A de los modos 16 al 33	168
Figura 122. Gráfica frecuencia / área en posición A de los modos 34 al 50	169
Figura 123. Gráfica representativa de Pendiente y R-cuadrado para posición A	171
Figura 124. Gráfica frecuencia / área en posición B de los modos 1 al 16	172
Figura 125. Gráfica frecuencia / área en posición B de los modos 16 al 33	172
Figura 126. Gráfica frecuencia / área en posición B de los modos 34 al 50	173
Figura 127. Gráfica representativa de Pendiente y R-cuadrado para posición B	175
Figura 128. Gráfica frecuencia / área en posición C de los modos 1 al 16	176
Figura 129. Gráfica frecuencia / área en posición C de los modos 16 al 33	176
Figura 130. Gráfica frecuencia / área en posición C de los modos 34 al 50	177
Figura 131. Gráfica representativa de Pendiente y R-cuadrado para posición C	179
Figura 132. Gráfica frecuencia / área en posición D de los modos 1 al 16	180
Figura 133. Gráfica frecuencia / área en posición D de los modos 16 al 33	180
Figura 134. Gráfica frecuencia / área en posición D de los modos 34 al 50	181
Figura 135. Gráfica representativa de Pendiente y R-cuadrado para posición D	183
Figura 136. Gráfica de frecuencias propias para posición E en eje libre	185
Figura 137. Gráfica frecuencia / área en posición E de los modos 7 al 20	189
Figura 138. Gráfica frecuencia / área en posición E de los modos 21 al 35	190
Figura 139. Gráfica frecuencia / área en posición E de los modos 36 al 50	190
Figura 140. Gráfica representativa de Pendiente y R-cuadrado para posición E	192
Figura 141. Gráfica de frecuencias propias para posición E en eje restringido	194
Figura 142. Gráfica frecuencia / área en posición E de los modos 1 al 16	198
Figura 143. Gráfica frecuencia / área en posición E de los modos 17 al 33	199
Figura 144. Gráfica frecuencia / área en posición E de los modos 34 al 50	199
Figura 145. Gráfica representativa de Pendiente y R-cuadrado para posición E	201
Figura 146. Gráfica de diferencia porcentual respecto al modo en eje libre	224
Figura 147. Gráfica de diferencia unitaria respecto al modo en eje restringido	236
Figura 148. Representación de los coeficientes de simetría en el eje libre	249
Figura 149. Gráfica de diferencia porcentual respecto al modo en eje restringido	274
Figura 150. Gráfica de diferencia unitaria respecto al modo en eje restringido	287



Figura 151. Representación de los coeficientes de simetría en el eje restringido	301
Figura 152. Comparativa de mallado de eje con fisura en B con el eje nuevo	304
Figura 153. Ejemplo de estudio complementario de la evolución de las frecuencias	313

## GLOSARIO DE TABLAS

Tabla 1. Ejemplo de sistema de tablas cruzadas	76
Tabla 2. Comparativas de mallas para eje libre y diferencia porcentual	91
Tabla 3. Comparativas de mallas para eje libre y diferencia unitaria	91
Tabla 4. Comparativas de mallas para eje restringido y diferencia porcentual	92
Tabla 5. Comparativas de mallas para eje restringido y diferencia unitaria	93
Tabla 6. Valores de la profundidad de grieta y distancia entre centros en cada posición	100
Tabla 7. Áreas de cada posición desde el 1% hasta el 24% del porcentaje de radio	105
Tabla 8. Áreas de cada posición desde el 33% hasta el 100% del porcentaje de radio	105
Tabla 9. Frecuencias propias (Hz) para eje libre con grietas en posición A	110
Tabla 10. Frecuencias propias (Hz) para eje libre con grietas en posición B	111
Tabla 11. Frecuencias propias (Hz) para eje libre con grietas en posición C	112
Tabla 12. Frecuencias propias (Hz) para eje libre con grietas en posición D	113
Tabla 13. Diferencias porcentuales para eje libre con grietas en posición A	117
Tabla 14. Diferencias porcentuales para eje libre con grietas en posición B	118
Tabla 15. Diferencias porcentuales para eje libre con grietas en posición C	119
Tabla 16. Diferencias porcentuales para eje libre con grietas en posición D	120
Tabla 17. Medias de diferencias porcentuales para cada porcentaje y posición	121
Tabla 18. Medias de diferencias porcentuales para cada modo de vibración	122
Tabla 19. Diferencias unitarias para eje libre con grietas en posición A	123
Tabla 20. Diferencias unitarias para eje libre con grietas en posición B	124
Tabla 21. Diferencias unitarias para eje libre con grietas en posición C	125
Tabla 22. Diferencias unitarias para eje libre con grietas en posición D	126
Tabla 23. Medias de diferencias unitarias para cada porcentaje y posición	127
Tabla 24. Medias de diferencias unitarias para cada modo de vibración	128
Tabla 25. Función, pendiente y 'R-cuadrado' de cada modo de la posición A	131
Tabla 26. Función, pendiente y 'R-cuadrado' de cada modo de la posición B	135
Tabla 27. Función, pendiente y 'R-cuadrado' de cada modo de la posición C	139
Tabla 28. Función, pendiente y 'R-cuadrado' de cada modo de la posición D	143
Tabla 29. Frecuencias propias (Hz) para eje restringido con grietas en posición A	148
Tabla 30. Frecuencias propias (Hz) para eje restringido con grietas en posición B	149
Tabla 31. Frecuencias propias (Hz) para eje restringido con grietas en posición C	150
Tabla 32. Frecuencias propias (Hz) para eje restringido con grietas en posición D	151
Tabla 33. Diferencias porcentuales para eje restringido con grietas en posición A	155
Tabla 34. Diferencias porcentuales para eje restringido con grietas en posición B	156
Tabla 35. Diferencias porcentuales para eje restringido con grietas en posición C	157
Tabla 36. Diferencias porcentuales para eje restringido con grietas en posición D	158
Tabla 37. Medias de diferencias porcentuales para cada porcentaje y posición	159
Tabla 38. Medias de diferencias porcentuales para cada modo de vibración	160
Tabla 39. Diferencias unitarias para eje restringido con grietas en posición A	162
Tabla 40. Diferencias unitarias para eje restringido con grietas en posición B	163
Tabla 41. Diferencias unitarias para eje restringido con grietas en posición C	164
Tabla 42. Diferencias unitarias para eje restringido con grietas en posición D	165
Tabla 43. Medias de diferencias unitarias para cada porcentaje y posición	166
Tabla 44. Medias de diferencias unitarias para cada modo de vibración	167
Tabla 45. Función, pendiente y 'R-cuadrado' de cada modo de la posición A	170
Tabla 46. Función, pendiente y 'R-cuadrado' de cada modo de la posición B	174
Tabla 47. Función, pendiente y 'R-cuadrado' de cada modo de la posición C	178
Tabla 48. Función, pendiente y 'R-cuadrado' de cada modo de la posición D	182



Tabla 49. Frecuencias propias (Hz) para eje libre con grieta longitudinal	184
Tabla 50. Diferencias porcentuales para eje libre con grieta longitudinal	186
Tabla 51. Medias de diferencias porcentuales para cada porcentaje y posición	187
Tabla 52. Diferencias unitarias para eje libre con grieta longitudinal	188
Tabla 53. Medias de diferencias unitarias para cada porcentaje y posición	189
Tabla 54. Función, pendiente y 'R-cuadrado' de cada modo de la posición E	191
Tabla 55. Frecuencias propias (Hz) para eje restringido con grieta longitudinal	193
Tabla 56. Diferencias porcentual para eje restringido con grieta longitudinal	195
Tabla 57. Medias de diferencias porcentuales para cada porcentaje y posición	196
Tabla 58. Diferencias unitarias para eje restringido con grieta longitudinal	197
Tabla 59. Medias de diferencias unitarias para cada porcentaje y posición	198
Tabla 60. Función, pendiente y 'R-cuadrado' de cada modo de la posición E	200
Tablas 61. Frecuencia del modo 7 para grieta combinada en eje libre	202
Tablas 62. Frecuencia del modo 8 al 12 para grieta combinada en eje libre	203
Tablas 63. Frecuencia del modo 13 al 17 para grieta combinada en eje libre	204
Tablas 64. Frecuencia del modo 18 al 22 para grieta combinada en eje libre	205
Tablas 65. Frecuencia del modo 23 al 27 para grieta combinada en eje libre	206
Tablas 66. Frecuencia del modo 28 al 32 para grieta combinada en eje libre	207
Tablas 67. Frecuencia del modo 33 al 37 para grieta combinada en eje libre	208
Tablas 68. Frecuencia del modo 38 al 42 para grieta combinada en eje libre	209
Tablas 69. Frecuencia del modo 42 al 47 para grieta combinada en eje libre	210
Tablas 70. Frecuencia del modo 48 al 50 para grieta combinada en eje libre	211
Tablas 71. Diferencias porcentuales: modos 7 al 8 de grieta combinada en eje libre	212
Tablas 72. Diferencias porcentuales: modos 9 al 12 de grieta combinada en eje libre	213
Tablas 73. Diferencias porcentuales: modos 13 al 16 de grieta combinada en eje libre	214
Tablas 74. Diferencias porcentuales: modos 17 al 20 de grieta combinada en eje libre	215
Tablas 75. Diferencias porcentuales: modos 21 al 24 de grieta combinada en eje libre	216
Tablas 76. Diferencias porcentuales: modos 25 al 28 de grieta combinada en eje libre	217
Tablas 77. Diferencias porcentuales: modos 29 al 32 de grieta combinada en eje libre	218
Tablas 78. Diferencias porcentuales: modos 33 al 36 de grieta combinada en eje libre	219
Tablas 79. Diferencias porcentuales: modos 37 al 40 de grieta combinada en eje libre	220
Tablas 80. Diferencias porcentuales: modos 41 al 44 de grieta combinada en eje libre	221
Tablas 81. Diferencias porcentuales: modos 45 al 48 de grieta combinada en eje libre	222
Tablas 82. Diferencias porcentuales: modos 49 al 50 de grieta combinada en eje libre	223
Tablas 83. Diferencias unitarias: modos 7 al 10 de grieta combinada en eje libre	225
Tablas 84. Diferencias unitarias: modos 11 al 14 de grieta combinada en eje libre	226
Tablas 85. Diferencias unitarias: modos 15 al 18 de grieta combinada en eje libre	227
Tablas 86. Diferencias unitarias: modos 19 al 22 de grieta combinada en eje libre	228
Tablas 87. Diferencias unitarias: modos 23 al 26 de grieta combinada en eje libre	229
Tablas 88. Diferencias unitarias: modos 27 al 30 de grieta combinada en eje libre	230
Tablas 89. Diferencias unitarias: modos 31 al 34 de grieta combinada en eje libre	231
Tablas 90. Diferencias unitarias: modos 35 al 38 de grieta combinada en eje libre	232
Tablas 91. Diferencias unitarias: modos 39 al 42 de grieta combinada en eje libre	233
Tablas 92. Diferencias unitarias: modos 43 al 46 de grieta combinada en eje libre	234
Tablas 93. Diferencias unitarias: modos 47 al 50 de grieta combinada en eje libre	235
Tabla 94. Coeficiente de simetría del modo 7 para el eje libre	237
Tablas 95. Coeficiente de simetría del modo 8 al 11 para el eje libre	238
Tablas 96. Coeficiente de simetría del modo 12 al 15 para el eje libre	239
Tablas 97. Coeficiente de simetría del modo 16 al 19 para el eje libre	240
Tablas 98. Coeficiente de simetría del modo 20 al 23 para el eje libre	241
Tablas 99. Coeficiente de simetría del modo 24 al 27 para el eje libre	242



Tablas 100. Coeficiente de simetría del modo 28 al 31 para el eje libre	243
Tablas 101. Coeficiente de simetría del modo 32 al 35 para el eje libre	244
Tablas 102. Coeficiente de simetría del modo 36 al 39 para el eje libre	245
Tablas 103. Coeficiente de simetría del modo 40 al 43 para el eje libre	246
Tablas 104. Coeficiente de simetría del modo 44 al 47 para el eje libre	247
Tablas 105. Coeficiente de simetría del modo 48 al 50 para el eje libre	248
Tabla 106. Coeficientes globales de simetría para cada modo del eje libre	248
Tablas 107. Frecuencia de modos del 1 al 4 para grieta combinada en eje restringido	250
Tablas 108. Frecuencia de modos del 5 al 9 para grieta combinada en eje restringido	251
Tablas 109. Frecuencia de modos del 10 al 14 para grieta combinada en eje restringido	252
Tablas 110. Frecuencia de modos del 15 al 19 para grieta combinada en eje restringido	253
Tablas 111. Frecuencia de modos del 20 al 24 para grieta combinada en eje restringido	254
Tablas 112. Frecuencia de modos del 25 al 29 para grieta combinada en eje restringido	255
Tablas 113. Frecuencia de modos del 30 al 34 para grieta combinada en eje restringido	256
Tablas 114. Frecuencia de modos del 35 al 39 para grieta combinada en eje restringido	257
Tablas 115. Frecuencia de modos del 40 al 44 para grieta combinada en eje restringido	258
Tablas 116. Frecuencia de modos del 45 al 49 para grieta combinada en eje restringido	259
Tabla 117. Frecuencia de modos del 50 para grieta combinada en eje restringido	260
Tablas 118. Diferencias porcentuales: modos 1 a 3 de la combinada para restringido	261
Tablas 119. Diferencias porcentuales: modos 4 a 7 de la combinada para restringido	262
Tablas 120. Diferencias porcentuales: modos 8 a 11 de la combinada para restringido	263
Tablas 121. Diferencias porcentuales: modos 12 a 15 de la combinada para restringido	264
Tablas 122. Diferencias porcentuales: modos 16 a 19 de la combinada para restringido	265
Tablas 123. Diferencias porcentuales: modos 20 a 23 de la combinada para restringido	266
Tablas 124. Diferencias porcentuales: modos 24 a 27 de la combinada para restringido	267
Tablas 125. Diferencias porcentuales: modos 28 a 31 de la combinada para restringido	268
Tablas 126. Diferencias porcentuales: modos 32 a 35 de la combinada para restringido	269
Tablas 127. Diferencias porcentuales: modos 36 a 39 de la combinada para restringido	270
Tablas 128. Diferencias porcentuales: modos 40 a 43 de la combinada para restringido	271
Tablas 129. Diferencias porcentuales: modos 44 a 47 de la combinada para restringido	272
Tablas 130. Diferencias porcentuales: modos 48 a 50 de la combinada para restringido	273
Tablas 131. Diferencias unitarias: modo 1 de la combinada para eje restringido	274
Tablas 132. Diferencias unitarias: modos 2 al 5 de la combinada para eje restringido	275
Tablas 133. Diferencias unitarias: modos 6 al 9 de la combinada para eje restringido	276
Tablas 134. Diferencias unitarias: modos 10 al 13 de la combinada para eje restringido	277
Tablas 135. Diferencias unitarias: modos 14 al 17 de la combinada para eje restringido	278
Tablas 136. Diferencias unitarias: modos 18 al 21 de la combinada para eje restringido	279
Tablas 137. Diferencias unitarias: modos 22 al 25 de la combinada para eje restringido	280
Tablas 138. Diferencias unitarias: modos 26 al 29 de la combinada para eje restringido	281
Tablas 139. Diferencias unitarias: modos 30 al 33 de la combinada para eje restringido	282
Tablas 140. Diferencias unitarias: modos 34 al 37 de la combinada para eje restringido	283
Tablas 141. Diferencias unitarias: modos 38 al 41 de la combinada para eje restringido	284
Tablas 142. Diferencias unitarias: modos 42 al 45 de la combinada para eje restringido	285
Tablas 143. Diferencias unitarias: modos 46 al 49 de la combinada para eje restringido	286
Tablas 144. Diferencias unitarias: modo 50 de la combinada para eje restringido	287
Tabla 145. Coeficiente de simetría del modo 1 para el eje restringido	288
Tablas 146. Coeficiente de simetría del modo 2 al 5 para el eje restringido	289
Tablas 147. Coeficiente de simetría del modo 6 al 9 para el eje restringido	290
Tablas 148. Coeficiente de simetría del modo 10 al 13 para el eje restringido	291
Tablas 149. Coeficiente de simetría del modo 14 al 17 para el eje restringido	292
Tablas 150. Coeficiente de simetría del modo 18 al 21 para el eje restringido	293



Tablas 151. Coeficiente de simetría del modo 22 al 25 para el eje restringido	294
Tablas 152. Coeficiente de simetría del modo 26 al 29 para el eje restringido	295
Tablas 153. Coeficiente de simetría del modo 30 al 33 para el eje restringido	296
Tablas 154. Coeficiente de simetría del modo 34 al 37 para el eje restringido	297
Tablas 155. Coeficiente de simetría del modo 38 al 41 para el eje restringido	298
Tablas 156. Coeficiente de simetría del modo 42 al 45 para el eje restringido	299
Tablas 157. Coeficiente de simetría del modo 46 al 49 para el eje restringido	300
Tabla 158. Coeficiente de simetría del modo 50 para el eje restringido	301
Tabla 159. Coeficientes globales de simetría para cada modo del eje restringido	301



## **CAPÍTULO 1:**    INTRODUCCIÓN



## 1.1 ÁMBITO Y MOTIVACIÓN DEL PROYECTO.

En las últimas décadas, y principalmente en los últimos años, la economía mundial se ha visto envuelta en una crisis a nivel global que ha fomentado la necesidad de encontrar medios más eficientes en todos los ámbitos. Los medios de transporte no han sido ajenos a este fenómeno, y el ámbito ferroviario, lejos de decrecer, ha continuado aumentando en desarrollo en los últimos años, tomando la relevancia en el aspecto tecnológico que gozó durante el s.XIX, época en el que el ferrocarril a vapor era símbolo de progreso.

La calidad del servicio ofrecido por el ferrocarril moderno (figura 1) le ha calificado para recuperar su prestigio pasado, al perfilarse como un medio de transporte eficiente (gracias a poseer un menor gasto energético en desplazamientos de larga distancia) y eficaz al suponer un gasto por pasajero o mercancía menor que otros medios de transporte.



*Figura 1. Ejemplo de ferrocarril moderno: TGV Dasye.*

Otro factor crucial para el nuevo auge del ferrocarril es las medidas de seguridad que lo apremian, las cuales han reducido el hipotético fallo del mismo a errores humanos aislados. Este hecho motiva a enfocar nuestro estudio en una investigación profunda dentro de la industria ferroviaria y más concretamente de los elementos que conforman el tren con el fin de que este medio aumente cada vez más la fiabilidad, algo que repercutirá positivamente en dicha industria, tanto en el presente como en el futuro.

Una de las piezas más importantes de las que componen la mecánica del ferrocarril es el eje, elemento en el que se va a centrar nuestro estudio. La importancia de este elemento es clave, ya que la rotura del mismo está relacionada con la posibilidad del descarrilamiento del la composición del ferrocarril y, por consiguiente, con pérdidas humanas y económicas. Por este mismo motivo, este campo ha sido objeto de estudio frecuente durante los últimos años.

En el caso de las composiciones destinadas a mercancías, las operaciones para velar por la integridad de las mismos se dificultan, ya que estas suelen usar ejes macizos, (modelos que se representan en la figura 2). Dichos ejes no posibilitan la realización de ensayos destructivos, lo cual es un problema grave sin consideramos el aumento del uso del ferrocarril en los últimos años. Este condicionante hace indispensable, por lo tanto, el aumento de vida del eje dentro de su conjunto mecánico, además de búsqueda de métodos alternativos con los que predecir el fallo del mismo y así poder evitar sus fatales consecuencias.



**Figura 2.** Lote de ejes ferroviarios de trenes de mercancías.

Dentro de estas líneas de investigación se encuadra el Departamento de Ingeniería Mecánica de la Universidad Carlos III de Madrid, el cual, en los últimos años ha trabajado con herramientas informáticas (principalmente software que usa elementos finitos) para mejorar los conocimientos sobre este campo.

Uno de estos software es el Creo 2.0 de PTC, programa utilizado para realizar diferentes análisis, tales como estáticos, análisis de comportamiento a fatiga y análisis modales, siendo estos últimos el tipo de análisis que realizaremos en el presente proyecto, con el fin de, mediante la aplicación de software Creo Simulate 2.0, colaborar con la línea de investigación del departamento en este ámbito obteniendo datos que podrán ser usados en el futuro para sucesivas investigaciones.

## 1.2. OBJETIVOS.

El objeto principal de este proyecto es el *“análisis modal de un eje ferroviario con grietas simples y combinadas mediante PTC Creo 2.0 y estudio de la evolución de la respuesta de los primeros 50 modos de vibración”*, proyecto que continua con la línea de investigación sobre la defectología de ejes ferroviarios que el Grupo MAQLAB (perteneciente al Departamento de Ingeniería Mecánica de la Universidad Carlos III de Madrid) viene realizando tiempo atrás con propósito de reducir el número de accidentes provocados por fallos de estos elementos mecánicos y evitar las catástrofes que estos pueden ocasionar.

La realización de esta investigación, a su vez, estará sujeta a la superación de una serie de requisitos, indispensables para la correcta consecución de los objetivos, etapas que se desvelan a continuación:

- Consecución del modelado realista en PTC Creo Parametric 2.0 del eje ferroviario a estudiar siguiendo las pautas del plano adjunto en el anexo del proyecto.
- Cálculo, mediante tablas de Excel, de las dimensiones, tamaños y áreas de todas las grietas que estudiaremos a lo largo del eje así como el cálculo de la profundidad de las respectivas fisuras que simularan el avance de las grietas.
- Implementación de la grietas, ya sean unitarias o de forma combinada, generando los diferentes modelos de eje ferroviario con los distintos tamaños de grieta que calculamos en la etapa anterior.
- Preparación previa al análisis de los modelos anteriormente creados mediante el uso de mallas de elementos finitos, la selección de las características del material y la fijación de las restricciones a imponer en caso de análisis en eje restringido.
- Realización del análisis modal de los modelos creados del eje, tanto nuevo como con grietas, con el eje libre o con restricciones impuestas, fijando en 50 el número de modos de vibración, fase que se llevará a cabo con el módulo de elementos finitos del software PTC Creo Simulate 2.0.
- Almacenamiento y clasificación de toda la información procedente de los análisis modales precedentes mediante tablas Excel, usando formato condicional para los valores de las diferencias porcentuales y unitarias obtenidas con respecto al eje sin defecto.
- Análisis de los resultados obtenidos del conjunto modelos de ejes con las diferentes grietas o grupos de grietas estableciendo, finalmente, las pertinentes conclusiones y planteando los estudios futuros que pudieran continuar esta línea de investigación.



### 1.3. ESTRUCTURA DEL DOCUMENTO.

El proyecto que se presenta a continuación está dividido en 14 capítulos. A continuación exponemos un breve resumen del contenido que podrá encontrar en cada uno de estos capítulos:

- *Capítulo 1: Contenido.* Se trata del presente capítulo, conformado por una pequeña introducción donde se explica el contexto y la razones que tenemos para realizar este proyecto, después de lo cual comentamos los objetivos propuestos para finalizar con este apartado donde resumimos la estructura del documento.
- *Capítulo 2: Ejes.* En este capítulo definimos la pieza fundamental sobre la cual girará todo nuestro estudio: los ejes, haciendo un repaso de sus funciones, características y tipos para después diferenciar las distintas clases de ejes que existen.
- *Capítulo 3: Vibraciones mecánicas.* Conocer los conceptos básicos del fenómeno de las vibraciones mecánicas es fundamental para la realización de este análisis. Ese es el motivo por el que dedicamos este capítulo a las vibraciones mecánicas, profundizando después en a los análisis modales, el concepto de resonancia y las aplicaciones que se pueden dar a los efectos vibratorios.
- *Capítulo 4: Fatiga.* Para el correcto estudio de nuestro caso es necesario establecer bien las bases sobre las que se asienta la fatiga. En este capítulo se incluye además un repaso en orden cronológico sobre el descubrimiento y los avances sobre este caso, así como han evolucionado los estudios referidos a este fenómeno.
- *Capítulo 5. Método de elementos finitos.* Entendidas las bases teóricas analizaremos el funcionamiento por el que nuestro software nos permitirá la realización de nuestro análisis. Para ello, en este capítulo se explicara las bases del algoritmo de resolución de problemas, sus aplicaciones, ventajas y limitaciones.
- *Capítulo 6. PTC Creo 2.0.* Conocido el funcionamiento de este tipo de software será el turno de adentrarse en el programa específico con el que trabajaremos. Así, en el sexto capítulo definimos las características del programa y enumeramos una a una cada una las funciones de las que es capaz de realizar.
- *Capítulo 7. Planteamiento del problema y metodología.* Asumidos los conocimientos necesarios en este capítulo explicaremos qué procedimiento hemos seguido para abordar los objetivos definidos con anterioridad. En esta parte del proyecto también definiremos de forma detallada las características del eje de estudio y el material del mismo.
- *Capítulo 8. Implementación del Modelo.* A continuación de la definición de nuestro problema redactaremos un resumen paso a paso de cómo hemos diseñado y llevado a cabo los análisis del eje con el software elegido.
- *Capítulo 9. Datos y resultados.* En este capítulo se presentaran todos los resultados obtenidos en el proyecto gracias a la ayuda de tablas y gráficas representativas, en donde se definirá el caso analizado antes de la exposición de los datos.





- *Capítulo 10. Conclusiones.* Con los datos obtenidos anteriormente, en este capítulo se enumeran las conclusiones que hemos sacado ante tras la resolución de este proyecto así como los objetivos que hemos logrado cumplir tras la elaboración del estudio.
- *Capítulo 11. Trabajos futuros.* Seguidamente se propondrán una serie de trabajos futuros que darían continuidad al realizado por nosotros.
- *Capítulo 12. Presupuesto.* Se detallará el presupuesto general del proyecto en su totalidad donde se promediara los costes del asumir el mismo.
- *Capítulo 13. Bibliografía.* Referenciaremos todas las fuentes de información que se han usado para la realización de este proyecto.
- *Capítulo 14. Anexos.* Incluiremos al final del documento los todos planos que han sido necesarios durante el desarrollo del proyecto.





## **CAPÍTULO 2:** EJES FERROVIARIOS



## 2.1. DEFINICIÓN.

Eje se define cómo el elemento mecánico cuyo fin dentro de un conjunto mecánico es el de guiar el movimiento de rotación producido en el mismo. Todo eje se acopla por su diámetro exterior a un diámetro interior de una cavidad don este se aloja. Dependiendo del tipo de unión del mismo, estaremos ante un eje fijo o solidario.

En el primer caso, el eje no girará, sino que el movimiento de rotación se verá favorecido por un sistema de rodamientos o bujes que permitirá que se produzca la rotación alrededor del eje. En los ejes solidarios, el giro del eje vendrá determinado por un sistema de guiado situado en el acople de las dos piezas.

Los ejes en un vehículo se determinan trazando líneas imaginarias en dirección transversal a las ruedas cuando este avanza en línea recta. Estos ejes coincidirán con los ejes de las ruedas en todos los vehículos de dos ruedas, mientras que en los vehículos de cuatro, se define eje como la recta transversal que une los centros de dos ruedas.



*Figura 3. Eje mecánico.*

## 2.2. FUNCIONES, CARACTERÍSTICAS Y TIPOS DE EJE.

Un vehículo va a presentar siempre una disposición con ejes, y estos, por definición, van a tener como principal misión la de mantener la distancia entre los elementos rodantes y con el chasis del vehículo. Los ejes soportarán tanto el peso propio del vehículo como el de la carga que el mismo transporta transportando.

Además de cumplir con esta relevante misión estructural, los ejes podrán cumplir en diferentes circunstancias con otras funciones que definimos a continuación:

- Transmisión: El eje produce, mediante una reacción producida en sus apoyos, un momento de fuerzas que se transfiere a las ruedas para la aceleración del vehículo. Por ello, toda transmisión debe estar formada por uno o más ejes.
- Guía: El eje, junto con el sistema de dirección, controla el ángulo de guiado de las ruedas, induciendo el movimiento en la dirección correcta. Además, el eje no permite el desplazamiento axial de las ruedas, así como evita que no gire involuntariamente respecto a un eje perpendicular al de giro.

- Frenado: la fuerza descentrada producida por los frenos junto con la ayuda de la reacción en contra del apoyo del eje provocan la generación de un momento de fuerzas en sentido contrario a la de rotación de la rueda que provoca la deceleración del coche y la consiguiente disminución de velocidad. En vehículos pesados, además, se puede utilizar en la deceleración del freno motor, que se transmitirá a través del sistema de transmisión y por ende, del eje.

Existen dos tipos de diferenciaciones a la hora de clasificar los ejes según la sujeción que poseen con las ruedas ó con respecto a os trabajos que realizan los ejes. Con respecto a la primera clasificación, el tupo de sujeción, los ejes se pueden definir como:

- Ejes rígidos: son barras rígidas que unen las ruedas de cada uno de los dos lados del vehículo. Suelen no ser concéntricos con la rueda del otro lado, de manera que giren a velocidades diferentes. Esto se consigue gracias al diferencial, con lo que se evita el deslizamiento en las curvas.
- Ejes independientes: Se denomina de esta forma ya que cada rueda está unida a un eje diferente. Es típico de los vehículos modernos de pasajeros ya que proporciona más confort y maniobrabilidad con independencia del firme al lograr menos masa suspendida y proporcionar a cada rueda un sistema de amortiguación separado.

Según el trabajo que realizan los ejes estos se pueden clasificar de la siguiente forma:

- Ejes libres: se denominan de esta manera cuando no forman parte del sistema de transmisión y giran libremente.
- Ejes motrices: Están formados por el diferencial y juntas universales entre los dos semiejes. El guiado de las ruedas en las curvas se realiza mediante el sistema de dirección, estando los ejes conectados a las ruedas mediante juntas homocinéticas si es un vehículo de tracción, mientras que se emplean juntas de cardan en vehículos de propulsión ya que dicho eje no cambia de orientación y no se varía la relación de transmisión en el mismo por desplazamiento vertical de las ruedas.
- Ejes portadores: Son ejes libres situados en remolques o camiones. Están colocados en tándem y mediante mecanismos o sistemas automáticos (que detectan el nivel de carga del vehículo) estos pueden bajarse o subirse para que soporten o no el peso del vehículo. Cuando el eje no se utiliza, se levanta del suelo para reducir el desgaste en los neumáticos y el consumo de combustible. Suele emplearse para superar un puente con restricciones de peso por eje.

### 2.3. EJES FERROVIARIOS.

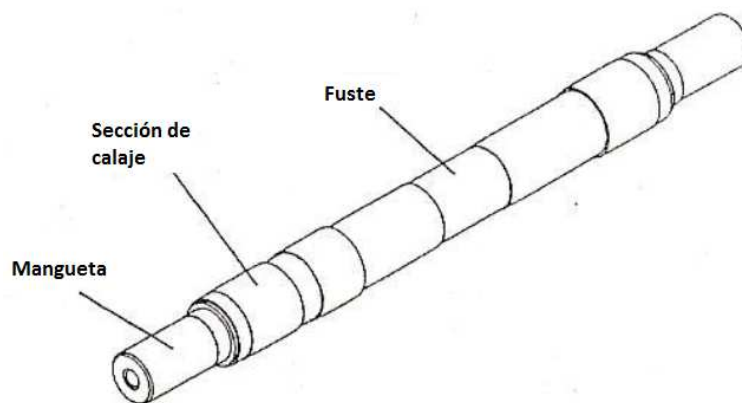
El tipo de ejes que vamos a estudiar a lo largo de este proyecto, como hemos indicado anteriormente, es el eje ferroviario. Sobre esta pieza cilíndrica se montan las ruedas y es el encargado de soportar las cajas de grasa y los elementos de transmisión. Las medidas del eje que nosotros estudiamos se detallan en el anexo del proyecto. Tiene una longitud de 2480 mm y un diámetro de 214 mm en su parte más ancha y de 130 mm en su sección más delgada.



*Figura 4. Construcción de un eje ferroviario.*

Dentro de un eje ferroviario podemos distinguir tres partes importantes:

- Fuste o cuerpo del eje, que es la parte del elemento situado entre las dos ruedas.
- Sección de calado, donde van a ir calzadas las ruedas.
- Manguetas, donde se sitúan los cojinetes de las cajas de engrase, que van a soportar el peso del vehículo.



*Figura 5. Diferentes partes de un eje ferroviario.*

El eje, como vemos en la figura, presenta diferentes secciones, esto se debe a que las dimensiones del mismo van a variar en función de la carga a la que esté sometido. El eje está sometido tanto a esfuerzo cortante en el apoyo de la rueda como a flexión en la sección del empotramiento. Por este motivo, existen normas específicas para el diseño del mismo, con un proceso que va desde identificar las fuerzas y momentos en las secciones, diseñar en consecuencia las dimensiones de cada sección con su respectivo diámetro y comparar la tensión calculada con la máxima admisible en función del acero con el que se ha construido el eje.

Todo lo relacionado con la geometría, medidas y materiales del eje que nos ocupa va a ser descrito y definido en los apartados posteriores dentro del proyecto, ayudándonos por el plano suministrado que queda incluido en el anexo del documento presentado.

### 2.3.1. Ejes montados.

Se denomina como eje montado o calado al conjunto formado por un eje más sus dos ruedas. El calado debe estar ajustado a las normas habilitadas así como a las especificaciones en vigor para cada ferrocarril. Un parámetro a tener en cuenta es hacer coincidir el centro de gravedad del mismo eje montado con el teórico, ya que en caso contrario la fuerza resultante provocaría un par que curvaría el eje y doblaría las pestañas de las ruedas contra el carril.



*Figura 6. Ejes ferroviarios montados o calados.*

Los ejes calados cumplen las siguientes funciones:

- Conservar la distancia entre las ruedas y entre el vehículo y la vía.
- Transmitir los esfuerzos de tracción y las fuerzas de frenado a los raíles.
- Mantener la dirección determinada por el movimiento dentro de la vía.

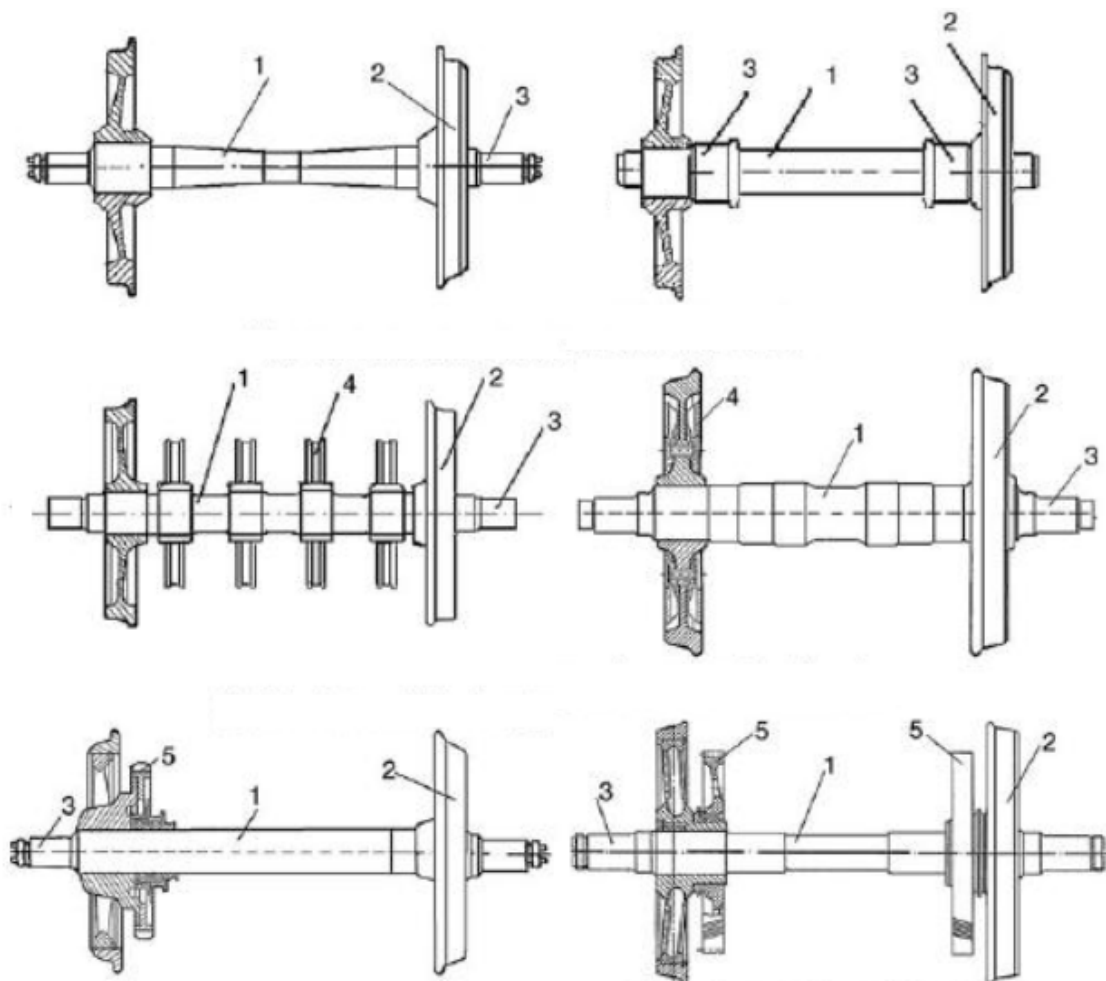


### 2.3.2. Diseño del eje calado.

El diseño del eje calado depende de:

- El tipo de vehículo con el que tratemos (tracción o arrastre).
- El tipo de frenos utilizados (zapata, disco en árbol o disco en rueda).
- La posición de los cojinetes respecto al árbol (interior o a fuera).
- La construcción del centro de la rueda.

A continuación, se muestran los principales diseños del eje calado. Como podemos observar, existen gran variedad de diseños. Sin embargo, todos los diseños tienen dos características en común: la conexión rígida entre las ruedas con árbol y el perfil seleccionado transversalmente de la superficie de balanceo de la rueda, conocido como perfil de la rueda. En la primera fila observamos ejes con cajas de engrase externas e internas. En la segunda fila tenemos ejes con los discos del freno en el árbol y en la rueda. En la tercera fila vemos ejemplos de posición asimétrica y simétrica de los contactos de rodadura.



*Figura 7. Principales tipos de los diseños de grupos de ruedas.*



Los diferentes elementos representados en la siguiente figura son:

- 1: Árbol
- 2: Rueda
- 3: Caja de engrase
- 4: Disco de freno
- 5: Contacto de rodadura dentado.

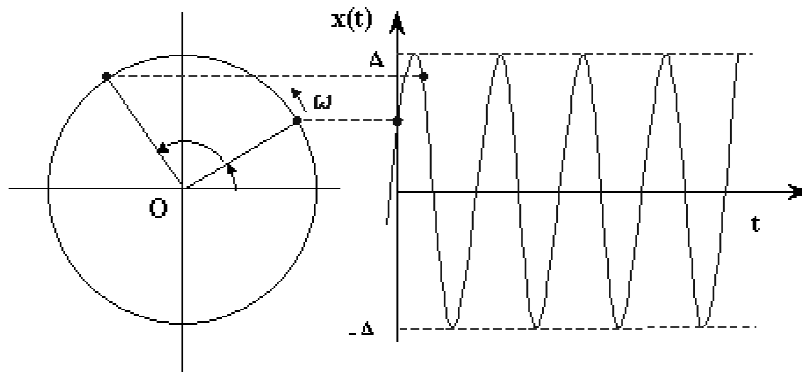


### **CAPÍTULO 3:**      VIBRACIONES MECÁNICAS



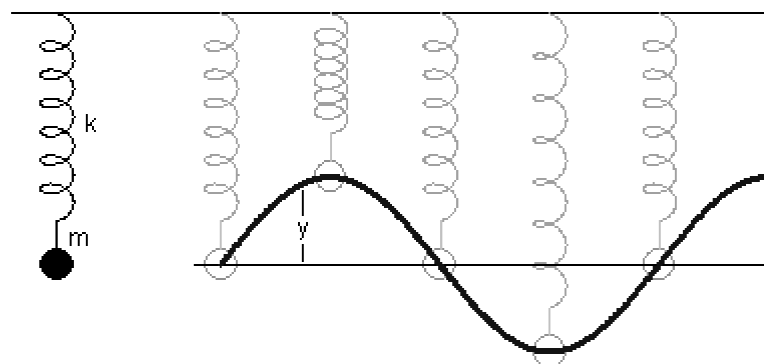
### 3.1. INTRODUCCIÓN.

Una vibración mecánica es el movimiento de una partícula o cuerpo que oscila alrededor de una posición de equilibrio. La mayoría de las vibraciones en máquinas y estructuras son indeseables debido a que estas provocan un incremento de los esfuerzos y a las pérdidas de energía que las acompañan, pudiendo, en algunos casos, ocasionar la rotura en determinados elementos. Por lo tanto, es necesario eliminarlas o reducirlas en el mayor grado posible mediante un diseño apropiado.



**Figura 8.** Representación de una vibración.

Una vibración mecánica se produce por lo general cuando un sistema se desplaza de una posición bajo la acción de fuerzas restauradoras (Ya sea fuerzas elásticas, como en el caso de una masa unida a un resorte, o fuerzas gravitacionales, dado en el caso de un péndulo). Sin embargo, por lo general, cuando este fenómeno se produce, el sistema alcanza la posición original con cierta velocidad que lo lleva a superar dicha posición. Si este proceso se repite de manera indefinida, el sistema se mantendrá moviéndose de un lado a otro de su posición de equilibrio.



**Figura 9.** Vibración producida por fuerzas restauradoras.

Por lo general, en un movimiento vibratorio, los cuales se suelen producir por efecto del propio funcionamiento de la máquina o elemento en estudio, se producen tres fenómenos energéticos:

- Almacenamiento de energía cinética en las masas e inercias.
- Almacenamiento de energía potencial en los elementos elásticos.
- Pérdida gradual de energía en los elementos disipativos.

El análisis de vibraciones se cruciales a la hora de analizar sistemas mecánicos debido a la tendencia de producir maquinas de alta velocidad y construcción ligera, elementos más propensos a verse afectados por ellas.

Todo elemento estructural o mecánico sometido a una o varias cargas está obligado a ser estudiado con una serie de controles para conocer su comportamiento en servicio y así poder dotarlo de un diseño más optimo.

En la actualidad, las normas, procedimientos y metodologías implementadas en relación a las vibraciones mecánicas nos ayudan a lograr un buen funcionamiento en los procesos industriales y a conocer en cada momento una aproximación fidedigna del estado actual y futuro de la maquinaria y sus elementos.

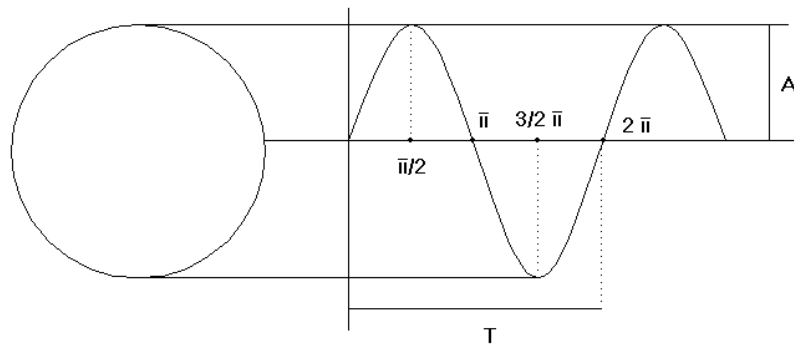
### **3.2. CONCEPTOS BÁSICOS.**

Para entender mejor el fenómeno de vibración definiremos un conjunto de conceptos importantes para su correcta comprensión:

- Amplitud: distancia máxima entre el punto más alejado que puede alcanzar la partícula vibratoria y su posición de equilibrio.
- Periodo 'T': es el mínimo tiempo que separa dos instantes en que la partícula vibratoria se encuentra exactamente en el mismo estado: misma amplitud, misma posición y misma velocidad.
- Frecuencia 'f': por definición es inversa del periodo, una magnitud que mide el número de repeticiones por unidad de tiempo de un proceso periódico.
- Frecuencia natural o propia ' $\omega_n$ ': para sistemas de un grado de libertad es la frecuencia propia del movimiento armónico producido al generar un desplazamiento o velocidad inicial a un punto en equilibrio dejándole vibrar libremente sin amortiguación. Para sistemas con más de un grado de libertad cada modo natural de vibración poseerá la frecuencia natural asociada del movimiento armónico resultante.
- Frecuencia de excitación ' $\Omega$ ': frecuencia producida por una perturbación externa al sistema mecánico y que varía armónicamente. Un concepto importante es la relación entre la frecuencia de excitación y la frecuencia natural del sistema, ' $\beta = \Omega / \omega_n$ ', sobre todo cuando coinciden ambas dando como resultado una relación unitaria.

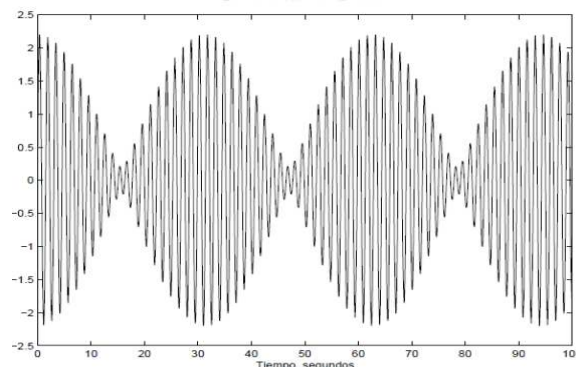
Cuando esto se produce se considera que el sistema está en resonancia, un fenómeno importante que explicaremos más posteriormente.

- Movimiento ondulatorio: propagación de una onda por un medio material o en el vacío, entendiendo como onda la perturbación de alguna propiedad del medio (campo eléctrico, presión...).
- Velocidad de propagación: velocidad de desplazamiento de una onda, la cual está supeditada al medio por el que se produce la propagación.
- Vibración libre: es aquella vibración producida en ausencia de fuerzas externas y por medio de fuerzas restauradoras.
- Vibración forzada: es aquella vibración producida por fuerzas externas variables en el tiempo.
- Vibración armónica: es aquella vibración simple representada por una onda sinodal a través de un vector rotatorio con velocidad angular constante.



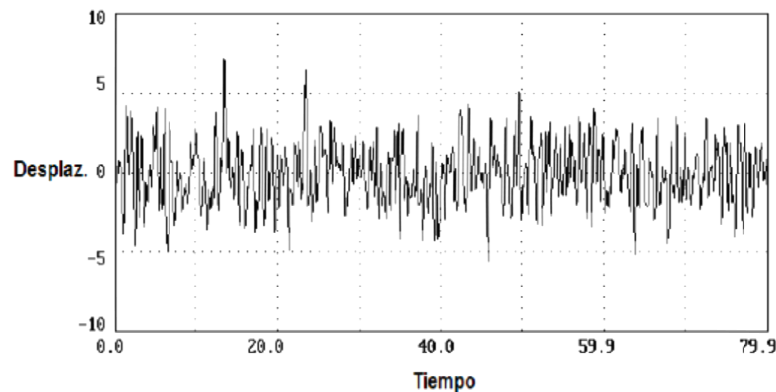
**Figura 10.** Representación de una onda armónica.

- Vibración periódica: aquella vibración que se repite en intervalos de tiempo iguales y todos los ciclos de vibración presentan la misma duración.



**Figura 11.** Representación de vibración periódica.

- Vibración aleatoria: Aquella vibración que se produce de manera errática y tiene contenidos de frecuencias en toda la banda analizada. Es decir, el espectro va a estar formado por infinitas vibraciones armónicas, cada una de las cuales caracterizada con su amplitud frecuencia y fase.



**Figura 12.** Representación de vibración aleatoria.

- Coeficiente de amortiguamiento ' $\xi$ ': relación entre el amortiguamiento del sistema y el amortiguamiento crítico o aquel en el que el sistema deja de ser oscilante.

$$\xi = \frac{c}{2m\omega_n}$$

- Factor de amplificación: número de veces que la amplitud de oscilación dinámica supera a la estática.

$$\frac{D}{\delta p} = \frac{1}{\sqrt{(1 - (\frac{\Omega}{\omega_n})^2)^2 + (2\xi\frac{\Omega}{\omega_n})^2}} = \frac{1}{\sqrt{(1 - \beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2}}$$

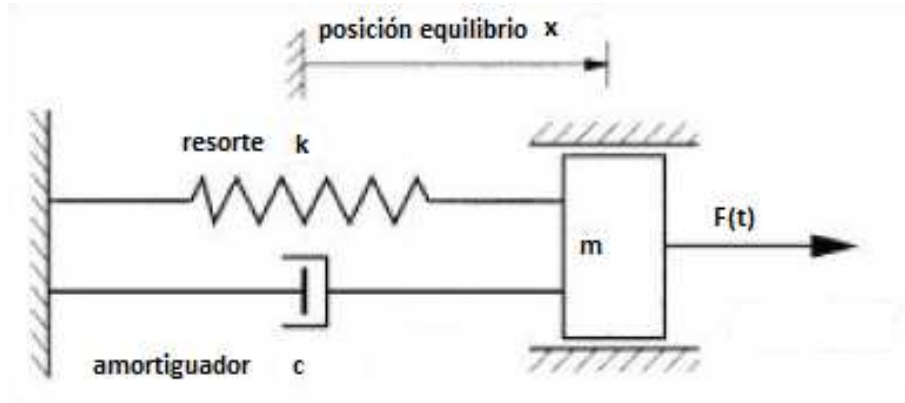
### 3.3. ANÁLISIS MODAL.

Toda estructura que tenga un comportamiento elástico y lineal requiere de un estudio para determinar las características vibratorias del mismo. Este estudio nos aporta información sobre las frecuencias y las formas naturales con las que vibra la estructura. El análisis modal es el análisis dinámico más importante, debiéndose realizar siempre antes de cualquier otro estudio, debido a que las características vibratorias de una estructura determinan como responde antes las cargas dinámicas.

Para entender mejor la relevancia del análisis modal, trataremos de explicar con un sencillo ejemplo el funcionamiento de un sistema vibratorio de un grado de libertad.

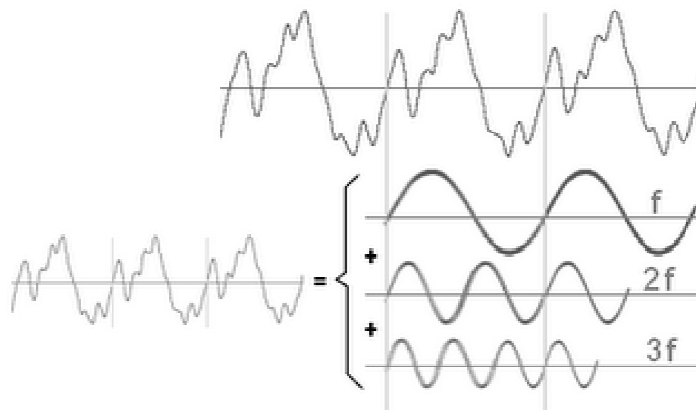


Como veremos en la siguiente figura, tenemos un carro de masa ' $m$ ' en paralelo al suelo. Este se encuentra sujeto a la pared por un muelle de rigidez ' $k$ ' y un amortiguamiento ' $c$ '. El amortiguador viscoso representa el amortiguamiento y el muelle la rigidez.



**Figura 13.** Esquema de un sistema vibratorio de un grado de libertad.

Estando en esta posición y sometiendo al sistema a una excitación, éste comenzará a vibrar de una forma característica, propia y exclusiva de dicho sistema. El estudio de la respuesta que nos presenta el sistema a la excitación nos devolverá su comportamiento modal pudiendo representarlo en un gráfico desplazamiento-frecuencia. La forma de vibrar propia no tiene por qué darnos como resultado funciones armónicas, aunque, la resultante no armónica si podrá ser descompuesta en funciones armónicas gracias a la transformada de Fourier, como vemos en la siguiente imagen:



**Figura 14.** Descomposición de una onda.

La vibración resultante del análisis se denomina vibración del sistema, siendo su frecuencia natural, ' $\omega_n$ ', parámetro que se define con la siguiente expresión de parámetros dinámicos:

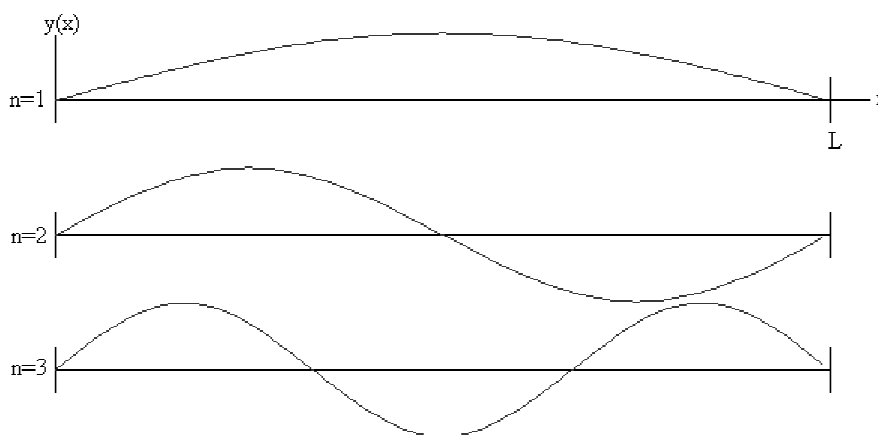
$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Cada modo posee una forma y frecuencia propia de vibración, con lo que si queremos obtener todas las frecuencias naturales de cada modo de vibración tenemos que realizar esa operación en cada sistema de un grado de libertad.

Esto significa que un sistema con ' $n$ ' grados de libertad puede descomponerse en una combinación de ' $n$ ' sistemas de un grado de libertad. Se puede entender entonces que cada estructura es una superposición de muchos sistemas de un grado de libertad y que al vibrar lo hacen como una combinación de modos fundamentales de vibración de sistemas de un grado de libertad.

De esta forma, resolviendo la ecuación diferencial del movimiento ondulatorio para los modos normales de vibración de una cuerda fijada a sus extremos obtendremos las distintas frecuencias de vibración

$$v^2 \frac{\delta^2 \psi}{\delta x^2} = \frac{\delta^2 \psi}{\delta t^2} \quad \rightarrow \quad f_n = \frac{\omega_n}{2\pi} = \frac{n}{2L} \quad \text{siendo } n = 1, 2, 3 \dots$$



**Figura 15.** Modos de vibración de una cuerda fijada en sus extremos.

Trabajar en sistemas unidimensionales y bidimensionales tiene una metodología sencilla, ya que se establecen los modos propios de vibración de una forma más o menos razonada y analítica. Sin embargo, en sistemas tridimensionales el problema se complica para resolver las ecuaciones de movimiento ondulatorio.

Por esta razón, en el caso tridimensional, tras especificar las condiciones de contorno, debemos servirnos de un software como el que hemos utilizado en el proyecto, Creo 2.0 de la empresa PTC, usando para el análisis su módulo 'Simulate', con el que obtendremos las frecuencias propias mediante el análisis modal.

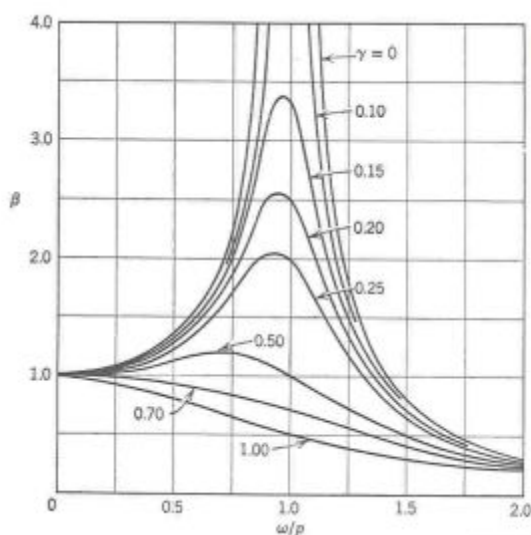
### 3.4. RESONANCIA MECÁNICA.

Se denomina resonancia mecánica al fenómeno que se produce cuando un cuerpo es sometido a la acción de una fuerza periódica cuyo periodo de vibración coincide con el periodo de vibración característico de dicho cuerpo, en el cual, a través de una fuerza relativamente pequeña, hace que la amplitud del sistema oscilante se haga muy grande, provocando que el cuerpo vibre, aumentando de forma progresiva la amplitud de mismo tras cada aplicación de la fuerza, pudiendo ocasionar un efecto destructivo en algunos materiales rígidos.

La mayor parte de vibraciones en máquinas y estructuras son indeseables porque aumentan los esfuerzos y las tensiones, además de ocasionar pérdidas de energía. Además, son fuente de desgaste de materiales, causando en muchas ocasiones rotura por fatiga. Esto es debido a que todo sistema mecánico tiene características elásticas, de amortiguamiento y de oposición al movimiento, características que facilitan la vibración cuando este es sometido a una perturbación. Si la perturbación o frecuencia de excitación ' $\Omega$ ' coincide con la frecuencia natural del sistema ' $\omega_n$ ', la amplitud de la respuesta excederá la capacidad física del mismo, teniendo efectos destructivos sobre el sistema en cuestión.

El fenómeno de resonancia mecánica debe considerarse en el estudio de las vibraciones, debido a la gran importancia y relación entre las mismas. De ahí que sea de vital importancia evitar que la frecuencia de excitación coincida con la frecuencia natural del sistema, ya que es en este caso cuando se producirá el colapso de la estructura.

En la siguiente figura podemos observar el factor de amplificación dinámica en función de la relación de frecuencias y del coeficiente de amortiguamiento:



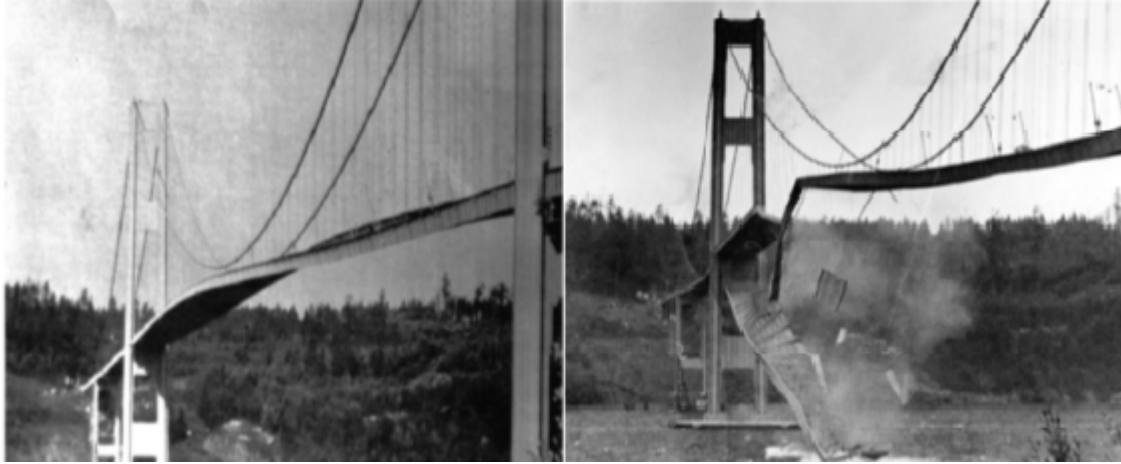
**Figura 8.** Representación del Factor de amplificación dinámica.

Es muy fácil que en, un mundo sometido continuamente a fuerzas oscilantes y rodeados de estructuras elásticas, la frecuencia de las fuerzas oscilantes coincidan con alguna de las frecuencias naturales de estas estructuras provocando el fenómeno de resonancia.

Los sistemas elásticos sometidos a cargas estáticas están controlados ante un fallo por rotura, pero esto no ocurre con los sistemas sometidos a cargas dinámicas, ya que en estos

casos existen numerosas líneas de investigación, sobre todo en el campo de las vibraciones mecánicas.

Un punto de inflexión en la forma de entender el problema de los efectos vibratorios y sus perjuicios en sus estados de resonancia fue la catástrofe del puente de Tacoma Narrows, el cual vemos en la siguiente imagen.



**Figura 17.** Colapso del puente de Tacoma Narrows en 1940.

Durante muchos años, el derrumbamiento del Tacoma Narrows el 7 de noviembre de 1940 en condiciones de carga inferiores a las que estaba diseñado para soportar (aquel día el viento no superó los 65 km/h, cuando la estructura fue concebida para poder soportar rachas superiores a más de 140 km/h), fue tomado como claro ejemplo de lo perjudicial que pueden ser la resonancia forzada en cualquier tipo de estructuras.

Si bien es cierto que décadas después se supo que la causa de la catástrofe no fue por el fenómeno de resonancia forzada (ya que no se produjo una perturbación periódica), después de ese suceso, las vibraciones empezaron a ser tomadas en cuenta cambiando por completo la filosofía de diseño en todo campo donde estas puedan estar presentes.

Uno de estos campos donde las vibraciones tiene una gran importancia y por tanto deben de ser consideradas es en la vida del eje ferroviario, objeto de análisis de este proyecto. La razón es debido a que la existencia de estas vibraciones pueden dar lugar a fallos por fatiga que reduzcan gravemente la vida de esta parte fundamental del ferrocarril, ocasionando accidentes catastróficos.

También es importante decir que no todas las vibraciones mecánicas tiene efectos negativos, si no que en ocasiones y de forma controlado son de gran utilidad en numerosos procesos industriales, ya que estas se usan en el transporte de material por bandas vibratorias, pulido de materiales, centrifugado en procesos de separación de materiales, etc.

### 3.5. APLICACIONES DE LOS EFECTOS VIBRATORIOS.

Como hemos mencionado con anterioridad, desde el incidente del Tacoma Narrows, la investigación del fenómeno de resonancia ha ido en gran aumento, siendo muchas las técnicas estudiadas para la obtención de las frecuencias naturales, con el objetivo de evitar que éstas coincidan con las frecuencias excitadoras de las condiciones de operación.

Gracias a estos estudios, los conocimientos sobre estos fenómenos han permitido crear técnicas basadas en la resonancia para detectar defectos en estructuras, así como prevenir la rotura de elementos por fatiga, tema que trataremos con mayor profundidad en el siguiente capítulo de este documento.

#### 3.5.1. Process Compensated Resonance Testing (PCRT).

Los fundamentos de los ensayos modernos basados en la resonancia se empezaron a desarrollar a finales de la década de los ochenta, cuando surge la técnica PCRT, la cual se define como un tipo de ensayo no destructivo basado en software analítico y en electroscopia de resonancia, técnica que fue desarrollada por empresas influyentes de los sectores de la ingeniería y por la Unión Europea.

El Process Compensated Resonance Testing (PCRT) puede ser aplicado tanto en piezas metálicas como cerámicas y esta está basado en el uso de la resonancia mecánica, usando un proceso de compensación en un entorno real de fabricación superior a las condiciones que se podrían simular en laboratorio, realizando medidas precisas de las frecuencias y además de la compensación de efectos de temperatura que pudieran afectar a la precisión del estudio de las frecuencias.



**Figura 18.** Eje ferroviario sometido a ensayo PCRT.

En principio, estos ensayos estaban orientados de forma exclusiva al control de calidad de fabricación de componentes para vehículos, aunque posteriormente se fue implementando en otros sectores industriales y en otras actividades como inspección y mantenimiento de sus componentes, además de ser ampliamente desarrollados con respecto al sector ferroviario por el proyecto WIDEM (Wheel Set Integrated Design and Effective Maintenance).

El ensayo se basa en la variación que se produce en el comportamiento modal de una estructura cada vez que esta cambia, variándose las frecuencias propias o modos de vibración de la misma cuando se produce un hueco, grieta u otro defecto que, en general, provoca la disminución de las frecuencias naturales, haciendo que la estructura sea menos rígida.

Las técnicas de ensayo no destructivo de la actualidad como radiografías, ultrasonidos, líquidos penetrantes, etc. identifican piezas defectuosas y resaltan indicios presentes en la estructura de una pieza a lo largo de su vida útil. No obstante, si bien la localizar y conocer el tamaño del defecto es importante, este no es un buen indicador de cara al funcionamiento de la pieza en servicio, por lo que mediante estos métodos se pueden llegar a desechar piezas defectuosas cuando en realidad estas podrían ser utilizadas sin problema.

Un ejemplo es el análisis de frecuencias propias mediante espectroscopia, que fue muy utilizado durante décadas y que, sin embargo, no detectaba el inicio del fenómeno de fatiga al carecer de suficiente resolución. Sin embargo, la tecnología PCRT, mediante el estudio de la variación de las frecuencias propias de un elemento mecánico es capaz encontrar cambios estructurales relevantes, permitiendo así discriminar aquellas piezas que tienen defectos y que podrían tener un fallo prematuro en servicio. Esto hace que el PCRT suponga un gran avance respecto a otras pruebas de ensayo no destructivo, ya que el PCRT es capaz de detectar el comienzo del fenómeno de fatiga antes de que aparezca el inicio de la grieta, evitando que la pieza a estudio funcione con un fallo extendido que podría provocar fatales consecuencias.

Su funcionamiento se distingue entre hardware, que se ocupa de las mediciones de las frecuencias, y el software, que estudia el patrón de resonancia para determinar la integridad estructural del componente estudiado, pudiendo resaltar la aparición de grietas o defectos por la producción de cambios en las frecuencias modales.

El sistema PCRT utiliza un transductor que se encarga de excitar mediante una vibración sinusoidal al elemento en un rango de frecuencias que abarca desde unos hertzios hasta alrededor de 5 MHz, rango fijado en función de las propiedades del material y del tamaño del componente. Mientras la pieza es sometida a esta vibración, dos transductores más reciben la respuesta modal del elemento ocasionada por la excitación.

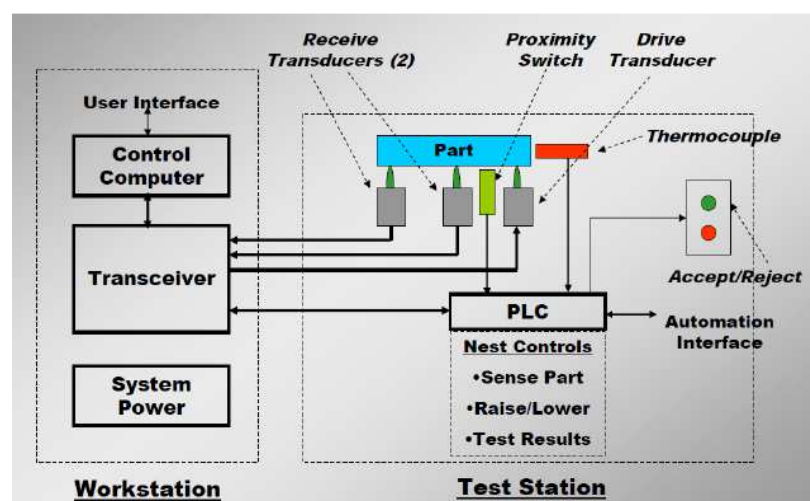


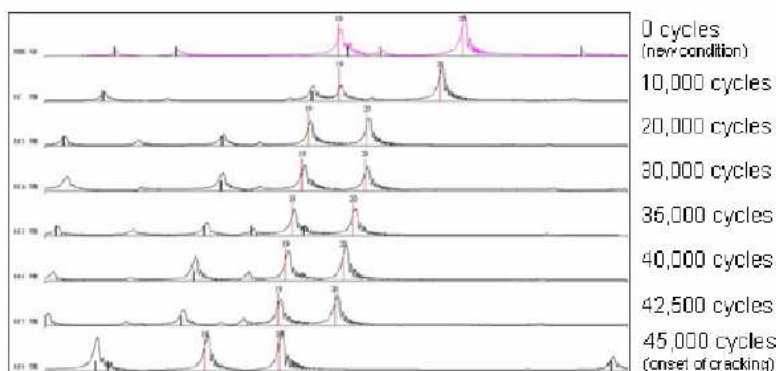
Figura 19. Esquema de un sistema PCRT.



Los costes procedentes de las técnicas PCRT son relativamente menores con respecto a otros tipos de ensayos si el tamaño de las series (preferiblemente grandes) lo justifican, ya que el tiempo de inspección por pieza unitaria es de segundos, mientras que en conjuntos este no excede de unos minutos. También permite el mejor aprovechamiento de las piezas, ya que evita sustituciones innecesarias, además de ahorrar tiempo por revisiones técnicas, ya que el software es capaz de determinar casi a tiempo real si la pieza se encuentra dañada o si cumple con las condiciones para su uso.

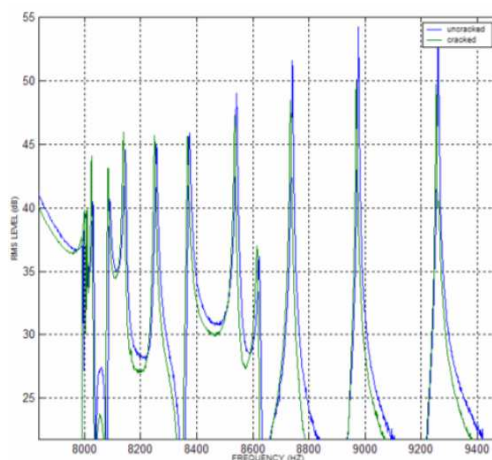
### 3.5.2. Estudio de fatiga por sistema PCRT.

En la siguiente figura vemos un caso de estudio en donde se usó el sistema PCRT. Este fue llevado a cabo en 2006 por la empresa Vibrant® en conjunto con el Centro de Validación de Albuquerque para aluminio 6061T6. Durante el estudio se observó como el espectro de frecuencias variaba a medida que se aumentaba el número de ciclos de trabajo de uno de sus componentes.



**Figura 20.** Cambio en las frecuencias propias con el aumento de los ciclos.

Como podemos ver en la figura, el inicio de grieta se detectó a partir de 45000 ciclos, aunque también es apreciable como se produce un cambio en las frecuencias de manera lenta y progresiva a medida que aumentamos los ciclos, mostrándose diferentes variantes de picos de resonancia a medida que subimos en la escala.



**Figura 21.** Estudio de un eje ferroviario mediante PCRT entre 8000 a 9500 Hz.

Otro estudio a tener en cuenta es que realizado por la empresa italiana Luchinni® en el cual se estudió el comportamiento modal de un eje ferroviario centrado en la banda de frecuencias de 8 a 9.5KHz, estudio del que mostramos a continuación uno de sus gráficos de resultados obtenidos en el análisis.

En la anterior gráfica se nos muestran dos líneas de resultados que podemos comparar a simple vista y que marcan los valores de frecuencias obtenidos para el eje nuevo y el eje con fallo (en azul y verde respectivamente). En la representación visual de los resultados se puede ver con claridad como los picos de las frecuencias del eje agrietado se encuentran ligeramente adelantados frente a los mismos picos del eje nuevo, esto por corrobora la el concepto teórico ya que significa que las frecuencias propias del eje con defecto son menores que las del eje nuevo.

El objeto del presente proyecto es el de continuar con esta línea de investigación de gran utilidad para la industria ferroviaria, donde ha quedado constancia que los estudios de las frecuencias propias son de gran valor para predecir la aparición de grietas y la repercusión de las mismas en el funcionamiento de los elementos mecánicos del ferrocarril.





## **CAPÍTULO 4:**     FATIGA EN EJES



#### 4.1. INTRODUCCIÓN.

Las cargas variables con el tiempo son el principal problema que tiene todo sistema mecánico utilizado por los seres humanos en el desarrollo de sus actividades. Estas cargas pueden ser producidas por fenómenos mecánicos, variaciones de temperatura, presencia de ambientes corrosivos, etcétera, así como por la combinación de dos o más de estas causas. Cuando se produce una ejecución continuada de estas cargas, puede llevar a la aparición de pequeñas grietas en el material. Estas grietas, que generalmente se producen en la superficie de la pieza en cuestión, progresan a través del material a medida que se reduce la capacidad portante del componente, pudiéndose así ocasionar la fractura. La peligrosidad del fallo por fatiga es algo a tener en cuenta en cualquier análisis, pues es responsable de más de la mitad de los fallos en componentes mecánicos.

Se ha dedicado gran atención y esfuerzo para investigar el fenómeno de fatiga desde que este se dio a conocer en el siglo XIX, con el firme objetivo de conocer los mecanismos que lo rigen así como para obtener métodos de análisis con el que evitar el problema mediante el diseño específico. Si bien es cierto que el conocimiento sobre esta materia ha mejorado, el problema aun no se ha resuelto. Esto se debe en parte a la gran dificultad que presenta la predicción de la duración del proceso de crecimiento de una grieta por fatiga. También hay que valorar los numerosos parámetros que influyen en el proceso, algunos de los cuales no son conocidos de forma precisa. A pesar de ello, los ingenieros están capacitados a día de hoy para estimar, mediante diferentes técnicas, la vida útil de componentes mecánicos, sobre todo por el desarrollo de potentes software de simulación, haciendo que no se dependa ya de la teoría clásica de la fatiga. Estos programas han supuesto un gran avance en este campo, pues logran simular las condiciones que se producen en los modelos reales, modelos que pueden llegar a ser desde una pieza a sistemas mecánicos de gran complejidad.

El fallo por fatiga cuenta con dos características únicas. La primera de estas es que se trata de una rotura repentina sin deformación previa, y el segundo aspecto a tener en cuenta es el hecho de que el nacimiento de la rotura se desarrolla con la aplicación de cargas muy por debajo del umbral de resistencia estática del material. Estas características hacen del fallo por fatiga más peligroso que el fallo estático, siendo por tanto de vital importancia el estudio de vida a fatiga en el diseño de los componentes, siendo la vida del mismo la estimación del tiempo durante la cual la pieza será capaz de estar sometida a las solicitaciones de servicio sin que se produzca el fallo.

En el crecimiento de grietas por fatiga encontramos dos características particulares, las propiedades del material y la carga. La naturaleza aleatoria de las propiedades del material hace que la vida de crecimiento de grieta de diferentes unidades de un mismo elemento realizado en un mismo material sometido a cargas iguales, pueda dar valores relativamente distintos. El otro factor, que son las cargas que se van a producir durante la vida en servicio de los componentes, rara vez será considerada de amplitud constante. Se tratará normalmente de cargas de amplitud variable, siendo en muchas ocasiones su carácter aleatorio o semi-aleatorio. Por este motivo es necesario obtener un registro de cargas representativas para poder caracterizar la evolución de las mismas, lo cual genera un problema importante ya que solo será una muestra de todos los registros de cargas posibles, ya que si empleamos otro registro de carga se obtendría una vida distinta a la producida con el primer registro.

Para el análisis de la vida a fatiga de un elemento, ya sea mediante simulación o ensayo, se aplica repetidamente los registros de carga hasta producir el fallo. Esto se debe a la longitud finita que normalmente tienen dichos registros. Se introduce así un efecto de secuencia artificial que produce que la vida estimada dependa de la longitud del registro empleado.

De esta forma, la variabilidad de la vida de crecimiento de grietas por fatiga bajo cargas de amplitud variable depende entre otros factores de las características del material, de las características estadísticas de la carga y de la longitud del registro empleado. Esto hace que sea de vital importancia determinar, acotar y cuantificar el valor e influencia de estos efectos. Dicho estudio se abordaría mediante experimentación o haciendo uso diferentes modelos de simulación.

El incremento de longitud de grieta en cada valor de carga está condicionado por la historia previa además de por la longitud de la grieta y los valores máximo y mínimo de tensión en cada ciclo. El estudio del comportamiento de una grieta bajo cargas de amplitud variable, lo realizaremos a través de los análisis de vida de crecimiento mediante simulación ciclo a ciclo. La mayoría de estos modelos de simulación han sido contrastados mediante ensayos con cargas de amplitud constante, y en algunos casos con cargas de amplitud variable.

El desarrollo de métodos de análisis más fiables es esencial debido al gran coste de las determinaciones experimentales así como el alto consumo de tiempo. Si tenemos en cuenta que los análisis de crecimiento de grieta se hacen a partir datos obtenidos en ensayos en los que se somete la probeta a cargas de amplitud constante, los cuales deben extrapolarse hasta los casos reales, llegamos a la conclusión que esto es un problema de gran envergadura, mas si a esto añadimos el desconocimiento real de la secuencia de aplicación de las cargas y a la irregularidad de las mismas, que genera el denominado efecto de interacción de cargas.

## **4.2. HISTORIA DE LOS FENÓMENOS DE FATIGA.**

La fatiga estructural es un problema que se presenta generalmente en los metales. Por ese motivo, durante la época de la Revolución Industrial fue cuando se empezaron a encontrar los primeros fallos por el fenómeno de fatiga.

El fenómeno de fatiga fue descubierto a comienzos del siglo XIX, coincidiendo con el desarrollo avanzado de la maquinaria y de los vehículos de transporte. La primera persona en realizar un estudio sobre la fatiga fue el ingeniero de minas alemán Wilhelm Albert, que ya en 1829 había realizado una serie de ensayos sometiendo a carga y descarga unos eslabones de las cadenas de los elevadores en las minas alemanas de Clausthal. Sin embargo, el primero que utilizó el término de fatiga para referirse a este fenómeno fue el matemático e ingeniero galo Jean Víctor Poncelet, que acuñó dicho termino en el año 1839 al redactar "Introduction à la mécanique industrielle", libro que publicó un año más tarde.

El aumento de uso de las estructuras férreas, especialmente puentes de ferrocarril, hizo crecer en gran medida el interés por los estudios de fatiga. El primer ensayo de este tipo se llevó a cabo en 1842 a raíz de un accidente de ferrocarril ocurrido en Versailles (Francia).

Este accidente tuvo lugar el 8 de mayo de 1842 en la línea París-Versalles. Pasadas las 17:30 horas, la composición formada por dos locomotoras y vagones de madera que partía de la estación de Versailles cargada con 770 pasajeros sufría un descarrilamiento cerca del paso a nivel de 'Les Gardes', a la salida del túnel de Meudon.



*Figura 9. Representación del accidente de Versailles en 1842.*

Las causas del accidente fueron la rotura de uno de los ejes de la locomotora que iba en cabeza de la composición y que llevaba un diseño de dos ejes acoplados. La investigación posterior al accidente demostró que esta rotura se produjo por la descoordinación de las parejas de conducción de las dos máquinas encargadas de tirar del tren. Los maquinistas sometieron a la locomotora en cabeza a un esfuerzo extra que produjo que esta fuera empujada por la 2ª locomotora, de mayor potencia y con tres ejes acoplados.

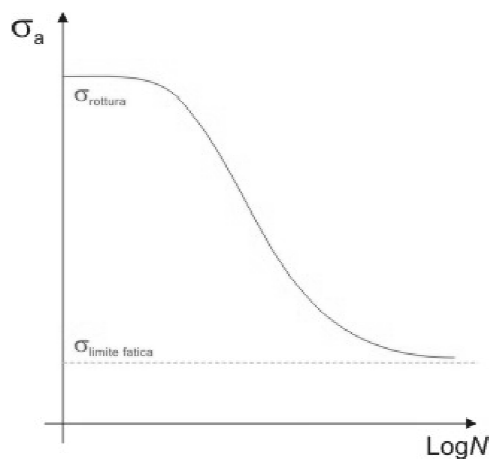
El resultado del descarrilamiento fue un accidente dantesco que conmocionó a Francia y al mundo entero, en donde la segunda máquina terminó encima de los restos de la primera y en donde los coches quedaron empotrados en un vertedero de madera y metal junto a las dos locomotoras. Los coches, que como comentamos con anterioridad estaban contruidos con su caja en madera, prendieron con facilidad haciendo que los fallecidos en dicho accidente fueran alrededor de 55 pasajeros en el que es considerado el primer desastre ferroviario de la historia de Francia y uno de los primeros en todo el Mundo.

Un año después, en 1943, el ingeniero británico W.J.M. Rankine, quien analizó los ejes del tren descarrilado en Versailles reconoció en los restos las características distintivas de la fractura por fatiga, resaltando el peligro que conllevaban el diseño de los componentes de las máquinas, que aglutinaban concentradores de tensiones, es decir, cambios de sección, ángulos pronunciados, ranuras taladros, etc.

Años más tarde se puso nombre a la llamada teoría de cristalización, que empezó a ser estudiada por la British Institution of Mechanical Engineers. Esta teoría atribuía la rotura por fatiga a una cristalización de los metales que sometidos por las vibraciones de los elementos mecánicos en servicio, explicación que surgió debido al aspecto cristalino de la superficie de fractura por fatiga.

El alemán August Wöhler, ingeniero de ferrocarriles, fue quien realizó los primeros estudios sobre el fenómeno de la fatiga. Entre 1852 y 1870 él desarrolló una gran cantidad de ensayos de flexión rotativa sobre ejes de ferrocarril. Observó que la resistencia de los ejes de acero sometidos a cargas cíclicas era apreciablemente menor que su resistencia estática. Su trabajo permitió caracterizar el comportamiento a fatiga en base a las curvas que representan tensiones frente a número de ciclos de carga hasta la rotura. Dichas Gráficas, conocidas como curvas S-N o curvas de Wöhler, son a día de hoy una herramienta fundamental en el estudio de los fenómenos de fatiga.

Wöhler también estableció el concepto de límite de fatiga al concluir que las aleaciones de hierro parecían tener un límite de tensión por debajo del cual no se producía la rotura por muy grande que fuera el número de ciclos.



**Figura 23.** Representación de la curva de Wöhler.

En 1874, el ingeniero alemán H. Gerber, empezó a desarrollar métodos para el diseño a fatiga. Su contribución incluyó el estudio de métodos para el cálculo de la vida a fatiga para diferentes niveles medios de la tensión cíclica. En 1899, Goodman y Soderberg trataron problemas de características similares.

En 1886, el también alemán J. Bauschinger, dio a conocer la idea de que el límite elástico de los metales con cargas cíclicas podía ser diferente a la observada en la deformación monotónica. Además, el mismo Bauschinger confirmó muchos de los resultados que tiempo atrás habían sido obtenidos por Wöhler.

Ya en el siglo XX, concretamente en 1903, Ewing y Humfrey observaron que si se supera el límite de proporcionalidad con carga estática, aparece deslizamiento en algunos planos cristalinos del material y con ello deformación. Sin embargo, observaron también que surgen líneas de deslizamiento para un valor del esfuerzo máximo muy por debajo del límite de proporcionalidad, y que, al aumentar el esfuerzo, aumenta el número de líneas de deslizamiento y su tamaño hasta producirse la rotura de algunos cristales de los que se compone el material. Este proceso es el que, según concluían sus estudios, conduce finalmente a la rotura del material.

Uno de los grandes impulsos en relación a la resistencia a fatiga se produjo cuando se relacionó esta con otros factores como la geometría, el tamaño de las piezas, las condiciones ambientales, el acabado superficial o la estructura metalografía entre otros. Esto supuso un gran avance en la obtención de datos experimentales, que junto con la colaboración de Palmgren y Miner, permitieron el desarrollo de los modelos de daño acumulado para predecir el fallo por fatiga.

Coffin y Manson, quienes en la década de los 60 propusieron una relación empírica entre el número de inversiones de carga hasta rotura y la amplitud de la deformación plástica, establecieron la idea de que las deformaciones plásticas son las responsables del daño en el material. La denominada relación Coffin-Manson es uno método de caracterización de fatiga basado en las deformaciones más utilizado hasta el día de hoy.

Desde principios de siglo, con los estudios de Ewing y Humfrey, se conocía que el fenómeno de fatiga se debía a la formación y crecimiento lento de grietas. A pesar de ello, las herramientas matemáticas necesarias para cuantificar modelos de fallo por fatiga no estaban suficientemente desarrolladas. Una década más tarde el análisis de tensiones de Inglis y el concepto energético de Griffith (1921) aportaron el tratamiento cuantitativo de la fractura frágil, avance que en los materiales metálicos pudo ser aplicado para caracterizar el fallo por fatiga.

Siguiendo la senda de estos, Irwin (1957) demostró que la amplitud de la singularidad en tensiones de una grieta podía ser expresada en términos de una cantidad conocida como el factor de intensidad de tensiones,  $K$ . Con el desarrollo de la mecánica de fractura elástica lineal se intentó caracterizar el crecimiento de las grietas de fatiga también en términos del factor de intensidad de tensiones.

Por su parte, Erdogan y Paris fueron los primeros en sugerir que el incremento de longitud de grieta por ciclo ( $da/dN$ ) podía relacionarse con el rango del factor de intensidad de tensiones ( $\Delta K$ ) bajo cargas de amplitud constante.

La mayor aportación de la mecánica de la fractura elástica lineal es que el factor de intensidad de tensiones, determinado por las tensiones remotas aplicadas y las dimensiones geométricas del componente agrietado, basta para caracterizar la propagación de la grieta. Con la aplicación de los conceptos de mecánica de fractura al fallo por fatiga, tomaron un creciente interés el estudio de los mecanismos de crecimiento subcrítico de grieta. Esto hizo que se desarrollasen modelos conceptuales y cuantitativos para obtener la resistencia de los materiales al crecimiento de las grietas.

De forma paralela a estos estudios, aumentó el interés por comprender el proceso por el que el factor de intensidad de tensiones podía verse alterado con el avance de la grieta. Una importante contribución en este sentido vino de los resultados experimentales de Elber, que en 1970 desvelaron que la grieta puede permanecer cerrada incluso cuando está sometida a tensiones cíclicas de tracción debido a la plastificación producida en el borde de la misma.

Gracias a este descubrimiento podemos concluir que la velocidad de crecimiento de grieta debería venir determinada por un valor efectivo que tuviese en cuenta el cierre en vez de por el valor nominal del rango del factor de intensidad de tensiones. Esta teoría podría ser, sin embargo, errónea, ya que otras investigaciones sugieren que el cierre de grieta puede ser inducido por otros factores mecánicos, micro-estructurales ó ambientales.

En los últimos años, gracias al desarrollo y creación de maquinas más sofisticadas para la realización de ensayos con cargas complejas se ha contemplado que el crecimiento de una grieta con carga de amplitud variable produce lo que se denomina efecto de secuencia o de interacción debido a la irregularidad de la carga. Gracias a diversos trabajos experimentales se demostró, además, que la aplicación de una sobrecarga origina una velocidad de crecimiento en los ciclos posteriores a ella mucho menor que la producida si no existiera esa sobrecarga.

Muchas han sido las investigaciones llevadas a cabo a lo largo de más de siglo y medio, sin embargo, aún no se posee un conocimiento completo del fenómeno de la fatiga de los metales, aun sabiendo que la teoría del deslizamiento demuestra ser la más adecuada para interpretar las fases iniciales de la fatiga de un material. La gran cantidad de datos disponibles para materiales férricos (y algunos otros materiales metálicos) ha permitido desarrollar 'procedimientos de cálculo' razonablemente bien comprobados por multitud de diseños.

Dichos procedimientos han permitido diseñar piezas para una duración dada cuando están sometidas a un estado de tensiones variables conocido. Además, la teoría de la fractura por fatiga permite predecir, entre otras cosas, el crecimiento de la grieta con los ciclos de carga. Por esta razón los métodos tradicionales de cálculo junto con la teoría de la fractura por fatiga proporcionan una sólida base para el diseño de sistemas estructurales metálicos.

#### **4.3. FUNDAMENTOS DE LA FATIGA.**

Se considera que un componente estructural es propenso a fallo por fatiga cuando este, al verse sometido a tensiones variables con el tiempo, es propenso a fracturarse aun cuando se encuentre sometido a tensiones mucho menores a las que es capaz de aguantar a carga estática. Dado que los elementos de máquina están con frecuencia sometidos a este tipo de solicitaciones, y que en casi todos los casos su efecto es más perjudicial que el de las solicitaciones estáticas, el análisis del fenómeno de fatiga es de vital importancia para el diseño mecánico.

Además, en el caso de los componentes mecánicos no solo debemos tener en cuenta que el fallo por fatiga dependerá de una serie de ciclos de carga, sino que también debemos tener presente la forma de estos, es decir, su amplitud y su intensidad o magnitud. En nuestro caso nos centraremos en el estudio del fenómeno en materiales metálicos, ya que nuestro eje y objeto de estudio estará construido en dicho material y estos son los más propensos a sufrir el fenómeno de fatiga.

##### **4.3.1. Fases de propagación de grietas.**

Por normal general, el inicio de las grietas por fatiga se produce en superficies libres, aunque en algunos materiales este puede ocurrir en el interior. La progresión de la grieta se desarrolla en tres etapas: una etapa de iniciación, etapa una de propagación estable y finalmente una etapa de propagación acelerada que conduce al fallo del componente.

- **Iniciación:** el proceso se inicia cuando se sufren deformaciones plásticas en los granos materiales más próximos a la superficie debido a cargas alternantes. Al tiempo que se deforma uno de estos granos situado en la superficie se genera un escalón que inmediatamente se oxida. La deformación en sentido contrario provoca que otro escalón se oxide. La repetición de este ciclo de deformación, oxidación y bloqueo hace que se formen protuberancias o entrantes en la superficie original del sólido, que concentran tensiones. La situación se agrava y a partir de estos defectos superficiales termina por aparecer una microgrieta que se propaga a lo largo de las bandas persistentes de deslizamiento.
- **Propagación:** la grieta continúa su crecimiento en la dirección que requiere de menor trabajo para continuar con su propagación. Esta suele ser perpendicular al esfuerzo aplicado. En esta etapa las grietas se encuentran próximas a producir la rotura de la pieza, sin embargo, son finas y de difícil detección.
- **Rotura:** la grieta siguen creciendo y avanzando por cizalladura hasta que el deterioro de la pieza llega hasta un punto en el que la sección útil de la pieza es muy reducida y es incapaz de resistir la carga, lo que provoca la rotura repentina de la misma. En esta



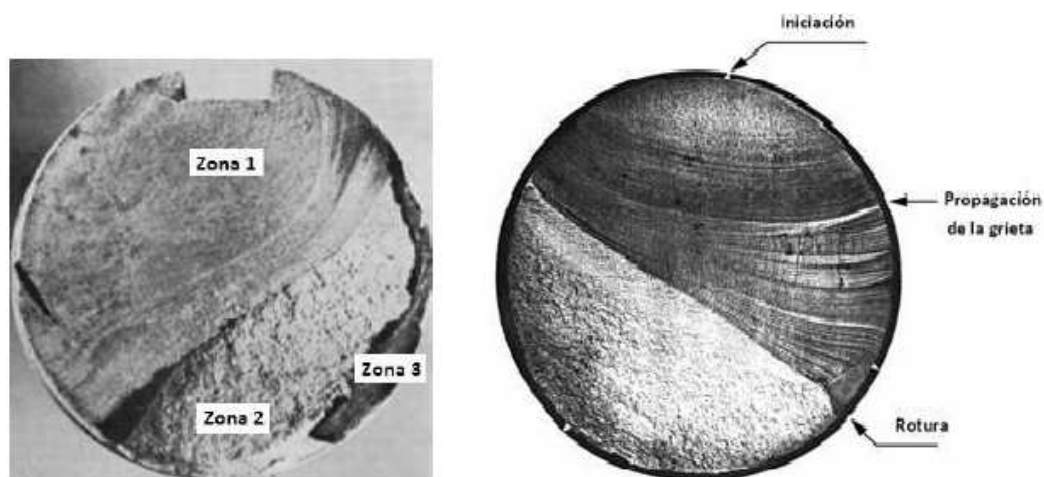
etapa la velocidad de crecimiento es muy grande, por lo que el número de ciclos consumidos en ella apenas cuenta en la vida total de la pieza.

Visualmente es posible identificar con claridad las zonas afectadas durante la etapa por la diferencia de superficies que estas muestran, diferencias condicionadas por el modo de propagación de la grieta. En el siguiente apartado definiremos las mismas. Hay que reseñar que, dependiendo del tipo de rotura que tengamos (lenta o rápida), el tamaño respectivo de cada etapa será mayor o menor.

#### 4.3.2. Características de la rotura por fatiga.

El fallo por fatiga es perfectamente identificable gracias a su característico desarrollo, que queda marcado en la superficie de rotura. Esta superficie aporta mucha información sobre las condiciones de trabajo de la pieza y el desarrollo de la grieta. Al examinarla suelen ser apreciables varias zonas diferenciadas.

Por lo general, en la superficie de una pieza fracturada por el fenómeno de fatiga observamos las superficies que se muestran en la siguiente figura:



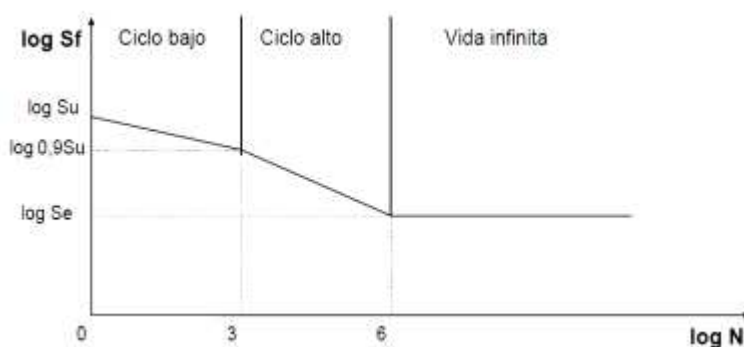
**Figura 10.** Zonas en la superficie de ruptura de un elemento fracturado por fatiga.

- Zona 1: se trata de la zona de mayor sección y correspondiente a la propagación lenta de la grieta, que es también la fuente de concentración de tensiones. Tiene un aspecto liso y en ocasiones es posible distinguir la propagación de la grieta ciclo a ciclo (que esta definida por cada línea o estría de la figura). La mayor o menor nitidez con las líneas o estrías depende del tipo de material en el que esta realizada la pieza.
- Zona 2: se corresponde con crecimiento rápido de la grieta y presenta una superficie irregular que ocupa casi el resto de la superficie de rotura.
- Zona 3: es la sección neta que registra el fallo de la pieza al ser incapaz de resistir la carga desde un punto de vista estático, acaeciando la rotura final en un ciclo de carga.

### 4.3.3. Diagramas S-N.

Como ya citamos en la historia de los fenómenos de fatiga, las curvas de Wöhler se han convertido en el método fundamental para presentar los datos de este fenómeno. Estas curvas son quizás más conocidas como curvas de fatiga o Gráficas S-N (Stress - Number of cycles: Tensión – Número de ciclos). Representa la duración de una probeta, expresada en número de ciclos hasta la rotura,  $N$ , para la máxima tensión aplicada. Debemos tener en cuenta que la mayor parte de investigaciones sobre la fatiga se han realizado empleando las máquinas de flexión rotativa en las que la tensión media es nula, parámetro que condicionará las Gráficas, debiendo hacerse modificaciones en caso de que la tensión media no sea cero. Los diagramas S-N son de vital importancia para el estudio de vida a fatiga ya que detallan la resistencia a fatiga de un material para cada duración.

Existen tres zonas claramente diferenciadas en el diagrama de fatiga de los materiales férreos que podemos apreciar en la siguiente gráfica



**Figura 11.** Diagrama de fatiga S-N.

Observando la Gráfica se distingue que existe un valor para el cual la tensión por debajo del mismo asegura una duración de la probeta infinita, es decir, no se produce rotura. La tensión a la que se produce este efecto se denomina como límite de fatiga de la viga rotatoria o límite de fatiga sin corregir ( $Se'$ ). Asimismo existe una duración de la probeta por encima de la cual la probeta no se romperá (zona horizontal de la gráfica). Este punto en los aceros se encuentra aproximadamente entre  $10^6$  y  $10^8$  ciclos.

En la zona de vida finita puede diferenciarse dos tendencias. La primera, situada entre 1 y  $10^3$  ciclos, muestra una reducción muy pequeña del valor de tensión a rotura. A esta zona se la denomina como fatiga de ciclo bajo, y en ella el material se comporta de forma muy similar a frente a cargas estáticas, aunque su resistencia es levemente inferior.

La segunda pendiente, llamada de fatiga de ciclo alto, se produce entre  $10^3$  y  $10^6$  ciclos y muestra una reducción mucho más sensible con la duración, al tiempo que se comprueba que el material se comporta de manera distinta a como lo hace frente a cargas estáticas.

Hay que destacar que, por regla general, la línea horizontal del diagrama S-N para metales no ferrosos y sus aleaciones presenta una ligera pendiente negativa, lo cual justifica que estos materiales no posean límite de fatiga.

Si no se disponen de datos experimentales para el límite de fatiga, podremos utilizar el siguiente criterio:

- Hierros y aceros forjados:

$$S'_e = 0.5 \cdot S_{ut} \quad S_{ut} \leq 1400 \text{ MPa}$$

$$S'_e = 700 \text{ MPa} \quad S_{ut} \geq 1400 \text{ MPa}$$

- Aceros colados:

$$S'_e = 0.45 \cdot S_{ut} \quad S_{ut} \leq 600 \text{ MPa}$$

$$S'_e = 275 \text{ MPa} \quad S_{ut} \geq 600 \text{ MPa}$$

Estos valores presentados anteriormente de resistencia y límite de fatiga son solo válidos para las condiciones que indican los protocolos de ensayos normalizados. Se utilizan en probetas de tamaño reducido, construidas con mucha precisión de detalle y pulidas cuidadosamente. Otra limitación en el uso de estos datos es que las condiciones de ensayo suelen estar alejadas de las de uso en servicio, algo a tener en cuenta ya que en el laboratorio no se reproducen determinados efectos indeseables que, al ignorarlos, puede ser fatídicos. Si además consideramos que una pieza cualquiera tiene una construcción y forma determinada alejada del trabajo habitual de ensayos de probetas, comprendemos que será necesario aplicar una serie de coeficientes, empíricamente obtenidos, para ajustar el comportamiento a fatiga de las probetas a los de cada pieza.

Estos coeficientes forman la ecuación de Marin, que expresamos a continuación:

$$S_e = K_a \cdot K_b \cdot K_c \cdot K_d \cdot K_e \cdot K_f \cdot S'_e$$

Donde cada factor se corresponde a:

- $S'_e$ : límite de fatiga corregido.
- $K_a$ : factor de acabado superficial.
- $K_b$ : factor de tamaño.
- $K_c$ : factor de confiabilidad.
- $K_d$ : factor de temperatura.
- $K_e$ : factor de concentración de tensiones.
- $K_f$ : factor de efectos diversos.
- $S'_e$ : límite de fatiga sin corregir.

Como vemos, el resultado de la aplicación de estos factores es la obtención del límite de fatiga corregido  $S_e$ , que es el valor de la tensión alternante máxima que permite conseguir una vida infinita en condiciones de funcionamiento.

Conocer el fenómeno de fatiga es de vital importancia en ingeniería mecánica. Las grietas que serán estudiadas mediante el posterior análisis modal del eje son simulaciones del avance de grietas anteriores al fallo por fatiga. Es importante que tengamos en cuenta esto, aunque el análisis de nuestro estudio no profundice más en los conceptos asociados a dicho fenómeno ni a su estudio.

#### 4.4. ACCIDENTES FERROVIARIOS POR FALLO A FATIGA EN EJES.

Gracias a los estudios realizados hasta el día de hoy, los conocimientos sobre la materia ha avanzado hasta dar lugar métodos de cálculo de vida a fatiga más precisos y fiables. Estos avances se han logrado gracias al uso de herramientas cada vez más complejas y precisas, tanto para la medición como la detección de grietas, las cuales se pueden localizar aun con tamaños ínfimos. El desarrollo de la Mecánica de Fractura en sus diferentes ramas (elástica, lineal y elastoplástica) así como el mejor conocimiento del gradiente de tensiones y deformaciones en el fondo de la entalla también han sido avances cruciales para lograr estos conocimientos.

No obstante, a pesar todo, a día de hoy no se posee conocimiento completo del fenómeno de la fatiga, y esto influye de forma crucial en los ejes ferroviarios, ya que son elementos sujetos a un alto número de ciclos de carga en el que su superficie, debido a su rotación, pasa de estar en un estado de compresión a tracción en un corto periodo de tiempo.

Aun así, gracias a los protocolos de mantenimiento implementados durante las últimas décadas, los fallos producidos por la fatiga en los ejes ferroviarios son cada vez menos frecuentes. En el Reino Unido por ejemplo, durante los últimos veinticinco años ha habido una media de 1,6 fallos de ejes por año, en una población de unos 180.000 ejes en servicio.

A pesar de ser un dato optimista, no hay que olvidar que la rotura de un eje ferroviario trae consigo consecuencias catastróficas. Por ejemplo, en Canadá, entre los años 1997 y 2007 se registraron un total de 35 roturas de ejes y, en todos estos casos, la rotura fue acompañada de descarrilamiento.



*Figura 26. Descarrilamiento en Ontario, Canadá, 2007.*

Un ejemplo de estos accidentes es el sucedido el 29 de Junio de 2009 en Viareggio, al norte de Italia, catástrofe que ha sido considerada uno de los accidentes ferroviarios más graves de la historia moderna. Tuvo lugar poco después de la medianoche al explotar un tren de mercancías que transportaba GLP de gas natural mientras pasaba por una estación que se encuentra en pleno centro de la ciudad. El tren sufrió la rotura de uno de los ejes y descarriló, provocando la fuga del gas que ocasionó la explosión.



Al menos veintiséis personas perdieron la vida en el accidente y decenas de viajeros resultaron heridos.



**Figura 27.** Vagón de GLP tras el accidente de Viareggio, 2009.

El accidente de Viareggio demuestra que las medidas de seguridad no son todavía lo suficientes y que es necesario seguir realizando investigaciones para mejorar los diseños, los criterios de tolerancia y los planes de mantenimiento con un único fin: obtener cero fallos por causas mecánicas en servicio.



**Figura 28.** Estado de la vía tras el accidente en Viareggio.

En respuesta a este accidente diversos proyectos internacionales están siendo llevados a cabo, entre los que cabe destacar el proyecto EVIC, que unifica los criterios de inspección de ejes para toda la eurozona.



**Figura 29.** Estado del eje del tren de Viareggio tras la catástrofe.



## **CAPÍTULO 5:**      INTRODUCCIÓN AL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS





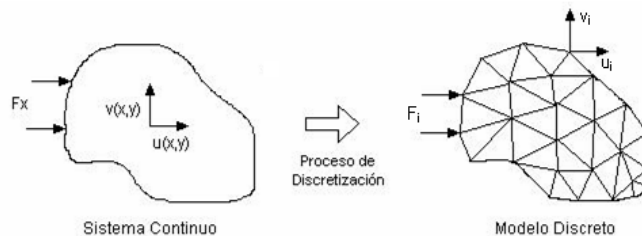
## 5.1. INTRODUCCIÓN.

Se denomina como método de los elementos finitos al procedimiento numérico que se utiliza para resolver problemas de física matemática e ingeniería mediante la aproximación de soluciones de ecuaciones diferenciales. Por otro lado, las expresiones analíticas son aquellas que se basan en fórmulas matemáticas para obtener los valores de las variables que se desean conocer.

Por lo general, no es posible obtener una solución matemática exacta empleando estas últimas, sobre todo si pretendemos analizar con ellas elementos con geometrías complejas, con determinados sistemas de cargas y que están constituidos por materiales diversos que no tienen por qué tener las mismas propiedades en toda su extensión, parámetros que aumentan la dificultad del problema y que influirán en la precisión del resultado final.

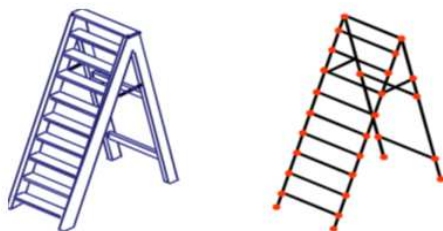
A la hora de aplicar los métodos de los elementos finitos (MEF), es importante poder tener una hipótesis con la que simplificar el modelo sin influir en la precisión del resultado final del mismo. Esto se logra con el conocimiento de las ecuaciones constitutivas y de evolución temporal del problema, algo imprescindible a la hora de resolver problemas de este tipo.

También, para lograr la mayor precisión posible en la resolución, análoga con el caso real, el MEF realiza una transformación denominada discretización, la cual consiste en pasar de un sistema continuo a otro equivalente formado por un número elevado de subdominios (los elementos finitos) de geometría simple, que, además, se encuentran interconectados entre sí en puntos, líneas de contorno o superficies comunes.



**Figura 30.** Ejemplo de discretización en elementos finitos.

Siguiendo este procedimiento, en lugar de solucionar el problema de dominio en una sola operación, se aplican las leyes físicas a cada uno de los elementos finitos y, al combinarlos, se obtiene la solución total. Como vemos, la discretización permite simplificar notablemente el problema, aunque, debido a la misma, la exactitud del resultado dependerá del número de elementos discretos en el que hayamos dividido nuestro modelo continuo.



**Figura 12.** Diferenciación entre sistema real y sistema de elementos finitos.

Dentro de cada elemento existen una serie de puntos representativos llamados ‘nodos’. Dos nodos son adyacentes si pertenecen al mismo elemento finito, además de que, un nodo sobre la frontera de un elemento finito puede pertenecer a varios elementos.

Al conjunto de nodos considerando sus relaciones de adyacencia se llama ‘malla’. La generación de la malla se realiza usualmente con programas especiales llamados generadores de mallas previamente al comienzo de la solución del problema o con extensiones específicas para dicha labor.

La solución de problemas de tipo estructural suele basarse en la determinación de los desplazamientos en cada nodo y el cálculo de las tensiones y deformaciones dentro de cada uno de los elementos a través de relaciones cinemáticas y constitutivas. Dada a la complejidad del cálculo de estos problemas se ha de recurrido a las nuevas tecnologías para agilizarlo, aplicándose planteamientos matriciales en el MEF gracias a los avances informáticos, lo que ha supuesto un avance para este método de resolución y otros avances teóricos de nuevos conceptos computacionales.

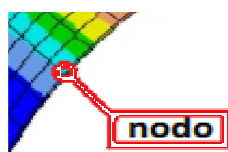
La variedad de problemas a los que puede aplicarse esta metodología ha crecido enormemente. Se usa en el diseño, en la mejora de productos y en aplicaciones industriales, así como en la simulación de sistemas físicos y biológicos complejos. A día de hoy se ha convertido en un elemento clave e indispensable en la tecnología, modelización y simulación de sistemas de ingeniería avanzada, una herramienta que difícilmente podría sustituirse.

También es importante destacar que el método de elementos finitos permite detectar en el transcurso del proceso de diseño otros problemas relacionados con las tensiones, las vibraciones, la temperatura, etc., algo de gran utilidad pues permite realizar cambios en este proceso antes de la construcción del prototipo, con el pertinente ahorro de tiempo y recursos, reduciendo el número de estos en el proceso de desarrollo y obteniendo desde las primeras pruebas modelos mucho más fiables.

### **5.1.1. Componentes básicos en un modelo MEF.**

#### **5.1.1.1. Nodo.**

Como hemos citado en el anteriormente, un nodo es un punto de unión entre dos o más elementos dentro de la malla que divide el modelo a estudiar. Cada nodo ocupa una posición en el espacio y representa unas coordenadas determinadas donde se definen sus grados de libertad. Estos grados de libertad ponen de manifiesto los movimientos que el nodo puede sufrir cuando se somete a una carga a la estructura de la que forma parte, así como las fuerzas y momentos que pasan de un elemento al siguiente.



*Figura 32. Representación de un nodo.*

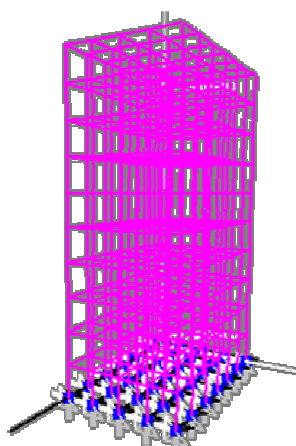
Los grados de libertad, que dependen de cada tipo de elemento, ponen de manifiesto también las fuerzas y restricciones que se transmiten, de modo que fuerzas axiales y cortantes equivalen a un grado de traslación respectivamente mientras que un momento equivale a un grado de rotación.

#### **5.1.1.2. Elemento.**

Un elemento es el bloque constructivo más básico del análisis por elementos finitos. Conforma una relación matemática que define la interrelación entre los grados de libertad de dos nodos adyacentes.

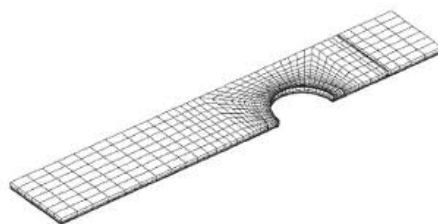
Existen diferentes tipos básicos de elementos. De este modo, la elección del tipo de elemento que se empleará para realizar el análisis por MEF dependerá del tipo de modelo que se vaya a estudiar. Los principales tipos de elementos son:

- **Viga:** se utiliza para análisis de dos o tres dimensiones de elementos que sean suficientemente esbeltos. Se representan con una sola dimensión, la longitud.



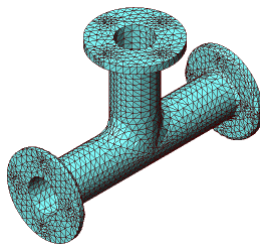
**Figura 33.** Elemento tipo viga con mallado.

- **Placa:** es utilizado en modelos con espesor delgado, en el que se supone que la tensión varía de forma lineal con el espesor.



**Figura 13.** Elemento de tipo placa con mallado.

- Sólido: es el elemento más general. Dependerá a su vez de la forma del objeto o modelo a estudiar en el MEF, ya sea un bloque, tetraedro, hexaedro, etc.



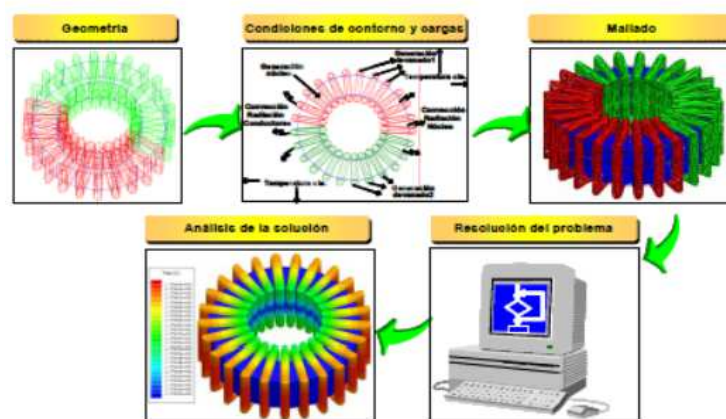
**Figura 145.** Elemento de tipo sólido con mallado.

## 5.2. ALGORITMO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.

A continuación analizamos las fases típicas en la resolución de problemas mediante las herramientas basadas en métodos de elementos finitos:

- Definición de la geometría del objeto a estudio: consiste en la obtención de un dibujo, ya sea en 2D o 3D, de las formas de los diferentes objetos a resolver con las ecuaciones de campo. Normalmente, para la realización de esta fase, los MEF disponen de una herramienta CAD integrada.
- Definición de las propiedades físicas de los materiales: consiste en introducir las propiedades mecánicas, térmicas, etc., para cada elemento generado en la anterior fase. Los MEF suelen tener una amplia base de datos de propiedades físicas de diferentes materiales para que esta fase resulte más cómoda.
- Definición de las condiciones de contorno: durante esta fase se definen todas las propiedades de contorno, tales como restricciones, temperatura exterior y otros factores diversos.
- Disposición de cargas: en esta fase se definirán las cargas aplicadas, ya sean fuerzas puntuales, uniformemente distribuidas, presiones, etc.
- Proceso de mallado: En esta fase el objeto a estudio se subdivide en diferentes elementos en los que se resolverán las ecuaciones de campo, elementos que en su conjunto recibirán el nombre de malla. El mallado puede realizarse de forma homogénea, por defecto o incluso particularizando la densidad del mismo para aquellas zonas en donde se estime necesario. El mallado es clave para obtener resultados lo más cercanos posibles al caso real, usándose para definir la densidad del mismo una relación equilibrada entre la exactitud a obtener y el tiempo de cálculo a emplear en el análisis.
- Resolución del sistema: en esta fase se procede a aplicar el método de análisis de elementos finitos para así obtener la solución del problema físico de forma iterativa. La solución se obtiene para cada uno de los elementos en los que se descompuso la geometría, aunque los resultados pueden ser integrados con la suma de estas subdivisiones, ya se trate de un área o volumen.

- Análisis de la solución: una vez obtenida la solución, es posible analizar los resultados y sacar conclusiones pertinentes.



**Figura 15.** Proceso de obtención de la solución mediante herramientas MEF.

### 5.3. APLICACIONES.

Los programas de MEF son utilizados para analizar tanto problemas estructurales como no estructurales. Las áreas estructurales a las que se suelen destinar son:

- Estudio de tensiones en el modelo: relacionadas con el efecto de concentración de tensiones producidos por agujeros, flancos, entallas y otros cambios en la geometría del cuerpo.
- Estudio de vibraciones: su cometido es intentar evitar problemas importantes si el modelo trabaja a la misma frecuencia que su frecuencia propia.
- Pandeo.

Dentro de los problemas no estructurales que se resuelven con el MEF tenemos:

- Flujo de fluidos, incluyéndose la filtración a través de medios porosos.
- Transferencia de calor.
- Transporte de masa.
- Distribución de potencial electromagnético.

Otro campo donde también se ha llegado a aplicar este método es en la biomecánica en el análisis de tensiones importantes producidas en huesos y articulaciones. También se sabe de la intención de algunos economistas de utilizar las herramientas del MEF para simulaciones de situaciones económicas.

#### 5.4. VENTAJAS Y LIMITACIONES.

Las principales ventajas del uso de herramientas MEF son:

- Posibilidad de componer el modelo de diferentes materiales gracias a la aplicación de las pertinentes ecuaciones de forma individual en cada nodo.
- Posibilidad de implementar el comportamiento no lineal que existe en materiales no lineales o casos con grandes deformaciones.
- Posibilidad de modificar el tamaño de los elementos cuando se requiera.
- Posibilidad de utilizar efectos dinámicos.
- Generación de modelos con geometría irregular de forma sencilla.
- Sencillez en la aplicación de las condiciones de carga.
- Número ilimitado de condiciones de contorno aplicables.

Por otro lado, el uso de herramientas MEF presenta una serie de limitaciones:

- El MEF sólo proporciona respuestas numéricas cuantitativas concretas, no relaciones cualitativas generales. Esto se debe a que el MEF calcula soluciones numéricas concretas y adaptadas a unos datos particulares de entrada, por lo que no puede hacerse un análisis de sensibilidad sencillo que permita conocer como variará la solución si se altera ligeramente alguno de los parámetros de entrada.
- El MEF proporciona una solución aproximada cuyo margen de error en general es desconocido. Si bien algunos tipos de problemas permiten acotar el error de la solución, debido a los tipos de aproximaciones que usa el método, los problemas no-lineales o dependientes del tiempo en general no permiten conocer su error.
- Todas aplicaciones que usan MEF requieren de tiempo para lograr un ajuste idóneo de la geometría a estudio. Esto hace que con bastante frecuencia existan problemas de condicionamiento de las mallas, grado desigual de convergencia de la solución aproximada hacia la solución exacta en diferentes puntos, etc. Esto provoca que una simulación requiera del uso de numerosas pruebas y ensayos usando geometrías simplificadas o casos menos generales del que en principio se pretendía simular para empezar a lograr resultados satisfactorios.



## **CAPÍTULO 6:**      SOFTWARE PTC CREO 2.0





## 6.1. INTRODUCCIÓN.

Creo 2.0 es un producto creado por Parametric Technology Corporation (PTC) que sigue con la familia de productos paramétricos que integran 3D en CAD/CAM/CAE. Esta empresa, muy conocida por sus primeros productos de este ámbito, denominados anteriormente como Pro|ENGINEER®, fue la primera en vender un software asociativo de modelado paramétrico y basado en características.

Este software prosigue con la línea de desarrollo de los productos anteriores de PTC, suministrando una amplia de posibilidades de diseño, pudiendo recrearse elementos sólidos, modelar conjuntos de extrema complejidad, realizarse análisis de elementos finitos, y usar CN, lo que convierte a Creo 2.0 en herramientas de extrema funcionalidad para ingenieros en el área de la mecánica.



*Figura 37. Logotipo del software Creo 2.0.*

El sistema que implementa aun a día de hoy esta versión fue creado a mediados de la década de los 80 por Samuel P. Geisberg, convirtiéndose en el primer sistemas de diseño 3D CAD paramétrico de éxito. El modelado paramétrico usa parámetros, dimensiones, rasgos y relaciones captando el comportamiento deseado del producto, creando así una lista la cual permite la automatización y la optimización del diseño en todos los procesos asociados a su desarrollo.

Creo 2.0 incorpora, al igual que su antecesor Creo Elements, un completo set de diseño, análisis y capacidades para la fabricación incluyendo entre otros: modelado de sólidos, de superficies, renderización, interoperabilidad de datos, diseño de sistemas dirigidos, simulación, análisis de tolerancias, diseño mecanizado y sistema de control numerico.

Una gran ventaja que tiene el sistema Creo con respecto a la competencia es que posee una familia de soluciones integradas CAD/CAM/CAE completamente asociativas que permiten que cualquier cambio producido en el diseño se refleje automáticamente en el resto de los elementos sin tener que convertir los datos, lo que proporciona gran ventaja a los ingenieros y diseñadores. Por ello, un producto y su lista de material (BOM) puede ser modelado con exactitud con dibujos totalmente asociativos procedentes de ingeniería.

El sistema Creo compite en el mercado con los renombrados productos CATIA y NX (Unigraphics). La versión utilizada en este proyecto es, como ya hemos comentado, el Creo 2.0, producto que fue puesto en el mercado en el segundo semestre de 2012.

Creemos conveniente destacar que el sistema Creo no es el único producto de PTC, una empresa que ha desarrollado otros software para diferentes campos como son el Windchill (para gestión de contenidos y procesos), el ProductView (sistema de simulación avanzada y visualización interactiva), Mathcad (software reputado usado para cálculos de Ingeniería), Arbortext (destinado a la publicación dinámica), Integrity (software que organiza, administra y da visibilidad a los procesos de desarrollo) y Servigistics (producto específico para la gestión del ciclo de vida en servicio).

Esta gran variedad de productos hace que PTC sea empleada en muy diversos sectores de desarrollo tecnológico como son los campos de la aeronáutica y sistemas relacionados con defensa, aerolíneas y automoción, productos de consumo, electrónica y de alta tecnología, calzado y complementos, maquinaria industrial o incluso dispositivos médicos de precisión.

## **6.2. POSIBILIDADES DEL PROGRAMA.**

Creo 2.0 es un software que aporta un gran número de soluciones para el diseño, el modelaje de piezas e incluso labores como el análisis junto con los procesos posteriores a este paso. Algunas de las soluciones más importantes que proporciona este programa son:

### **6.2.1. Soluciones de dibujo.**

#### **6.2.1.1. Creo sketch.**

PTC Creo Sketch ofrece una forma rápida y sencilla de que el personal de la empresa pueda contribuir con sus ideas de forma gráfica. Se trata de una aplicación de diseño 2D que permite a los usuarios esbozar rápidamente sus ideas. Los usuarios pueden añadir color u otros efectos especiales al esbozo si necesitan transformar un esbozo rápido en ilustraciones terminadas.

Al formar parte de los productos PTC Creo, los diseño 2D de PTC Creo Sketch pueden ser compartidos y reutilizarse fácilmente como trazo de esbozo en otras aplicaciones como PTC Creo Parametric. Al aprovechar la aportación de más personas y los datos en el ciclo de diseño, se fomenta la innovación, se mejora la calidad del producto y se aceleran muchos procesos de desarrollo del producto. También permite sustituir los tradicionales esbozos dibujados a mano por diseños conceptuales, ilustraciones o revisiones de diseños.

#### **6.2.1.2. Creo layout.**

PTC Creo Layout es una aplicación CAD 2D independiente que soluciona el problema de errores y pérdida de tiempo en crear datos 2D en 3D, permitiendo aprovechar lo mejor de los entornos 2D y 3D en el proceso de diseño y reduciendo el tiempo de desarrollo y el coste.

Puede crear rápidamente conceptos de diseño detallados en 2D, añadir información detallada, como cotas, anotaciones, etc. y después aprovechar los datos 2D en el diseño 3D utilizando PTC Creo Parametric, permitiendo incluso importar datos de este, como trazado de esbozos o cortes transversales, o incluso de otros sistemas 2D, DXF, IGES, DWG, DRW, etc., para acelerar el diseño detallado de conceptos.

#### **6.2.1.3. Creo Schematics.**

PTC Creo Schematics proporciona una herramienta para poder interpretar diagramas esquemáticos 2D en papel para el ruteo de cables y tuberías 3D.

Este completo software CAD 2D además es multidisciplinar y puede ser usado tanto en diagramas esquemáticos para la documentación de sistemas eléctricos y mecánicos como para el diseño 3D de cables y tuberías convencionales, creando diseños esquemáticos de forma fácil y rápida, lo que permite la documentación del sistema con independencia de su complejidad.

### **6.2.2. Soluciones de modelaje.**

#### **6.2.2.1. Creo Parametric.**

Es uno de los dos módulos que vamos a utilizar para desarrollar el trabajo en el presente proyecto, el cual proporciona una gama amplia de prestaciones de diseño CAD 3D eficaces y flexibles para hacer frente a los desafíos de diseño más exigentes, incluida la adaptación a los cambios en fases finales, el trabajo con datos de otros sistemas CAD y diseño electromecánico.

Gracias al sistema empleado, los usuarios pueden cambiar sin dificultades de un modo de modelado a otro y los datos de diseño 2D ó 3D pueden ser trasladados fácilmente entre distintas aplicaciones conservando la intención de diseño. Esto tiene como resultado un nivel sin precedentes de interoperabilidad, lo cual permite desarrollar el modelo desde el concepto hasta el mecanizado, de una forma rápida y barata, y proporcionando innovadoras ganancias de productividad a través de los procesos de desarrollo.

#### **6.2.2.2. Creo Direct.**

PTC Creo Direct es una aplicación CAD 3D autónoma para una amplia gama de usuarios de una empresa que gracias a permitir a más usuarios acceder y usar los datos CAD consigue que los ciclos de diseño sean mas rápidos, optimizando los flujos de trabajo CAE a dar a los analistas la capacidad de editar datos del diseño 3D antes del análisis, realizando los cambios de diseño directamente en el modelo. Además, el software proporciona a los diseñadores de conjuntos de herramientas adecuada para crear plantillas, sujeciones y realizar la edición de datos de modelo para el diseño y posterior uso de herramientas CN.

#### **6.2.2.3. Creo Options Modeler.**

PTC Creo Options Modeler es una aplicación dedicada para crear y validar conjuntos de productos modulares 3D, con independencia de la complejidad. Este se basa en la creación de módulos de productos reutilizables y la definición de su interacción y montaje. Gracias a esta aplicación los diseñadores pueden modelar rápidamente cualquier producto para el cliente.

### **6.2.3. Soluciones de validación.**

#### **6.2.3.1. Creo Simulate.**

PTC Creo Simulate es el segundo módulo que vamos a utilizar en el desarrollo y análisis de nuestro proyecto. Una de las virtudes de este módulo es que, con el mismo, los ingenieros de diseño pueden conocer el rendimiento de un producto y adaptarlo a su función durante esta fase de desarrollo sin necesidad de que posean los conocimientos de un especialista.

Así, con el PTC Creo Simulate se pueden realizar un número extenso de prototipos 3D virtuales con los que poder comprobar una amplia gama de propiedades estructurales y térmicas desde una fase temprana del proceso de diseño, antes de crear el primer prototipo. Gracias a esto, los ingenieros obtienen información antes de que el prototipo se haya realizado, información con la que se podrán mejorar los procesos de verificación, validación y con las que se reducirán el número de prototipos, logrando una mayor calidad a la vez que se reduce el coste.

Esta serie de características, además del sello innovador de PTC al permitir el diseño simultáneo, de ofrecer la posibilidad de simular los resultados de cada diseño, el poder realizar tipos de análisis CAE estándar, incluidos el estático lineal, el modal, de torsión, de contacto y el térmico de estado fijo, hacen que Creo Simulate sea una de las interfaces más productivas que se pueden en ingeniería.

### **6.2.4. Soluciones de visualización.**

PTC Creo 2.0 ofrece una interesante gama de herramientas de visualización e ilustración 3D que permiten ver, anotar, interactuar y distribuir todas las formas de datos de productos digitales. Estas herramientas proporcionan una solución al problema de compartir y utilizar el gran volumen de contenido digital creado durante el proceso de desarrollo de productos.

Las aplicaciones PTC Creo de visualización e ilustración técnica 3D incluyen:

- PTC Creo View MCAD: para visualización y análisis de información MCAD.
- PTC Creo View ECAD: para visualización y análisis rápidos de información ECAD.
- PTC Creo Illustrate: para reutilizar los datos 3D y generar ilustraciones interactivas avanzadas.

### **6.3. RESUMEN DE CAPACIDADES.**

Como cualquier otro software especializado en los campos del CAD/CAM/CAE, PTC está en continuo desarrollo de sus productos de la rama Creo para intentar incluir cada vez mejores funcionalidades y avances para sus usuarios.

Las capacidades del programa se pueden dividir en tres: diseño, análisis y fabricación.

### **6.3.1. Diseño.**

PTC Creo 2.0 ofrece una amplia gama de herramientas que permiten la generación de una representación digital de cualquier pieza o composición que se desee diseñar. También, estas herramientas presentan la capacidad de generar geometrías en otros formatos de diseño integrado, herramientas como pueden ser conductos industriales o cableados completos, con lo que, al hacer estos diseños disponibles, se colabora conjuntamente con el desarrollo.

Estas herramientas proporcionan conceptos de diseño real, que pueden usarse como referencia a la hora de realizar un producto, facilitando la obtención de datos, haciéndolo más comprensivo para el diseñador.

### **6.3.2. Análisis.**

PTC Creo 2.0 pone a disposición del usuario gran cantidad de herramientas de análisis dirigidas a ensayos térmicos, estáticos, dinámicos, de fatiga (FEA) con el propósito de obtener estudios fiables y ayudar al desarrollo de los proyectos realizados con su software.

Estas herramientas incluyen además factores humanos, tolerancias de fabricación, flujos de moldeo y optimización de diseño (que se pueden usar para obtener dimensiones de diseño óptimas junto con el análisis MEF).

### **6.3.3. Fabricación.**

PTC Creo 2.0 está preparado para crear soluciones de control numérico, proporcionando un conjunto de herramientas usadas en el entorno industrial como herramientas para diseño y simulación de mecanizado, que permiten realizar el cálculo de las trayectorias para el control numérico y los programas de inspección mientras se está elaborando el diseño del producto, lo que contribuye a una labor conjunta entre los ingenieros de producción, creación y diseño en una fase pronta de la elaboración del producto, permitiendo cambios en el diseño antes de la producción de los modelos de prueba.

### **6.3.4. Ficheros soportados.**

El desarrollo completo de cualquier proyecto requiere el uso de diferentes módulos del Creo 2.0, cada uno de ellos dedicado a una labor específica como puede ser la realización de planos 2D, el modelado de las diferentes partes, el montaje de conjuntos, etc. Con el objetivo de facilitar la gestión del proyecto, los ficheros generados por los distintos módulos tienen distintas extensiones. Cuatro de los tipos de archivos más reseñables o imprescindibles de este software son los siguientes:

- Assembly (\*.ASM): Archivos de conjunto. Estos archivos pueden contener uno o más archivos de tipo conjunto o tipo pieza ensamblados.
- Part (\*.PRT): Archivos de piezas. Son archivos que están formados por conjuntos de funciones (extrusiones, cortes, agujeros, redondeos, etc.).

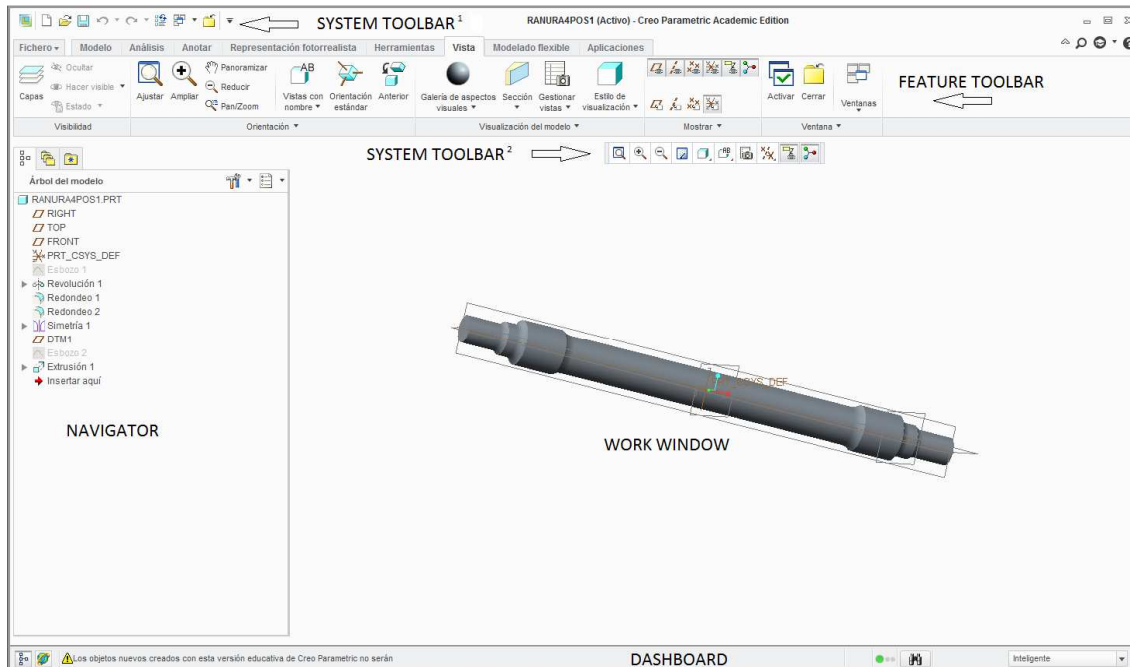
- Drawing (\*.DRW): Archivos de dibujo. Son planos en 2D formados por vistas procedentes de los modelos 3D citados previamente.
- Step (\*.STP): Archivos CAD. Los archivos STEP están implementados en formato internacional para cubrir limitaciones de las normas de conversión de datos.

A demás de estos cuatro tipos de archivos, PTC Creo da la posibilidad de usar archivos más especiales como por ejemplo los archivos de fabricación, de formatos, informes, archivos de información, layouts, diagramas, procesos de montaje, etc., siguiendo en la línea que PTC propone de adaptabilidad de software.

#### 6.4. ENTORNO DE CREO 2.0.

PTC Creo 2.0 es un software que, a pesar de sus aplicaciones a la ingeniería, muestra una manejabilidad excelente, ofreciendo un entorno de trabajo interesante y sencillo. Este estudio, como anteriormente hemos comentado, ha sido realizado los modulos Creo Parametric y Creo Simulate. A continuación haremos una descripción del entorno que ambos módulos del PTC Creo 2.0 comparten.

Las zonas que componen el entorno de trabajo en PTC Creo 2.0 son las mostradas en la siguiente figura:



**Figura 38.** Interfaz de trabajo de PTC Creo 2.0.

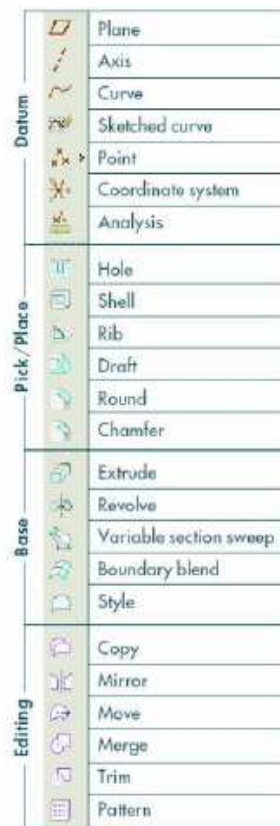
- Work Window: es la ventana principal de trabajo donde se visualizara el modelo con el que trabajaremos.

- Navigator: se encuentra generalmente en el lado izquierdo de la pantalla y es la zona en donde se muestra el Model Tree o árbol del modelo, en el que se pueden observar los distintos pasos realizados sobre el elemento, permitiéndose la edición de estos. Varía si se trata de un conjunto (Assembly) o de una pieza (Part).
- System Toolbar<sup>1</sup> y System Toolbar<sup>2</sup>: estas dos botoneras divididas en la parte superior de la pantalla presentan diferentes herramientas para interactuar con el modelo con el que trabajamos. Las más importantes son:



**Figura 39.** Barra de herramientas del sistema.

- Feature Toolbar: es un conjunto de menús que permiten acceder a las herramientas de construcción y edición del Creo 2.0, herramientas como pueden ser extrusión, vaciado, redondeo, protusión por barrido, etc:



**Figura 40.** Barra de herramientas.



- Dashboard: se encuentra en la parte inferior de la pantalla y esta es la zona donde se observan los pasos necesarios para realizar las operaciones de creación de un modelo. Incluye el “Message Area” donde se informe del estado de la operación y el siguiente paso, además del “Status Bar”, donde se informa sobre el menú o icono seleccionado.





## **CAPÍTULO 7:**      METODOLOGÍA



## **7.1. INTRODUCCIÓN.**

El cometido del presente proyecto es, como ya se ha comentado en apartados anteriores, es proseguir con una serie de investigaciones realizadas por la Universidad Carlos III de Madrid en referente a la defectología de ejes ferroviarios, con la principal meta de definir una relación entre las frecuencias propias de vibración de un eje ferroviario y el área de las playas de avance de las grietas que provocan a posteriori la fractura por fatiga, punto crítico a analizar en todo componente mecánico sometido a cargas cíclicas y con numerosos puntos de acumulación de tensiones.

Debido a sus características, los ejes ferroviarios representan el modelo más representativo en cuanto a fallos por fatiga debido a cargas cíclicas. La necesidad de evitar y detectar este fenómeno antes de que este pueda producir rotura ha hecho que en los últimos años se haya producido un gran avance en el desarrollo de nuevas técnicas PCRT, técnicas que han dado una de las líneas principales de investigación que actualmente analiza el departamento de Ingeniería Mecánica de la Universidad Carlos III de Madrid.

Estas técnicas están mostrando un papel crucial al suponer un ahorro de costes y tiempo en aspectos tan dispares como el diseño o análisis de componentes ya implementados en sus respectivos conjuntos mecánicos, aumentando no solo la eficacia, sino también la eficiencia de trabajo, algo de vital importancia hoy en día en sectores tan competitivos.

Para llevar a cabo el objetivo del proyecto, vamos a utilizar el software de elementos finitos Creo Simulate 2.0, descrito en el capítulo anterior, con el cual caracterizaremos el comportamiento modal del eje ferroviario para así poder estudiar los cambios producidos en este tras la aparición de grietas en determinados puntos de su superficie.

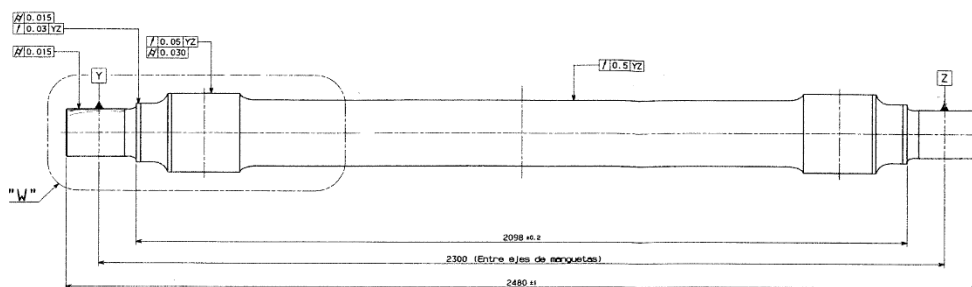
En los siguientes apartados de este capítulo describiremos las características del eje sometido a estudio, para después analizar la metodología a seguir para el desarrollo del proyecto, estudiando los cambios producidos en el eje cuando se produzca la aparición y propagación de las grietas.

## **7.2. DEFINICIÓN DEL EJE SOMETIDO A ESTUDIO.**

En este apartado estableceremos tanto la geometría del eje a estudio como el material que constituirá el mismo.

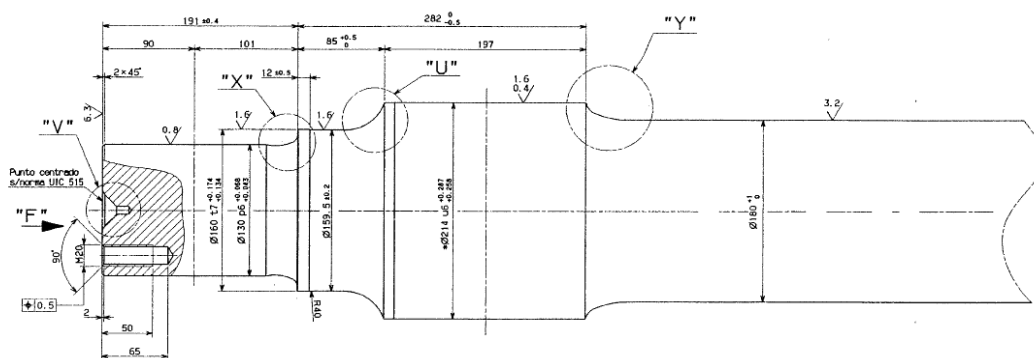
### **7.2.1. Geometría del eje.**

Las medidas del eje estudiado han sido facilitadas y suministradas por la empresa española CAF (acrónimo de Constructores y Auxiliar de Ferrocarriles) con la que se han realizado durante los últimos años diversos estudios en el departamento de Ingeniería Mecánica de la Universidad Carlos III de Madrid. El plano completo está situado en el anexo final del proyecto. En relación con lo dictado en este plano se ha procedido al diseño del eje con la herramienta Creo Parametric 2.0.



**Figura 41.** Plano del eje sometido a estudio.

En la figura siguiente podemos ver en detalle el extremo del eje a estudio, sección denominada W en el plano adjunto al final del documento y donde se sitúan los puntos más relevantes de concentración de tensiones.



**Figura 42.** Plano detalle del extremo del eje.

### 7.2.2. Material del eje.

El material utilizado en la construcción del eje a estudio y que hemos implantado en el software para la realización de nuestro análisis es acero al carbono templado A1N, norma UNE-EN 13261:2009+A1:2011 de Septiembre de 2011, cuyas propiedades se detallan a continuación.

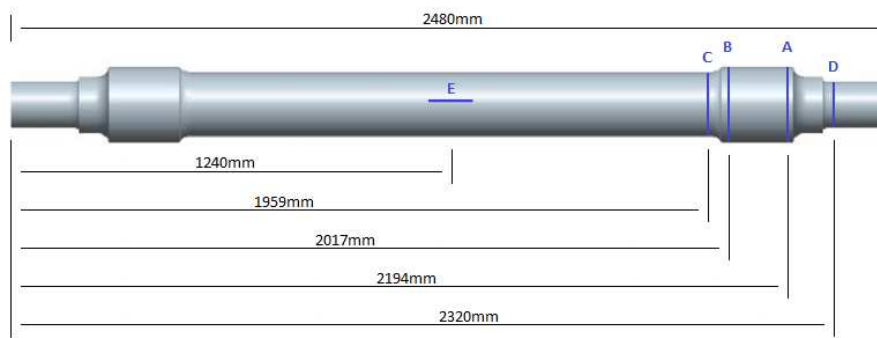
- Resistencia última a tracción = 600 MPa.
- Límite elástico = 395 MPa.
- Módulo de Young = 210 Gpa.

El eje, además, ha sido tratado con un acabado superficial de tipo granallado, el cual consiste en la proyección de partículas abrasivas a gran velocidad. Este método es muy utilizado en la actualidad por la industria ferroviaria ya que con este se elimina las imperfecciones del eje y se asegura la mínima rugosidad indicada en el plano de diseño.

### 7.3. METODOLOGÍA DE DISEÑO APLICADA.

Una vez definido el marco teórico, los elementos de estudio y las herramientas a utilizar en el mismo, concretaremos la metodología que impartiremos en el diseño para la consecución de los objetivos previamente fijados.

- Modelado del eje: Mediante el uso de Creo Parametric 2.0 modelaremos el eje a estudio a partir del plano facilitado por CAF. En un primer momento se diseñará un boceto en 2D de la mitad del eje a estudio. Después de la correcta definición del boceto en cuestión, mediante el comando de extrusión por revolución generaremos un modelo en 3D del mismo, obteniendo la mitad del eje en cuestión “en bruto”. Una vez efectuado este paso deberemos aplicar los redondeos descritos en el plano, definiendo así por completo las condiciones de contorno del eje. Posteriormente usaremos el comando de simetría para obtener el eje completo, obteniendo un modelo fidedigno al eje en cuestión con el que realizar los pertinentes análisis.
- Análisis de sensibilidad de la herramienta: Los resultados de los análisis van a depender de manera muy significativa del mallado utilizado así como de los parámetros asociados al método de resolución. Debido a que nos enfrentamos a un estudio en donde el volumen de datos a aumentado de forma considerable con respecto a proyectos precedentes este paso no solo condicionara los resultados a obtener, si no que también afectara directamente a la eficiencia del análisis global, ya que recordemos que la clave de un proyecto de este ámbito se basa en encontrar una buena relación entre el mallado, tiempo de análisis y exactitud de resultados. En este proyecto hemos decidido realizar un breve estudio de la eficiencia del mallado comparando diferentes densidades de malla y los resultados que estas ofrecían con respecto a proyectos precedentes, estudio que ofrecemos en el capítulo 8.
- Análisis modal previo: una vez modelado el eje en PTC Creo Parametric debemos corroborar que este ha quedado definido correctamente, tanto en las medidas del mismo como en sus características y restricciones. Para ello debemos acondicionar nuestro análisis a estudios precedentes con el fin de hacer comparaciones directas. En nuestro caso esto implicó usar mallas más densas y menos eficientes a las que ya habíamos seleccionado en el análisis de sensibilidad, sin embargo, gracias a este análisis modal previo pudimos comprobar que los resultados obtenidos por nuestro eje eran idénticos a los análisis anteriores al que nos compete, dando por tanto el visto bueno al eje modelado.
- Modelado del avance de las grietas: como ya hemos comentado en el documento, el objetivo de este proyecto es realizar una aproximación al avance de las grietas (playas) influenciadas por el proceso de fatiga. Así pues, la finalidad principal de este análisis es estudiar la repercusión que generan los modos de vibración en el aumento de la profundidad de las grietas. Para ello estudiaremos cinco posiciones críticas, cuya situación sobre el eje vemos en la siguiente figura:



**Figura 43.** Esquema de las zonas de generación de grieta.

A continuación vamos a definir los diferentes modelos de grieta que serán aplicados en las 5 posiciones elegidas del eje, así como una serie de condicionantes nunca expuestos en los estudios precedentes.

En cada una de las posiciones anteriormente descritas vamos a simular doce avances de grieta circular, con la salvedad que en la posición 5 esta grieta no estará situada en perpendicular al eje de revolución de la pieza, si no que se colocara paralelo a la misma. Las playas que hemos diseñado comprenden valores entre el 1% al 100% del radio en cada posición. Estos valores son descritos a continuación junto con el espesor del corte de la grieta, fijado en 4mm para evitar problemas en el mallado y calculo computacional:

- Grieta 1% del radio con 4mm de espesor.
- Grieta 2% del radio con 4mm de espesor.
- Grieta 4% del radio con 4mm de espesor.
- Grieta 8% del radio con 4mm de espesor.
- Grieta 16% del radio con 4mm de espesor.
- Grieta 24% del radio con 4mm de espesor.
- Grieta 33% del radio con 4mm de espesor.
- Grieta 44% del radio con 4mm de espesor.
- Grieta 50% del radio con 4mm de espesor.
- Grieta 66% del radio con 4mm de espesor.
- Grieta 83% del radio con 4mm de espesor.
- Grieta 100% del radio con 4mm de espesor.

El análisis modal contemplará la posibilidad de que el eje esté libre o él mismo tenga restricciones. De esta manera el número de análisis que realizaremos en esta parte del estudio será de “ $12 \cdot 5 \cdot 2 = 120$  análisis”.

Además, por primera vez realizaremos el estudio de comportamiento modal con grietas combinadas, usando para esta parte del análisis las grietas A y B con los siguientes avances de grieta para esta parte del estudio.

- Grieta 1% del radio con 4mm de espesor.
- Grieta 2% del radio con 4mm de espesor.
- Grieta 4% del radio con 4mm de espesor.
- Grieta 8% del radio con 4mm de espesor.
- Grieta 16% del radio con 4mm de espesor.
- Grieta 24% del radio con 4mm de espesor.
- Grieta 50% del radio con 4mm de espesor.
- Grieta 100% del radio con 4mm de espesor.

Como en la anterior parte del proyecto, estudiaremos grietas de corte circular tanto para eje libre como restringido. De esta manera el número de análisis para esta parte del proyecto será de “ $8 \cdot 8 \cdot 2 = 128$  análisis”, ascendiendo a un total de 248 análisis a realizar en total durante la consecución de este proyecto.

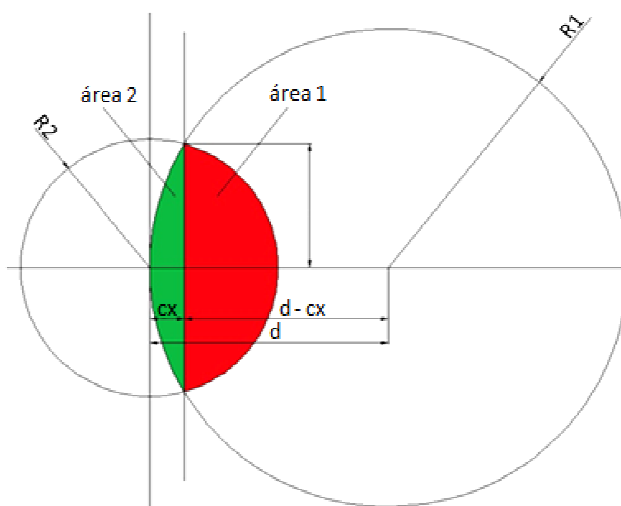


**Figura 44.** Modelo de eje completo y grieta real realizada para experimentación.

### 7.3.1. Cálculo del área engendrada entre dos círculos.

Con el objetivo de obtener una relación entre las frecuencias obtenidas y el tamaño de la grieta en cada posición, vamos a calcular el área correspondiente a dichas grietas. Para ello hemos realizado una tabla Excel capaz de calcular esta área, introduciendo como variables los datos de: 'radio del eje', 'radio de corte' y 'distancia entre centros'. Previamente a la construcción de la tabla, tenemos que expresar los resultados de forma genérica. Esto nos ayudará en el diseño del algoritmo.

En este apartado explicamos detalladamente la metodología empleada para calcular el área requerida. Vamos a proceder con una serie de operaciones, en las que hemos necesitado fórmulas de geometría plana y trigonometría.



**Figura 45.** Esquema representativo del área engendrada entre dos círculos.

Analizando la figura, podemos observar que el cálculo total del área engendrada entre dos circunferencias se puede resumir en la suma de las dos áreas (área 1 y área 2) que cada una de las circunferencias encierra entre ella misma y el corte de la recta secante vertical. Esta recta, la conseguimos calculando la intersección numérica entre las dos circunferencias. Despejamos así los valores de 'x' (cx) y de 'y' (cy) donde se cortan las circunferencias. Más tarde, y como detallamos a continuación, aplicamos una serie de fórmulas geométricas para llevar a cabo el cálculo final.

Escribimos ambas circunferencias con sus expresiones geométricas:

$$\text{circunferencia 1} \rightarrow x^2 + y^2 = R1^2$$

$$\text{circunferencia 2} \rightarrow (x - d)^2 + y^2 = R2^2$$

Siendo  $d$  = distancia entre centros.



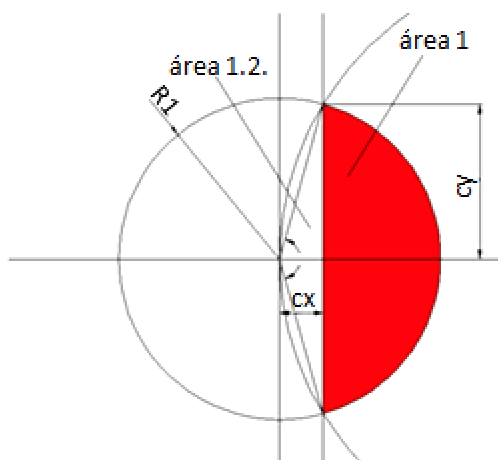
Igualamos las ecuaciones para obtener los datos de la recta secante a ambas:

$$\text{recta secante} \Rightarrow x = \frac{R1^2 - R2^2 + d^2}{2 \cdot d} = cx$$

Sustituimos en 'circunferencia 1', y obtenemos el valor de los cortes de la recta con las circunferencias según el eje 'y':

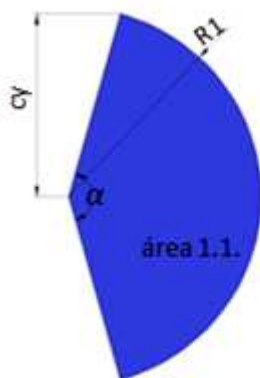
$$y = \pm \sqrt{R1^2 - cx^2} = \pm cy$$

Calculamos ahora el área 1. Nos vamos a ayudar de la siguiente figura:



**Figura 16.** Esquema representativo del área 1.

Dado que no existe una fórmula concreta para hallar esta área, vamos a utilizar la fórmula del área barrido por un ángulo. Más tarde, con una sencilla resta de áreas, obtendremos el área 1. El área barrido por un ángulo, conocido el radio, es:

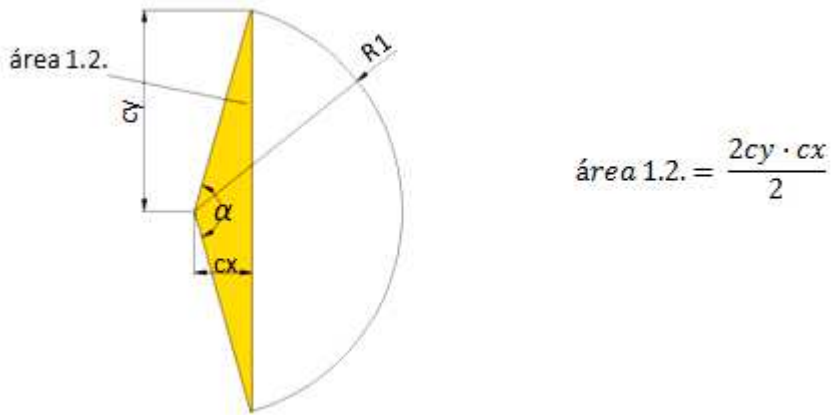


$$\text{área 1.1.} = \frac{\alpha \cdot R1^2}{2}$$

$$\text{siendo } \alpha = 2 \cdot \arcsen \frac{y}{R1}$$

**Figura 17.** Esquema representativo del área 1.1.

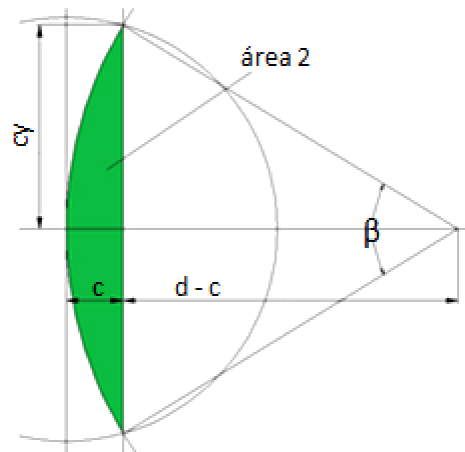
Ahora, para calcular el área 1, solo tenemos que restar el área correspondiente al siguiente triángulo.



**Figura 18.** Esquema representativo del área 1.2.

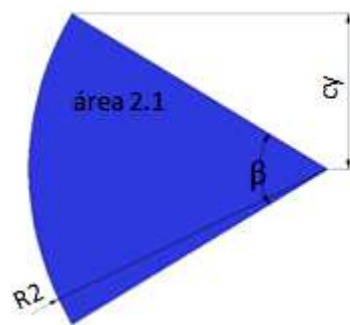
Por tanto:  $\text{área 1} = \text{área 1.1.} - \text{área 1.2.}$

Para el cálculo del área 2 observamos el siguiente boceto.



**Figura 19.** Esquema representativo del área 2.

Siguiendo el mismo método que hemos utilizado para resolver el área 1, hallamos ahora el área 2. Comenzamos resolviendo el área barrido por un ángulo, conocido el radio.

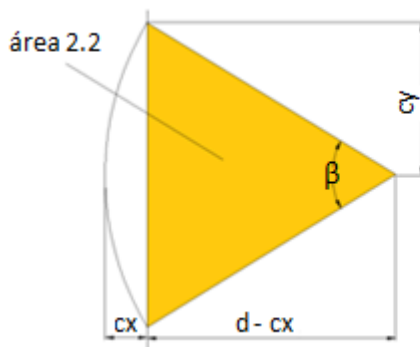


$$\text{área 2.1.} = \frac{\beta \cdot R2^2}{2}$$

$$\text{siendo } \beta = 2 \cdot \arcsen \frac{cy}{R2}$$

**Figura 50.** Esquema representativo del área 2.1.

Ahora, para calcular el área 2, igual que hemos hecho con el área 1, solo tenemos que restar el área correspondiente al siguiente triángulo.



$$\text{área 2.2.} = \frac{2cy \cdot (d - cx)}{2}$$

**Figura 51.** Esquema representativo del área 2.2.

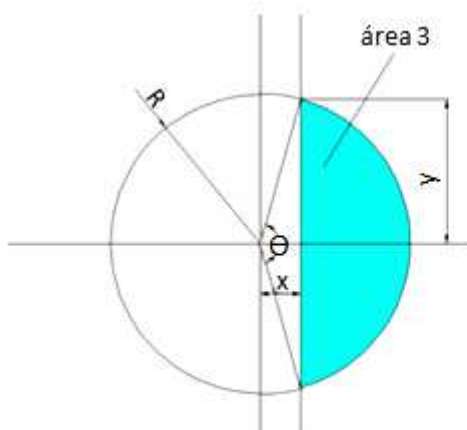
Por tanto:  $\text{área 2} = \text{área 2.1.} - \text{área 2.2.}$

Para obtener el área total simplemente tendremos que sumar el área 1 y el área 2.

$$\text{área total} = \text{área 1} + \text{área 2}$$

### 7.3.2. Cálculo del área engendrada por un segmento circular.

Nuestro proyecto presenta una gran innovación al analizar una grieta de evolución en paralelo con respecto al eje geométrico de nuestro eje ferroviario. Esta serie de grietas tienen una particularidad, ya que no se trata en este caso del área engendrada entre dos círculos, sino el área de un segmento circular, que se define como el área engendrada entre un arco y una cuerda.



$$\text{área 3} = \frac{R^2(\theta - \sin \theta)}{2}$$

$$\text{siendo } \theta = 2 \cdot \arccos \frac{x}{R}$$

**Figura 52.** Esquema representativo del área 3.

### 7.3.3. Desarrollo de tablas en Excel.

Con objeto de reducir los tiempos de cálculo, hemos realizado una tabla en Excel en la que introduciendo los valores de 'Radio 1', 'Radio 2' y 'distancia entre ejes', conseguimos el valor total del área engendrada.

Area A 100%	Radio 1	Radio 2	Distancia entre centros	Cruce en x	Cruce en y	$\alpha$	$\beta$
	107	107	86,5	43,25	97,869	2,3093723	2,3093723
	Area 1.1	Area 1.2	Area 1 total	Area Total			
	13220	4232,86	8987,146				
	Area 2.1	Area 2.2	Area 2 total	17974,293			
	13220	4232,86	8987,146				

**Figura 53.** Imagen de ejemplo de la tabla Excel.

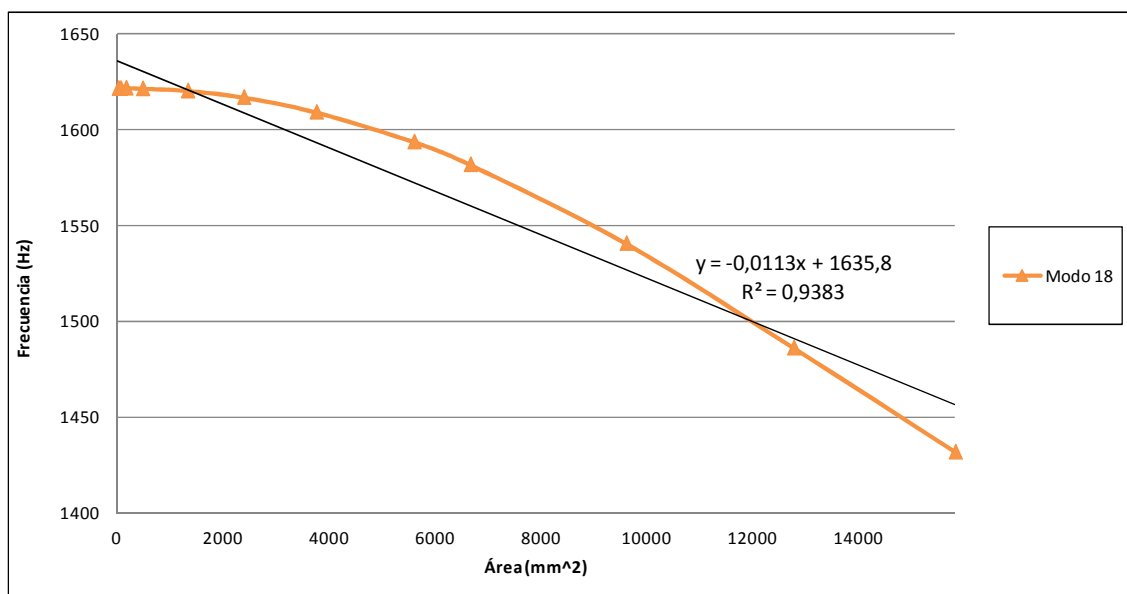
Los resultados y conclusiones obtenidas las hemos recopilado en tablas y gráficos para proceder a su análisis detallado. Se muestran en el capítulo 9.

## 7.4. METODOLOGÍA DE ANÁLISIS.

Para la consideración y clasificación de los resultados obtenidos en este proyecto ha sido necesario usar una metodología específica de análisis.

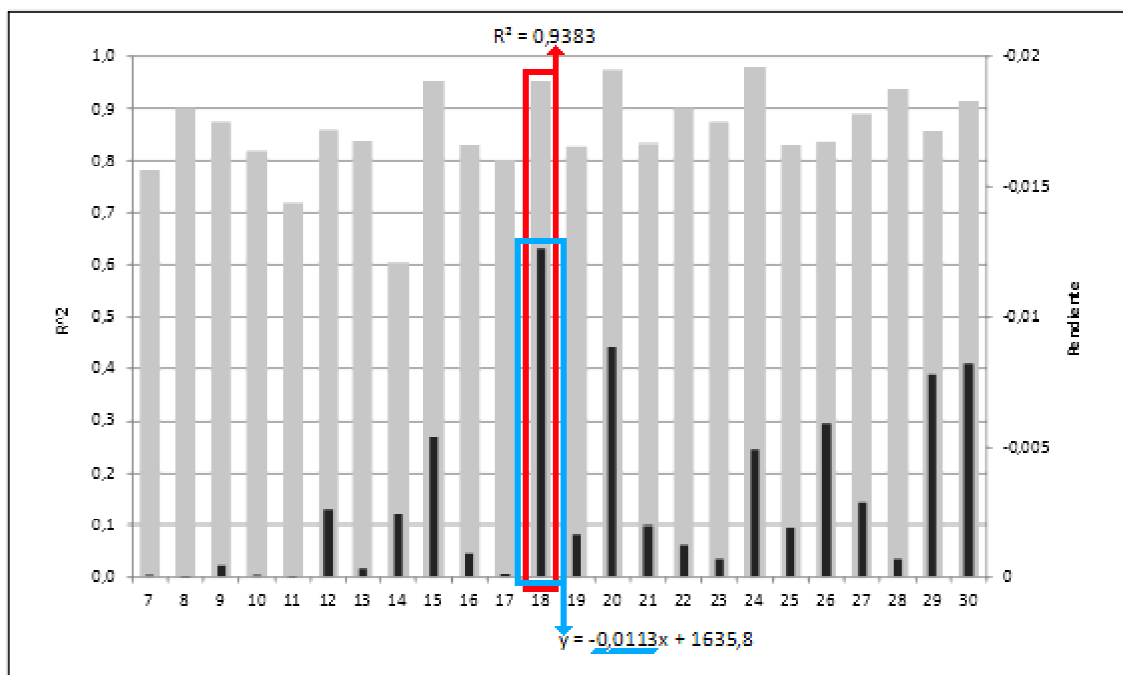
En grietas singulares, tanto radiales como longitudinales, hemos realizado tablas en las que se expone la diferencia unitaria y porcentual de cada tamaño de grieta para cada modo de vibración en una determinada frecuencia. Para hacer que los resultados sean más perceptibles se han usado tablas de formato condicional, donde una gama cromática de verdes y rojos con valores intermedios en amarillo nos indican cuales son los valores máximos y mínimos para los diferentes datos obtenidos en cada posición de grieta, ya sean para eje simple o restringido.

No obstante, el análisis más indicativo para nuestro caso a estudiar viene de establecer una relación entre las frecuencias obtenidas en los análisis modales con sus correspondientes valores del área de grieta. Para el desarrollo de esta metodología, usada con anterioridad en proyectos previos, se representan los resultados obtenidos en una gráfica donde el eje de ordenadas mide la frecuencia en hercios mientras que en el eje abscisas se situaran los valores del área de la grieta en milímetros cuadrados. La resultante al unir todos los puntos de cada uno de los modos de vibración será una curva, curva de la que se usará la ecuación de su línea de tendencia y el valor de su R-Cuadrado, datos que obtenemos en las mismas graficas para cada modo en cada posición analizada, como se ve en la siguiente figura:



**Figura 54.** Ejemplo de obtención de valores de  $R^2$  y ecuación de la línea de tendencia.

Con un valor de R-Cuadrado y de la línea de tendencia (del que usaremos el valor de X, pues este es la pendiente) por cada modo de vibración analizado, se construirá una segunda gráfica donde se representarán ambos valores, usando los ejes de ordenadas de ambos lados como escala para cada valor (siendo el eje izquierdo para el valor de R-Cuadrado y el derecho para los valor de la pendiente, que, al descender, normalmente mostrara signo negativo). Un ejemplo de estas representaciones graficas se muestra en la siguiente figura.



**Figura 55.** Ejemplo de representación de la pendiente y de los valores de  $R^2$ .

En lo que respecta a los ejes combinados, la metodología cambia, puesto que ya no se depende de una posición de grieta y un tamaño de la misma, si no de dos. El método, por lo tanto, consiste en separar cada uno de los modos de vibración y probar para cada modo las diferentes combinaciones de tamaños de grieta en las dos posiciones. Esto obliga a realizar un sistema de tablas cruzadas, en donde las dos posibles posiciones de grietas quedaran definidas por los ejes de ordenadas y abscisas, que, a su vez, se dividen en los valores de porcentaje de tamaño de grieta a analizar, como se observa en la figura bajo estas líneas.

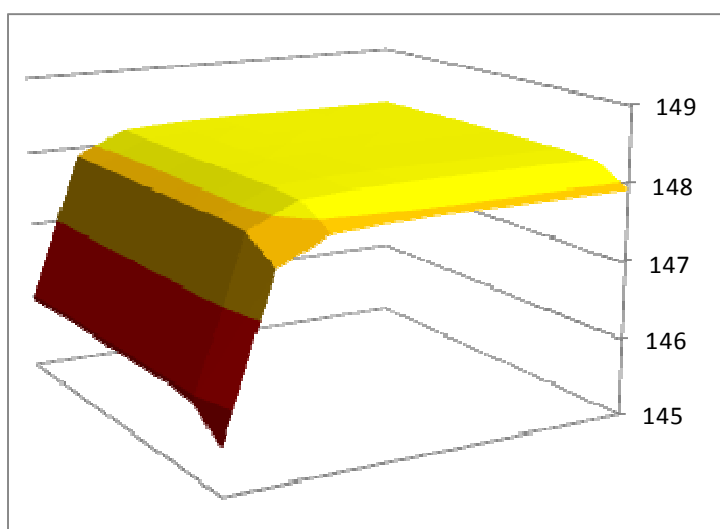
**Tabla 1.** Ejemplo de sistema de tablas cruzadas.

FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo "X"								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	F 0,0	F 0,1	F 0,2	.	.	.	.	.	F 0,100
1%	F 1,0	F 1,1							
2%	F 2,0		.						
4%	.			.					
8%	.				.				
16%	.					.			
24%	.						.		
50%	.							.	
100%	F 100,0								F 100,100

Este sistema de tablas se usa en la totalidad del análisis de grietas combinadas, que se ha fragmentado en tres secciones. Las dos primeras se corresponden a las diferencias unitarias y porcentuales de cada caso con respecto al eje nuevo. Estas dos secciones se basan en los análisis que habitualmente se vienen realizando a grietas singulares, siendo, por tanto, una adaptación de la metodología de análisis de estos al caso de grietas combinadas.

Otro factor importante en el análisis de combinaciones de grietas era la simetría de los resultados, bien de frecuencias o de diferencias unitarias o porcentuales. El uso de tablas con factores cruzados ha sido de gran ayuda para visualizar si la evolución de los resultados de ambas grietas era semejante o no, pero cuantificar estas divergencias y representarlas de una manera grafica eran requerimientos a implementar en este tipo de análisis.

A continuación mostramos un ejemplo de grafica tridimensional que muestra de forma visual la evolución de las frecuencias propias en un modo con el aumento de la profundidad de las grietas, siendo el eje del rectángulo inferior que queda a la izquierda de la grafica el eje que representa la evolución de la grieta para la posición A, mientras que el eje derecho es el que da las propias cotas de grieta para la posición B.



**Figura 56.** Ejemplo de evolución de las frecuencias para grietas combinadas

Para cuantificar estas divergencias, hemos adaptado a nuestro caso a análisis el método del coeficiente simétrico, valor que, en nuestro caso, cuanto más se aproxime a cero, indicará la influencia equitativa de ambas grietas sobre la evolución de las frecuencias entre ambas posiciones a estudio.

La formula usada para el cálculo de cada uno de los diferentes coeficientes de simetría será la siguiente:

$$Coef. xy = \left| 2 \cdot \frac{Valor_{xy} - Valor_{yx}}{Valor_{xy} + Valor_{yx}} \right| = Coef. yx$$

Siendo X e Y los diferentes valores de porcentaje de las grietas A y B.

Por último, una vez obtenidos los valores para cada combinación de grietas, se calculará un coeficiente global de simetría para cada uno de los modos analizados, el cual será igual a la media de los coeficientes de simetría obtenidos para cada combinación de grietas sin incluir en dicho promedio los valores de la diagonal, ya que sus coeficientes de simetría serán siempre 0.

## 7.5. SIMPLIFICACIONES CONSIDERADAS.

Dado que el objetivo fundamental del proyecto es el de estudiar únicamente las frecuencias asociadas a modos propios de vibración, se han de considerar una serie de simplificaciones a la hora de plantear el problema:

- En los análisis que se realizan en las empresas del sector, el eje se estudia aislado, por tanto, no se le someteremos a ningún esfuerzo externo. Por el mismo motivo, no tendremos en consideración la dinámica de frenado ni la fuerza que aplican las zapatas sobre la banda de rodadura de la rueda, además de ni ningún esfuerzo adicional asociado a las condiciones externas de trabajo.

- En este estudio vamos a realizar el análisis de los 50 primeros modos de vibración que ofrece PTC Creo 2.0. Los valores de las frecuencias en este rango de modos variarán con respecto a otros proyectos, situándose entre los 100 y 10000 Hercios.

- Para este proyecto se estudiará de forma independiente el comportamiento modal del eje. No incluiremos por tanto el WheelSet completo, que se propone como trabajo futuro en el departamento.





## **CAPÍTULO 8:**      IMPLEMENTACIÓN DEL MODELO



## 8.1. MODELADO DEL EJE.

En la siguiente sección vamos a aplicar la metodología descrita en el capítulo anterior con el fin de obtener de modelar correctamente el eje al que someteremos a análisis con el software PTC Creo 2.0 que describimos en el capítulo 8.

Esta sección, que no pretende ser un manual, servirá para explicar los pasos que hemos realizado durante el proceso de modelado. Junto al texto explicativo se incluirán una serie de ilustraciones y capturas para facilitar la comprensión del proceso llevado a cabo en el modelaje del eje, tanto en su versión nueva como en el eje con grietas. Durante la elaboración de este análisis, como anteriormente comentamos, utilizaremos los módulos Creo Parametric y Creo Simulate.

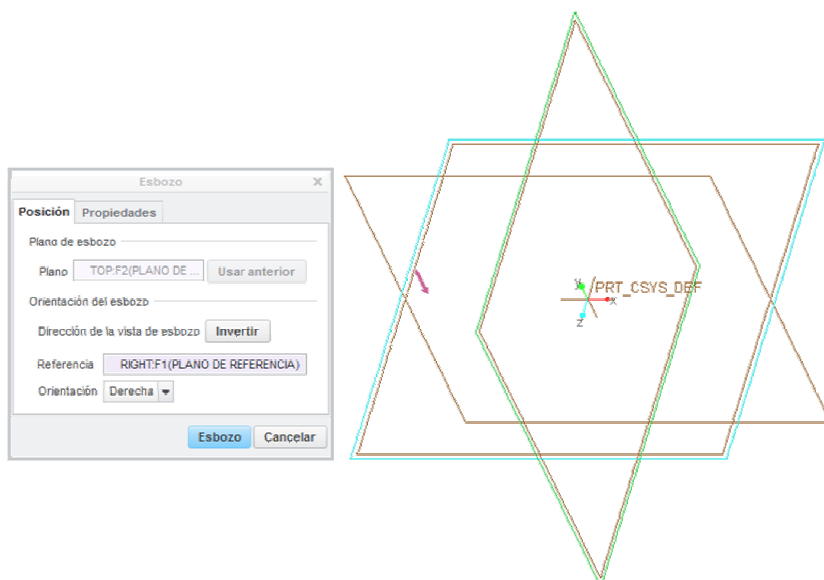
### 8.1.1. Definición de la geometría del eje.

El módulo encargado del diseño de elementos es el Creo Parametric.

Para evitar la dispersión de documentos crearemos una carpeta que definiremos como directorio de trabajo en el programa para que todos los archivos que se creen en el proceso se guarden en esta carpeta.

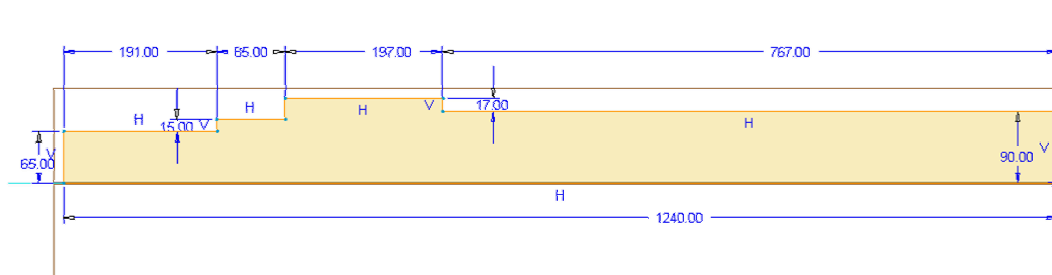
Realizada esta operación, comenzaremos con el diseño del eje. Para esto, pulsamos en la barra de sistema la pestaña *Fichero* y seleccionamos primero *Nuevo* y posteriormente en el menú desplegado marcamos la opción dentro de la selección de tipo en *Pieza*, opción con la que generaremos un archivo con extensión “prt”.

Comenzaremos a trabajar en nuestro diseño seleccionando el plano sobre el que vamos a realizar el esbozo del perfil del eje. Para ello, pulsaremos en el botón *Esbozo* de la barra de herramientas y a continuación seleccionaremos el plano deseado.



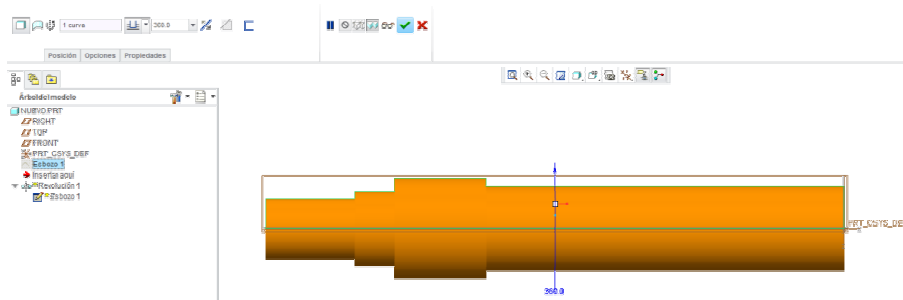
**Figura 57.** Selección de plano con herramienta Esbozo.

Continuaremos creando el boceto en 2D del perfil de revolución correspondiente a la mitad del eje con las medidas establecidas en el plano facilitado por el fabricante.



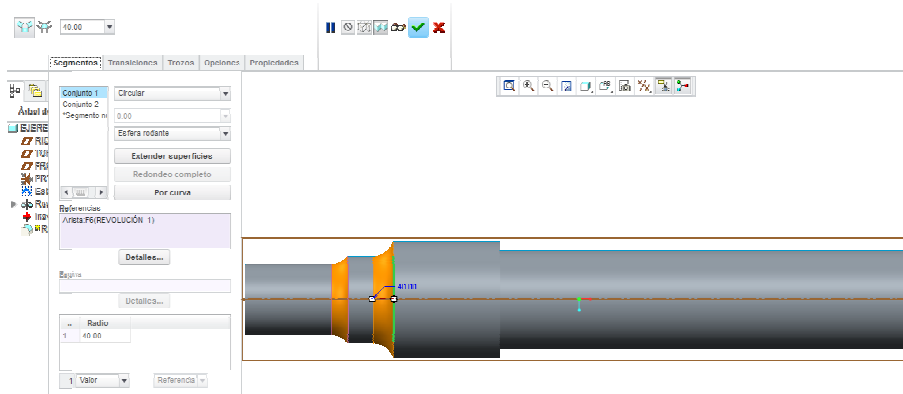
**Figura 58.** Perfil de revolución.

Una vez definido el esbozo anterior, crearemos la mitad del eje en 3D gracias a la opción de extrusión por *Revolución* que encontraremos en la barra de herramientas.



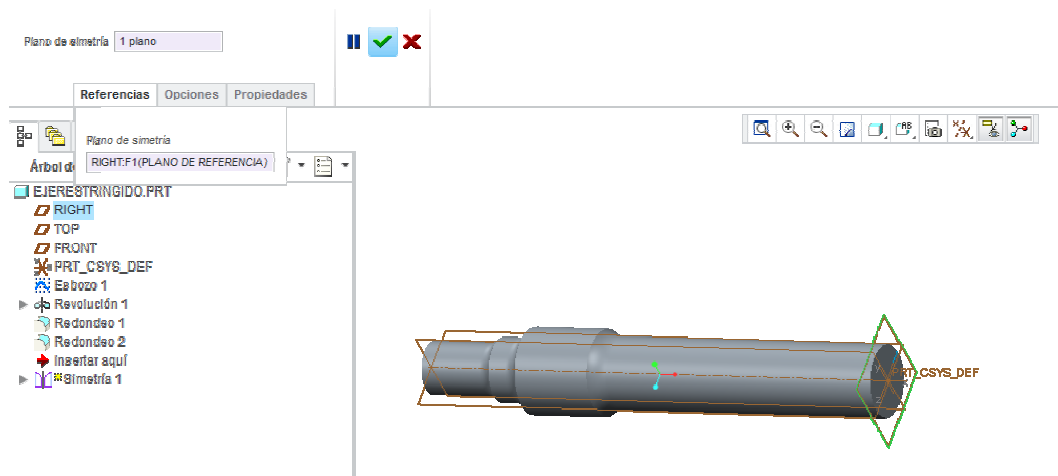
**Figura 59.** Definición del eje de revolución.

Para definir por completo la pieza deberemos definir los redondeos en las secciones del asiento de las ruedas cuyas medidas están reflejadas en los planos adjuntos en el anexo al final del documento. Estos redondeos nos se incluyen directamente en el esbozo debido a que se cometen errores al implementar la definición del mismo en una sola función.



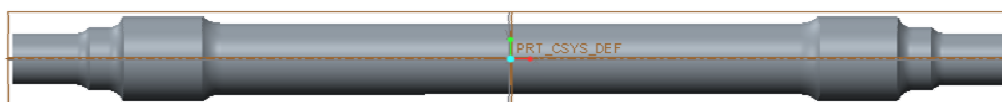
**Figura 60.** Definición de los redondeos del eje.

Finalizada esta operación solo nos quedaría realizar la simetría de la pieza ya definida para obtener el eje completo. Para ello usamos la herramienta *Simetría*, que se encuentra en la barra de herramientas en la sección de edición.



**Figura 61.** Semieje realizado antes de utilizar herramienta simetría.

Realizado este último paso, nuestro eje quedara geométricamente definido, listo para los pertinentes análisis a eje nuevo y a la edición de los modelos de ejes con grietas.

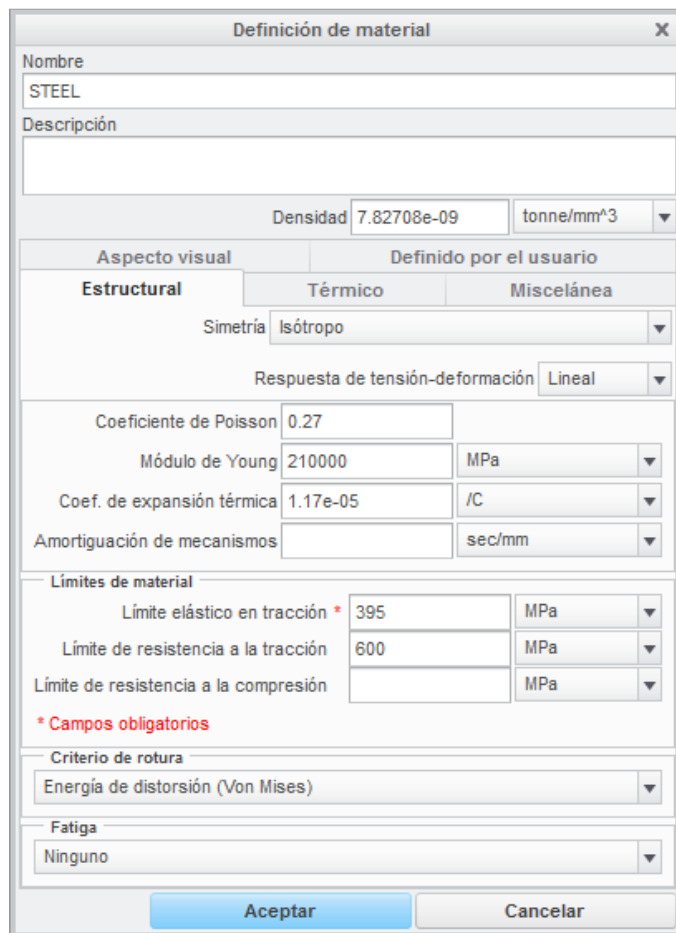


**Figura 62.** Eje ferroviario geométricamente definido.

### 8.1.2. Definición del material del eje.

Definidas las condiciones geométricas de nuestro eje, sean cuales sean, pasaremos a usar el modulo de Creo Simulate para definir las propiedades de la pieza y sus condiciones de contorno.

Para aplicar las propiedades del material, una vez estemos dentro del modulo, dentro de la pestaña encontraremos en la barra de herramientas las opciones de material, dentro de las cuales pulsaremos *Materials*. El material usado en este proyecto es acero, con las propiedades que se definieron en el anterior capítulo y que podemos ver implementadas en la pantalla de definición de material que muestra el programa para modificar las características térmicas y estructurales del mismo si esto fuera necesario.



**Definición de material**

Nombre: STEEL

Descripción:

Densidad: 7.82708e-09 (tonne/mm<sup>3</sup>)

Aspecto visual: Definido por el usuario

Estructural: Térmico: Miscelánea

Simetría: Isótropo

Respuesta de tensión-deformación: Lineal

Coefficiente de Poisson: 0.27

Módulo de Young: 210000 (MPa)

Coef. de expansión térmica: 1.17e-05 (/C)

Amortiguación de mecanismos: (sec/mm)

Límites de material

Límite elástico en tracción \*: 395 (MPa)

Límite de resistencia a la tracción: 600 (MPa)

Límite de resistencia a la compresión: (MPa)

\* Campos obligatorios

Criterio de rotura: Energía de distorsión (Von Mises)

Fatiga: Ninguno

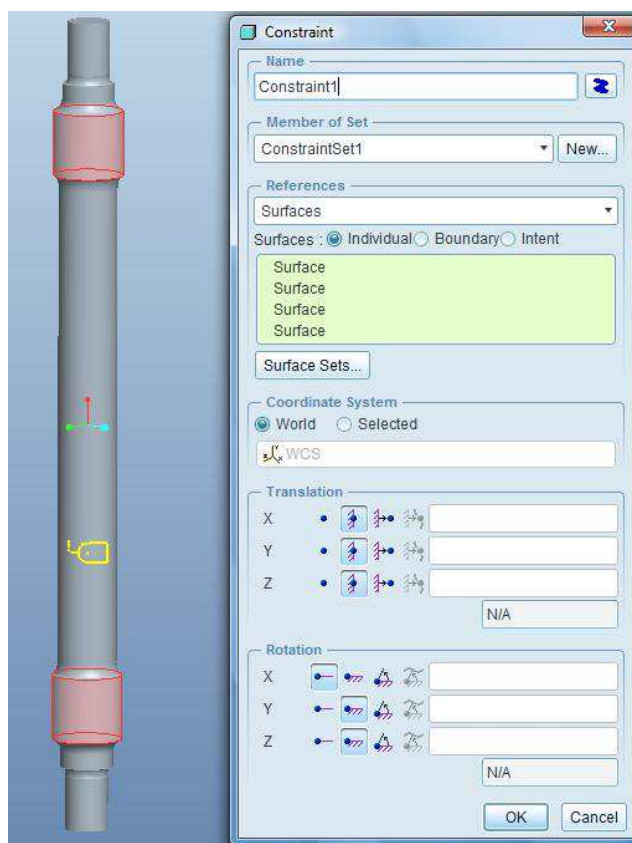
Aceptar Cancelar

**Figura 63.** Ventana de definición del material.

Una vez tengamos definido el material de nuestro eje, usaremos la opción de la barra de herramientas *Material Assignment* para asignar el material al eje y concluir con este apartado.

### 8.1.3. Definición de restricciones de desplazamiento.

En este apartado vamos a definir todas las restricciones de desplazamiento a las que se someterá el eje a estudio. Estas restricciones tratan de simular las condiciones reales de los bancos de prueba. Como ya hemos explicado con anterioridad, en nuestro proyecto vamos a estudiar el comportamiento modal tanto para eje libre como en el caso de eje restringido. El modelo restringido lo será en todos sus movimientos excepto en el giro sobre su propio eje, siendo las superficies sobre las que se apoyan las restricciones los asientos de las ruedas. Para introducir estas restricciones seleccionaremos la pestaña de inicio, desplegando la barra de herramientas donde dentro del apartado restricciones encontraremos la opción *Displacement*, que, al ser pulsada, desplegará la siguiente pantalla:



**Figura 64.** Ventana de definición de restricciones.

En la ventana desplegada, denominada por el programa bajo el título *Constraint*, será posible definir las restricciones de movimiento que poseerá nuestro eje restringido. Pulsando en las superficies que queremos impedir, es decir, los asientos de las ruedas, restringiremos los desplazamientos del mismo excepto el giro con respecto al eje x.

De esta forma, establecida la geometría, características, restricciones, propiedades del eje y el material que lo conforma habremos finalizado el diseño del eje sin fallos.

## 8.2. CONDICIONES DE ANÁLISIS.

En esta sección vamos a definir un tema de gran importancia dentro del proyecto como son los análisis que vamos a realizar para obtener la información necesaria y requerida. Para ello es sumamente importante describir una serie de aspectos que vamos a ver a continuación como son el mallado y los parámetros de resolución del análisis.

Por último, al final del apartado definiremos los valores óptimos y adecuados elegidos para la realización de los análisis modales (tanto en términos de mallado como parámetros del análisis, incluyendo un apartado donde se estudiara la sensibilidad de la malla con unos datos de muestra basados en estudios anteriores) eligiendo los valores con los que obtengamos la mejor relación de “precisión de resultados” con respecto al “tiempo de cálculo”.

### 8.2.1. Descripción del mallado.

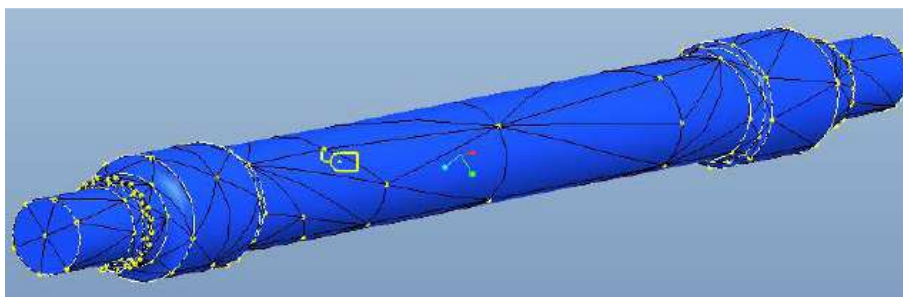
Un factor que determina de manera directa los resultados de cualquier herramienta que use elementos finitos es el mallado, el cual dependerá del número de nodos. Cuanto más denso sea el mallado, mayor será el número de nodos creados y por tanto obtendremos más precisión a razón de consumir más tiempo para obtener los resultados el análisis.

Para definir el mallado en el modulo de Creo Simulate seleccionamos la pestaña *Refinar modelo* y, dentro de su barra de herramientas pulsaremos la opción *AutoGEM*, abriéndose una nueva ventana en donde, dando simplemente al botón *create* implementaremos la malla que hemos preparado previamente (si hemos realizado ninguna preparación la malla obtenida se corresponderá con la del ajuste por defecto)

A continuación vamos a mostrar un pequeño resumen de los diferentes mallados que han sido utilizados en los estudios previos además de algunas de las mallas que usaremos para realizar nuestro análisis de sensibilidad.

- Mallado tipo 1: mallado por defecto.

Como anteriormente hemos comentado, la malla por defecto no requiere de ningún tipo de preparación previa. Es la que menos densidad de nodos tiene, 240, junto con un total de 569 elementos tetraédricos. Esta malla ha sido empleada para los últimos estudios que se han realizado en el departamento debido a su alta fiabilidad a modos de vibración bajos.



**Figura 65.** Mallado por defecto creado por herramienta AutoGEM.

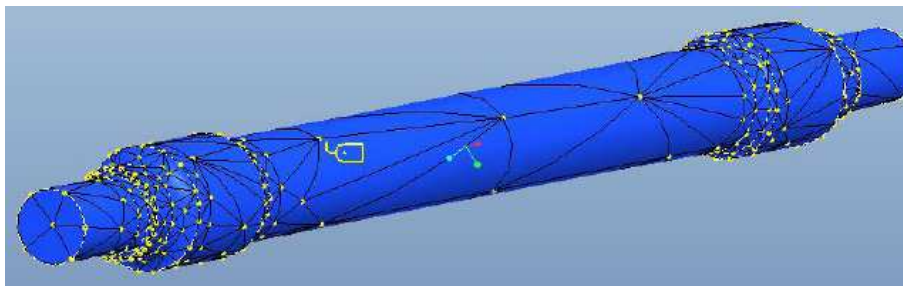
Debemos de reseñar que, aunque por aspecto parezca un mallado poco efectivo, los estudios precedentes han demostrado que es un mallado muy preciso, sobre todo en los 20 primeros modos de vibración. Este es el principal motivo por el cual no va a ser descartado o aceptado hasta comprobar su eficacia y eficiencia en nuestro análisis de sensibilidad de herramienta.

- Mallado tipo 2: refinamiento en cambios de sección de tamaño máximo de 50mm.

Para realizar este mallado, el usuario debe utilizar repetir los pasos previos a la selección del comando *AutoGEM* seleccionado previamente de dicho paso la herramienta *Control*, que por defecto permite configurar la distribución de diferentes secciones de la pieza.



Debido a las características de nuestra pieza seleccionaremos los bordes, imponiendo un máximo tamaño de elemento de 50mm y aceptando el proceso, pulsando luego *AutoGEM*, obteniendo un mallado de 2413 elementos tetraédricos y 670 nodos.

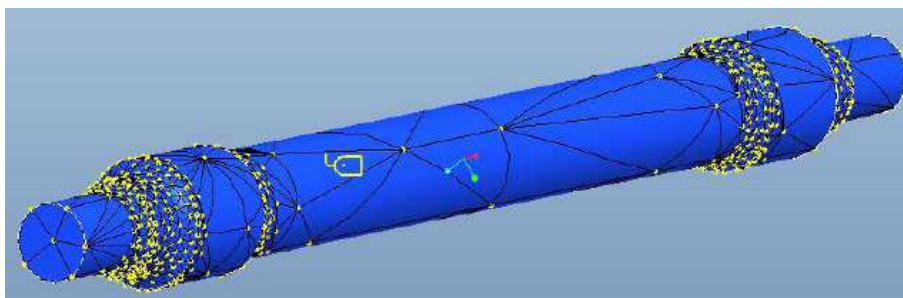


**Figura 66.** Mallado con refinamientos en cambio de sección de 50mm.

- Mallado tipo 3: refinamiento en cambios de sección de tamaño máximo de 25mm.

Modificando el parámetro introducido en la ventana *Control* y fijando el tamaño de 25 milímetros, obtenemos, como es evidente, un mallado más denso, con un total de unos 6696 elementos tetraédricos y 1736 nodos.

En la figura podemos apreciar cómo ha aumentado considerablemente el número de nodos en los redondeos del eje.

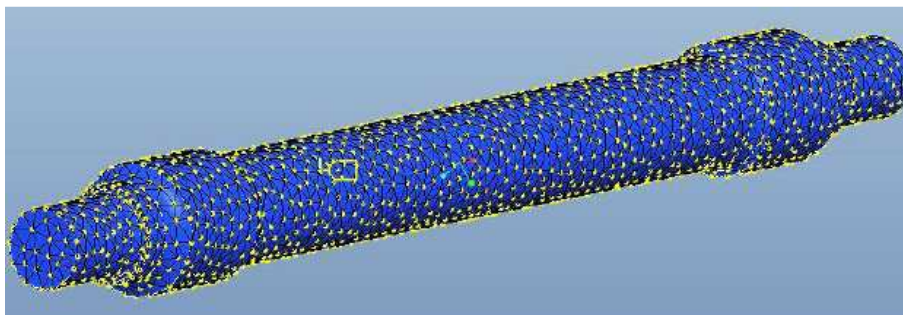


**Figura 67.** Mallado con refinamientos en cambio de sección de 25mm.

- Mallado tipo 4: mallado homogéneo con tamaño máximo de elemento de 35 mm.

En el caso de análisis modal, es más beneficioso realizar mallados homogéneos a lo largo del eje. Para realizar estos mallados simplemente deberemos ir a la ventana *Control* y fijando la opción *Boundary* especificar el tamaño del mismo, en el caso del siguiente ejemplo, con un tamaño máximo de elemento de 35 mm.

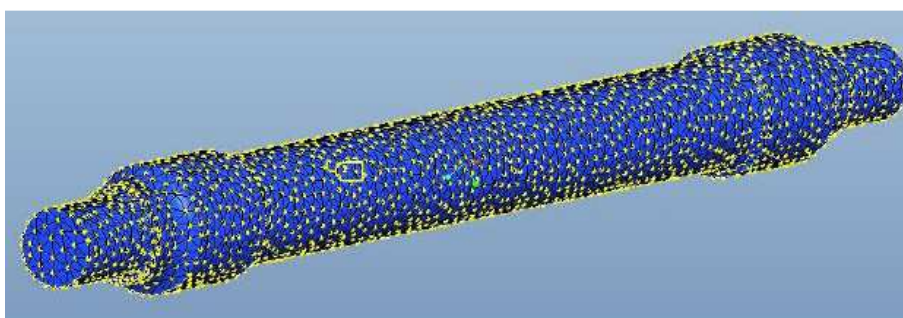
El resultado obtenido es un mallado con 3896 nodos y 16356 elementos tetraédricos.



**Figura 68.** Mallado homogéneo de 35mm de tamaño máximo de elemento.

- Mallado tipo 4: mallado homogéneo con tamaño máximo de elemento de 30 mm.

De idéntica preparación al mallado homogéneo de 35mm, cambiamos solo el tamaño máximo del segmento de la malla y obtenemos una red compuesta por 22960 elementos tetraédricos y 5427 nodos.



**Figura 69.** Mallado homogéneo de 30mm de tamaño máximo de elemento.

Es obvio que, para una mayor exactitud en los datos, una malla homogénea de gran densidad con respecto a número de modos sería la mejor opción. Sin embargo, en los estudios con PTC es conveniente buscar una buena relación precisión / tiempo, ya que al depender de métodos informáticos nos exponemos a que, en tiempos de compilación largos se produzcan errores que a la postre afecten a los datos o nos hagan perder tiempo y recursos si el análisis es erróneo. Por este motivo y debido a que este estudio se diferencia a los antecedentes (en cuya mayoría usaban la malla por defecto debido a que poseían la menos mitad de modos de vibración analizar) hemos realizado un análisis de sensibilidad de malla tomando de datos de muestra los de un mallado homogéneo de 30mm de tamaño máximo de elemento, realizado con una computadora de alto rendimiento de cálculo.

#### **8.2.1.1. Análisis de sensibilidad de la herramienta.**

Como anteriormente se comentó en este mismo documento, los resultados de los análisis que realizaremos en este proyecto van a depender directamente del mallado utilizado así como de otros parámetros asociados al método de resolución.

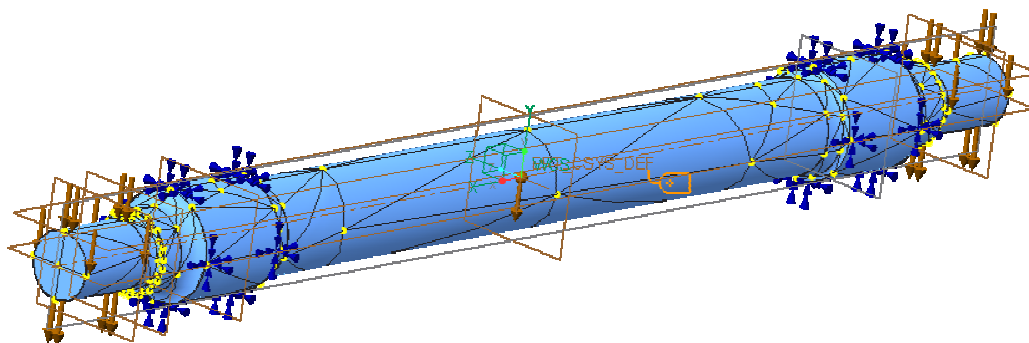
La importancia de un buen mallado en la realización de una simulación computerizada es vital para la consecución del mismo. Los resultados pueden ser erróneos o satisfactorios en función del mallado que escojamos.

Así pues, a priori podríamos pensar que una malla más densa representa una exactitud más fidedigna del modelo sometido a análisis, sin embargo, esta afirmación podría ser errónea si el número de nodos de una zona hace que el programa no considere determinados puntos o los tome de forma errónea, densificar zonas que en realidad no tendrían esas propiedades físicas ni mecánicas.

Tampoco sería conveniente usar mallas demasiado simples, ya que estas pueden darnos una serie de resultados incoherentes a la vez que imprecisos, arrojando datos erróneos que no solo podrían darnos resultados erróneos, si no que, si estos se extrapolaran a la realidad, podrían dar lugar fallos catastróficos en elementos de gran importancia en la seguridad, con el riesgo que esto implicaría.

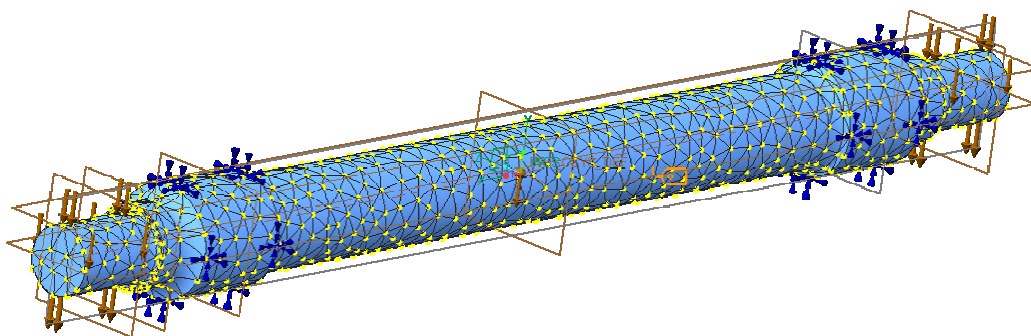
Otro factor importante en el estudio de un elemento mediante simulaciones informáticas es el tiempo de proceso y los recursos que la herramienta toma a la hora de hacer los cálculos. En la industria, aprovechar las sinergias es vital para que los proyectos tenga viabilidad, y esto se traduce en lograr una buena relación entre el mallado, el tiempo de análisis y la exactitud de los resultados que nos competen.

En este análisis de sensibilidad nos centraremos en tres tipos de mallas. La primera, usada en los últimos proyectos referenciados a este eje, es la malla por defecto que el mismo Creo Simulate 2.0 implementa mediante el comando AutoGem. Esta malla nos da 245 nodos junto con 589 elementos tetraédricos y no dio ni un solo error de compilación en los pertinentes análisis, siendo, con diferencia, con tiempos de análisis de un minuto 19 segundos para el cálculo de eje restringido y un minuto 22 segundos para el análisis de eje libre.



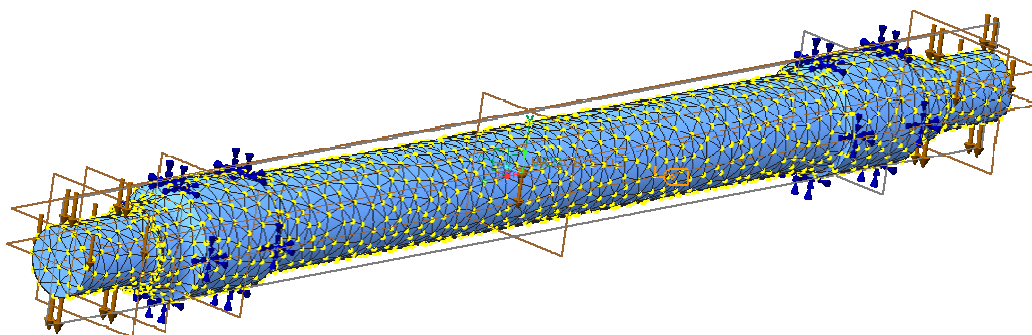
**Figura 70.** Eje restringido y con precarga con malla por defecto.

La segunda opción que tomamos es una malla homogénea con elementos de rango máximo de 50mm. Esta malla, que muestra una considerable mayor densidad, nos da 1946 nodos junto con 7826 elementos. Esta malla mostró su eficacia al no dar errores de compilación a lo largo del análisis de sensibilidad aunque a la hora de arrojar los resultados se mostro sensiblemente más lenta que la malla por defecto, con tiempos de análisis de 25 minutos para el cálculo de eje restringido y 25 minutos 50 segundos para el análisis de eje libre.



**Figura 71.** Eje restringido y con precarga con malla homogénea de 50mm.

La tercera y última opción que hemos usado es de nuevo una malla de tipo homogénea, pero con un rango máximo de tamaño para elementos de 40mm. Esta maya arroja unas cifras de 2978 nodos y 12259 elementos, no obstante, a la hora de la computerización arrojó vez tras vez errores de compilación al someter el eje a más de 30 modos de vibración, además de necesitar 1 hora y 37 segundos para realizar el análisis de eje restringido y 1 hora 3 minutos y 12 segundos para el correspondiente análisis de eje libre.



**Figura 72.** Eje restringido y con precarga con malla homogénea de 40mm.

Tras la implementación de estos tres modelos idénticos con estas tres mallas diferentes, estos ejes fueron sometidos a ensayos de comportamiento modal obteniendo los datos de los 30 primeros modos tanto en el caso de eje libre como eje restringido. Cabe destacar que los ejes se consideran nuevos, ya que esta prueba no fue realizada con ninguna grieta o fisura en su superficie.

En la siguiente tabla vemos la comparativa de resultados entre la malla por defecto y las mallas homogéneas para un eje libre.



**Tabla 2.** Comparativas de mallas para eje libre y diferencia porcentual.

Eje Nuevo Libre para diferentes tipos de malla								
Modos	Datos de Muestra	Malla por defecto	Malla 50mm	Malla 40mm	% Def	%50mm	%40mm	
FRECUENCIA PROPIA (Hz)	7	144,760	144,727	144,908	144,910	2,3E-06	1,0E-05	-1E-05
	8	144,770	144,734	144,909	144,910	2,5E-06	9,6E-06	-1E-05
	9	393,200	393,316	393,492	393,493	3,0E-06	7,4E-06	-7E-06
	10	393,270	393,343	393,494	393,494	1,9E-06	5,7E-06	-6E-06
	11	639,530	639,315	640,080	640,086	3,4E-06	8,6E-06	-9E-06
	12	739,840	741,010	740,063	740,061	1,6E-05	3,0E-06	-3E-06
	13	739,920	741,126	740,069	740,066	1,6E-05	2,0E-06	-2E-06
	14	1050,800	1050,690	1051,250	1051,250	1,0E-06	4,3E-06	-4E-06
	15	1145,440	1147,940	1145,970	1145,960	2,2E-05	4,6E-06	-5E-06
	16	1146,610	1148,330	1145,990	1145,970	1,5E-05	5,4E-06	6E-06
	17	1379,340	1379,650	1379,550	1379,560	2,2E-06	1,5E-06	-2E-06
	18	1564,220	1579,150	1564,260	1564,230	9,5E-05	2,6E-07	-6E-08
	19	1564,320	1579,430	1564,300	1564,260	9,7E-05	1,3E-07	4E-07
	20	1979,200	1989,650	1979,920	1979,880	5,3E-05	3,6E-06	-3E-06
	21	1979,510	1991,140	1979,970	1979,930	5,9E-05	2,3E-06	-2E-06
	22	2173,800	2174,140	2173,940	2173,940	1,6E-06	6,4E-07	-6E-07
	23	2202,570	2206,900	2201,060	2201,060	2,0E-05	6,9E-06	7E-06
	24	2441,600	2508,170	2442,300	2442,270	2,7E-04	2,9E-06	-3E-06
	25	2442,320	2516,260	2442,350	2442,320	3,0E-04	1,2E-07	0
	26	2982,900	2991,910	2985,370	2985,350	3,0E-05	8,3E-06	-8E-06
	27	2994,600	3074,400	2995,320	2995,300	2,7E-04	2,4E-06	-2E-06
	28	2994,800	3082,990	2995,350	2995,340	2,9E-04	1,8E-06	-2E-06
	29	3328,970	3331,040	3328,050	3328,040	6,2E-06	2,8E-06	3E-06
	30	3404,420	3415,370	3402,720	3402,660	3,2E-05	5,0E-06	5E-06

**Tabla 3.** Comparativas de mallas para eje libre y diferencia unitaria.

		Eje Nuevo Libre para diferentes tipos de malla						
	Modos	Datos de Muestra	Malla por defecto	Malla 50mm	Malla 40mm	Defecto	50mm	40mm
FRECUENCIA PROPIA (Hz)	7	144,760	144,727	144,908	144,910	0,033	0,148	0,150
	8	144,770	144,734	144,909	144,910	0,036	0,139	0,140
	9	393,200	393,316	393,492	393,493	0,116	0,292	0,293
	10	393,270	393,343	393,494	393,494	0,073	0,224	0,224
	11	639,530	639,315	640,080	640,086	0,215	0,550	0,556
	12	739,840	741,010	740,063	740,061	1,170	0,223	0,221
	13	739,920	741,126	740,069	740,066	1,206	0,149	0,146
	14	1050,800	1050,690	1051,250	1051,250	0,110	0,450	0,450
	15	1145,440	1147,940	1145,970	1145,960	2,500	0,530	0,520
	16	1146,610	1148,330	1145,990	1145,970	1,720	0,620	0,640
	17	1379,340	1379,650	1379,550	1379,560	0,310	0,210	0,220
	18	1564,220	1579,150	1564,260	1564,230	14,930	0,040	0,010
	19	1564,320	1579,430	1564,300	1564,260	15,110	0,020	0,060
	20	1979,200	1989,650	1979,920	1979,880	10,450	0,720	0,680
	21	1979,510	1991,140	1979,970	1979,930	11,630	0,460	0,420
	22	2173,800	2174,140	2173,940	2173,940	0,340	0,140	0,140
	23	2202,570	2206,900	2201,060	2201,060	4,330	1,510	1,510
	24	2441,600	2508,170	2442,300	2442,270	66,570	0,700	0,670
	25	2442,320	2516,260	2442,350	2442,320	73,940	0,030	0,000
	26	2982,900	2991,910	2985,370	2985,350	9,010	2,470	2,450
	27	2994,600	3074,400	2995,320	2995,300	79,800	0,720	0,700
	28	2994,800	3082,990	2995,350	2995,340	88,190	0,550	0,540
	29	3328,970	3331,040	3328,050	3328,040	2,070	0,920	0,930
	30	3404,420	3415,370	3402,720	3402,660	10,950	1,700	1,760

Como podemos observar, si bien en el caso de diferencia porcentual la malla de 40mm ofrece mejores resultados, cuando nos referimos a diferencias unitarias el comportamiento de la malla de 50mm de tamaño máximo ofrece una precisión casi idéntica a la de 40mm.

Es realmente representativo que, observando las diferencias unitarias, la malla por defecto tome unos datos más parecidos a los datos de muestra que las mallas homogéneas. Es a partir de los modos 12 y 13 [con excepción del modo 14] cuando los resultados de las mallas homogéneas se imponen a la malla por defecto. Si tenemos en cuenta que estos estudios que referenciamos en donde se utilizó esta malla eran estudios que estudiaban los 20 primeros modos podemos concluir que fue un acierto por el equipo que eligió dicha malla para llevar a cabo su estudio, pues tomaron la malla más eficiente para su caso.

No obstante, como podemos apreciar tanto en las diferencias unitarias como porcentuales, a medida que vamos usando modos de vibración superiores a la veintena, la malla por defecto empieza a mostrarse más imprecisa que las mallas homogéneas. Si tenemos en cuenta que el análisis que nos compete nos hará someter al eje hasta los 50 primeros modos de vibración, usar la malla homogénea para nuestro caso supondría un riesgo de imprecisiones que no podemos tolerar.

En la siguiente tabla mostramos los valores homólogos para el caso de eje restringido, donde las divergencias se agudizan con respecto al caso del eje libre (algo coherente al aplicar las ya consabidas restricciones de nuestro problema).

**Tabla 4.** Comparativas de mallas para eje restringido y diferencia porcentual.

Eje Nuevo Restringido para diferentes tipos de malla								
Modos	Datos de Muestra	Malla por defecto	Malla 50mm	Malla 40mm	% Def	%50mm	%40mm	
1	315,300	315,645	315,106	315,087	1,1E-05	6,2E-06	7E-06	
2	315,100	315,766	315,120	315,090	2,1E-05	6,3E-07	3E-07	
3	813,680	815,952	814,209	814,159	2,8E-05	6,5E-06	-6E-06	
4	813,930	816,484	814,242	814,169	3,1E-05	3,8E-06	-3E-06	
5	1.021,960	1023,080	1021,510	1.021,480	1,1E-05	4,4E-06	5E-06	
6	1.336,990	1341,290	1337,130	1.336,670	3,2E-05	1,0E-06	2E-06	
7	1.337,130	1341,510	1337,430	1.336,900	3,3E-05	2,2E-06	2E-06	
8	1.338,020	1346,270	1338,490	1.337,800	6,2E-05	3,5E-06	2E-06	
9	1.338,100	1346,640	1338,720	1.337,880	6,4E-05	4,6E-06	2E-06	
10	1.480,740	1503,090	1480,980	1.480,890	1,5E-04	1,6E-06	-1E-06	
11	1.480,970	1503,650	1481,040	1.480,910	1,5E-04	4,7E-07	4E-07	
12	1.577,330	1578,900	1577,040	1.576,970	1,0E-05	1,8E-06	2E-06	
13	2.044,280	2049,290	2042,740	2.042,680	2,5E-05	7,5E-06	8E-06	
14	2.257,480	2290,820	2259,030	2.258,900	1,5E-04	6,9E-06	-6E-06	
15	2.258,140	2296,030	2259,120	2.258,920	1,7E-04	4,3E-06	-3E-06	
16	3.059,200	3074,620	3063,410	3.063,320	5,0E-05	1,4E-05	-1E-05	
17	3.109,460	3148,820	3110,900	3.110,710	1,3E-04	4,6E-06	-4E-06	
18	3.110,170	3337,450	3111,010	3.110,740	7,3E-04	2,7E-06	-2E-06	
19	3.114,880	3344,800	3114,020	3.114,870	7,4E-04	2,8E-06	3E-08	
20	3.340,550	3349,160	3340,460	3.339,860	2,6E-05	2,7E-07	2E-06	
21	3.342,180	3369,480	3342,140	3.341,480	8,2E-05	1,2E-07	2E-06	
22	4.010,900	4204,490	4010,790	4.010,550	4,8E-04	2,7E-07	9E-07	
23	4.011,360	4476,500	4010,950	4.010,580	1,2E-03	1,0E-06	2E-06	
24	4.089,230	4490,550	4083,220	4.083,090	9,8E-04	1,5E-05	2E-05	
25	4.467,050	4506,020	4467,810	4.466,540	8,7E-05	1,7E-06	1E-06	
26	4.479,230	4514,660	4479,970	4.478,580	7,9E-05	1,7E-06	1E-06	
27	4.702,450	4707,500	4705,350	4.705,110	1,1E-05	6,2E-06	-6E-06	
28	4.720,170	4729,400	4720,460	4.719,770	2,0E-05	6,1E-07	8E-07	
29	4.720,340	4730,680	4720,990	4.720,220	2,2E-05	1,4E-06	3E-07	
30	4.722,530	4740,830	4723,140	4.722,020	3,9E-05	1,3E-06	1E-06	



**Tabla 5.** Comparativas de mallas para eje restringido y diferencia unitaria.

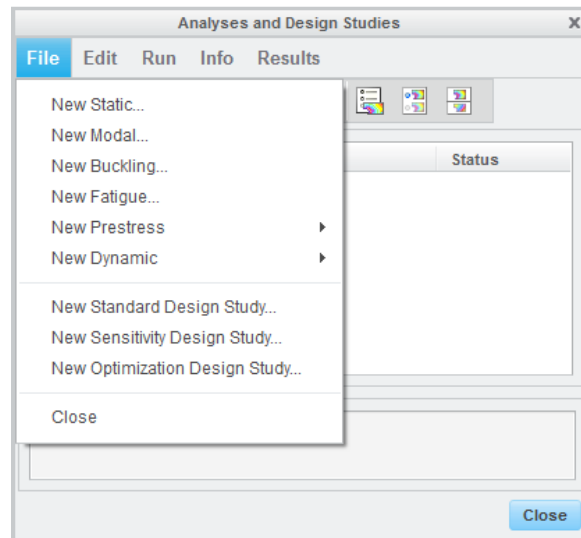
Eje Nuevo Restringido para diferentes tipos de malla								
Modos	Datos de Muestra	Malla por defecto	Malla 50mm	Malla 40mm	Defecto	50mm	40mm	
FRECUENCIA PROPIA (Hz)	1	315,300	315,645	315,106	315,087	0,345	0,194	0,213
	2	315,100	315,766	315,120	315,090	0,666	0,020	0,010
	3	813,680	815,952	814,209	814,159	2,272	0,529	0,479
	4	813,930	816,484	814,242	814,169	2,554	0,312	0,239
	5	1.021,960	1023,080	1021,510	1.021,480	1,120	0,450	0,480
	6	1.336,990	1341,290	1337,130	1.336,670	4,300	0,140	0,320
	7	1.337,130	1341,510	1337,430	1.336,900	4,380	0,300	0,230
	8	1.338,020	1346,270	1338,490	1.337,800	8,250	0,470	0,220
	9	1.338,100	1346,640	1338,720	1.337,880	8,540	0,620	0,220
	10	1.480,740	1503,090	1480,980	1.480,890	22,350	0,240	0,150
	11	1.480,970	1503,650	1481,040	1.480,910	22,680	0,070	0,060
	12	1.577,330	1578,900	1577,040	1.576,970	1,570	0,290	0,360
	13	2.044,280	2049,290	2042,740	2.042,680	5,010	1,540	1,600
	14	2.257,480	2290,820	2259,030	2.258,900	33,340	1,550	1,420
	15	2.258,140	2296,030	2259,120	2.258,920	37,890	0,980	0,780
	16	3.059,200	3074,620	3063,410	3.063,320	15,420	4,210	4,120
	17	3.109,460	3148,820	3110,900	3.110,710	39,360	1,440	1,250
	18	3.110,170	3337,450	3111,010	3.110,740	227,28	0,840	0,570
	19	3.114,880	3344,800	3114,020	3.114,870	229,92	0,860	0,010
	20	3.340,550	3349,160	3340,460	3.339,860	8,610	0,090	0,690
	21	3.342,180	3369,480	3342,140	3.341,480	27,300	0,040	0,700
	22	4.010,900	4204,490	4010,790	4.010,550	193,59	0,110	0,350
	23	4.011,360	4476,500	4010,950	4.010,580	465,14	0,410	0,780
	24	4.089,230	4490,550	4083,220	4.083,090	401,32	6,010	6,140
	25	4.467,050	4506,020	4467,810	4.466,540	38,970	0,760	0,510
	26	4.479,230	4514,660	4479,970	4.478,580	35,430	0,740	0,650
	27	4.702,450	4707,500	4705,350	4.705,110	5,050	2,900	2,660
	28	4.720,170	4729,400	4720,460	4.719,770	9,230	0,290	0,400
	29	4.720,340	4730,680	4720,990	4.720,220	10,340	0,650	0,120
	30	4.722,530	4740,830	4723,140	4.722,020	18,300	0,610	0,510

Como las tablas muestran, en términos generales, para diferencias porcentuales en ensayo de eje restringido, la malla de 50mm homogénea se muestra como la opción intermedia de las dos, aunque, si hablamos de términos unitarios, su competitividad con respecto a la malla de 40 mm de tamaño máximo de segmento está más que comprobada. Este dato, junto con los resultados ya obtenidos para el eje libre, el estar exenta de fallos de compilación y tener un tiempo de cálculo mejor al de la malla de mayor entramado hace que veamos como la mejor opción para nuestro análisis el escoger la malla de de 50mm de tamaño máximo de segmento.

### 8.2.2. Definición de los parámetros de resolución de análisis.

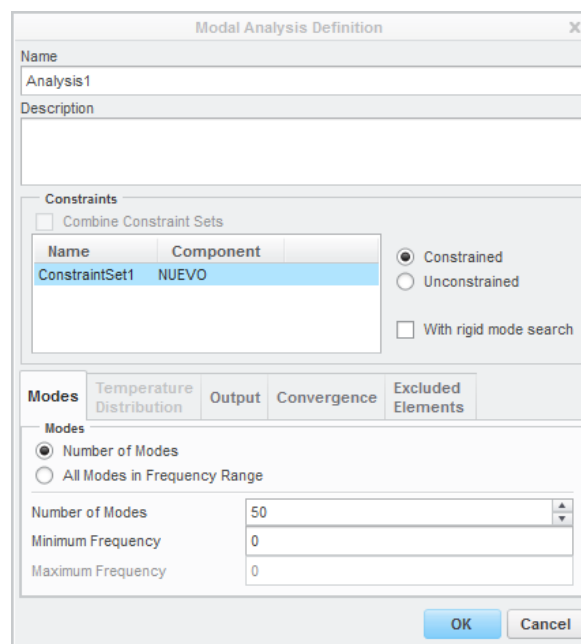
Los parámetros de resolución utilizados son un elemento de enorme importancia para obtener unos resultados óptimos en los análisis. Para acceder a su configuración debemos seleccionar la pestaña *Inicio* dentro del módulo *Creo Simulate*. En esa barra de herramientas, bajo la sección *ejecutar*, pincharemos el botón *Analyses and Studies*, con el cual abriremos una nueva ventana, con el título de *Analyses and Design Studies*, ventana que sirve para visualizar el estado del proceso de compilación y ajustar previamente los parámetros de resolución.

Una vez tengamos abierta la ventana *Analyses and Design Studies*, abriremos la pestaña de *File* y seleccionaremos la opción *New Modal*.



**Figura 73.** Ventana de análisis del módulo 'Creo Simulate'.

Seleccionada la opción *New Modal* se abrirá una nueva ventana bajo el título *Modal Analysis Definition* en donde podremos configurar los parámetros de análisis. En la parte superior de la ventana podremos nombrar nuestro análisis y, para facilitar la rapidez, podemos liberar o imponer las restricciones del modelo con las opciones *Unconstrained* o *Constrained*.



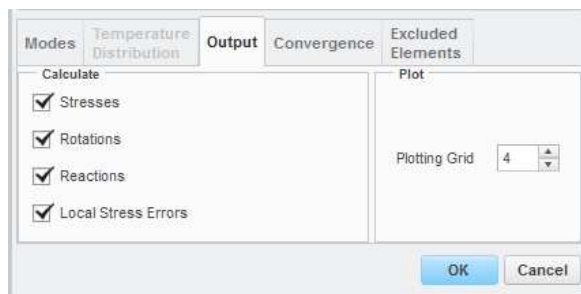
**Figura 74.** Ventana de definición del análisis modal.

En esta primera pestaña *Modes* el programa permite indicar el rango de frecuencias entre las que nos interesa estudiar o, dejándolo en blanco, permitir cualquier valor que estas tomen. También permite fijar el número de modos.



En nuestro caso pondremos 50 modos y no limitaremos las frecuencias, pues uno de los objetivos del proyecto es obtener estos modos de vibración, ya que hasta ahora los análisis anteriores al nuestro nunca han pasado de los 40 primeros modos de vibración.

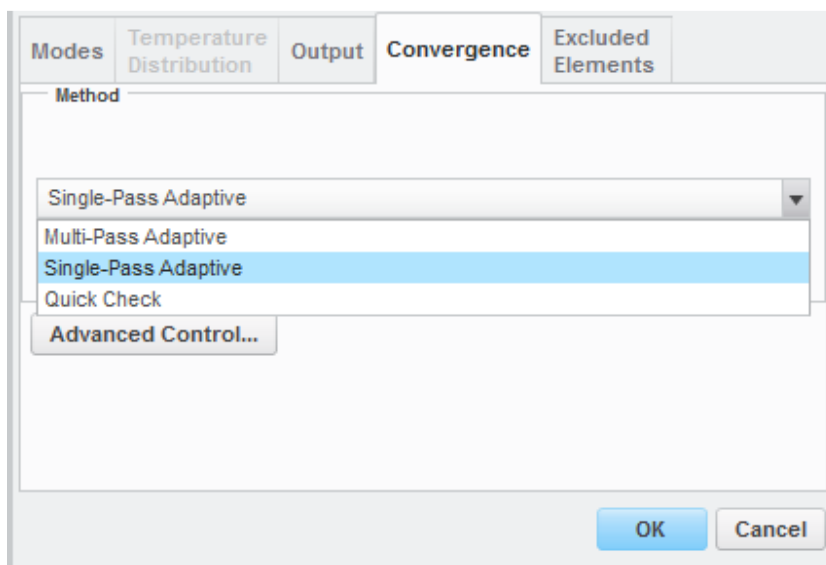
En la pestaña *Output* podemos escoger los parámetros y resultados que nos interesen obtener del estudio además de fijar el *Plotting Grid*.



**Figura 75.** Pestaña de *Output*.

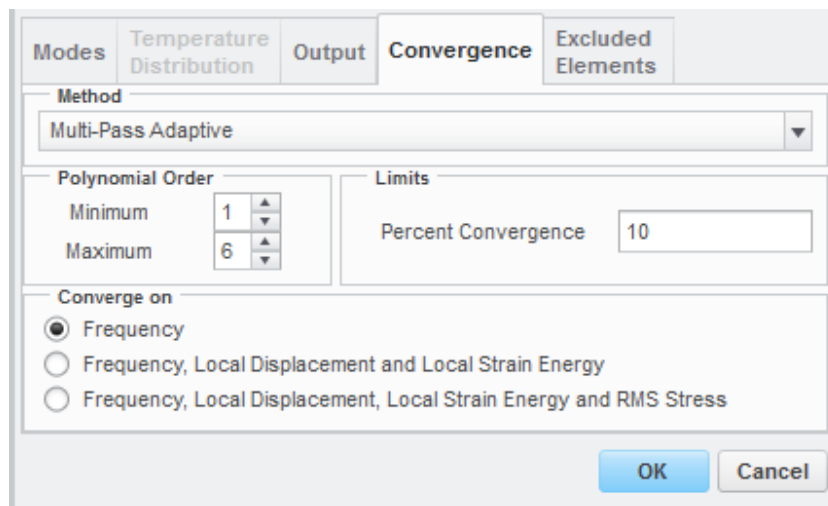
El valor de *Plotting Grid* es de gran importancia en cualquiera de estos análisis, ya que proporciona el número de puntos de resolución estudiados por el post procesado. La fórmula que lo define es  $n = (p + 1)^2$  siendo 'p' el valor de *Plotting Grid* y 'n' el número de resultados por cara. Es decir, una malla de 'p=4' (valor por defecto) estudia 25 puntos de resolución por cada cara de elemento y una malla de 'p=10' estudia 121. Por recomendaciones técnicas en el proyecto que nos concierne hemos usado el valor por defecto, debido al elevado número de modos que vamos a analizar.

En la pestaña *Convergence* encontramos los tres diferentes métodos para calcular los resultados y la precisión que tendrán los mismos de los mismos. Estos métodos son *Multi-Pass Adaptive*, *Single-Pass Adaptive* y *Quick Check*.



**Figura 76.** Pestaña de *Convergence*.

- *Multi-Pass Adaptive*: En este método definimos el mínimo y el máximo orden del polinomio, además del porcentaje de convergencia. A partir de los datos el programa va realizando los cálculos y aumenta el orden de los polinomios para cada elemento de borde. El análisis finaliza cuando el porcentaje de la diferencia entre los resultados del paso actual y el anterior es menor que el porcentaje de convergencia especificado o cuando se alcanza el máximo orden de polinomio.



**Figura 77.** Ventana de definición de *Multi-Pass Adaptive*.

- *Single-Pass Adaptive*: Este método se basa en la obtención de una primera solución mediante un polinomio de tercer orden, determinando un error de estimación en la tensión local. A partir de este error, el programa calcula una nueva distribución de orden del polinomio y realiza un paso final. En los resultados se muestra un resumen con la estimación del error, con lo que se puede comprobar la calidad de la solución. Si observamos que el error utilizando este método es demasiado grande, sería aconsejable pasar a utilizar el método 'Multi-Pass Adaptive'.
- *Quick Check*: Es un método utilizado para verificar que las condiciones del problema se han definido bien, análisis simple en el cual el programa obtiene una solución rápida mediante un polinomio de tercer orden.

### 8.2.3. Método de resolución de análisis óptimo.

Como hemos comentado a lo largo del documento, el Departamento de Ingeniería Mecánica ha realizado una serie de estudios diferentes sobre el eje ferroviario que compete a nuestro estudio, siendo este proyecto una continuación de los estudios anteriores.

En nuestro caso, a analizar más de 20 modos de vibración, como era normal, e incluso superar la cifra de 40 modos de vibración de los últimos proyectos, hemos tenido que realizar un nuevo análisis de sensibilidad de herramientas, situado en la sección referida al mallado en este capítulo.

Con los resultados en la mano y como ya comentamos en dicho apartado, debido a la complejidad de nuestro estudio hemos tenido que desechar la malla por defecto para usar una

mallado homogénea de 50mm de tamaño máximo de elemento. Al tomar esta decisión, no nos hemos visto impedidos como en otros análisis a poner un valor elevado de Plotting Grid, con lo que hemos logrado resultados de extrema precisión, muy cercanos a mallas con el doble de nodos y con una fiabilidad ante errores de compilación o cálculo digna a mencionar.

Respecto a las diferencias entre los resultados que devuelven los métodos *Single-Pass Adaptive* y *Multi-Pass Adaptive* queda demostrado con el análisis de sensibilidad que, junto con nuestra malla homogénea, el método *Multi-Pass Adaptive* era el más adecuado y eficiente.

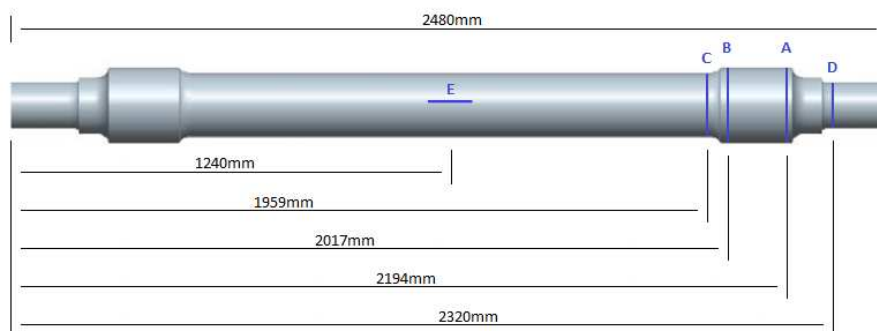
Por último, queremos recalcar, como ya citamos en repetidas ocasiones, la importancia relación entre precisión de resultados y mínimo tiempo invertido, el cual ha sido la clave a la hora de fijar los parámetros que hemos seleccionado para realizar los análisis modales:

- Mallado homogéneo de 50mm de máximo tamaño de segmento.
- Método de resolución 'Multi-Pass Adaptive'.
- Máximo orden de polinomio = 6
- Criterio de convergencia = 10%
- Plotting Grid = 4

### 8.3. MODELADO DE LAS GRIETAS GENERADAS EN EL EJE.

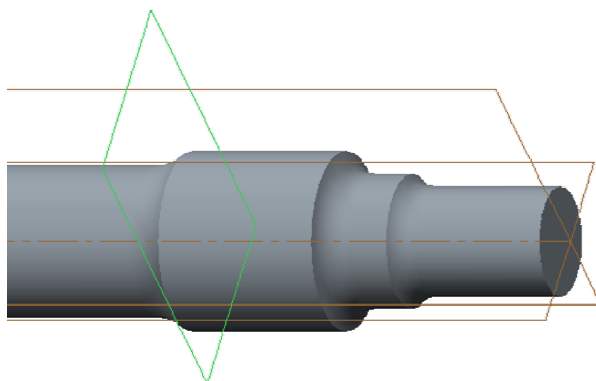
En este apartado vamos a explicar la metodología que hemos seguido para realizar las grietas en el eje con PTC Creo Parametric. Como ya se explicó en el capítulo 7, diseñaremos 12 grietas en cada una de las 5 posiciones de estudio que se consideran potencialmente críticas, simulando así el avance de grieta por fatiga.

El proceso es sencillo, una vez diseñado el eje, produciremos las grietas haciendo una extrusión hueca, eliminando así material del eje. Para llevarse a cabo este proceso, en primer lugar tenemos que conocer las distancias en las que se encuentran cada una de nuestras posiciones. En la siguiente figura recordamos el esquema de las mismas.



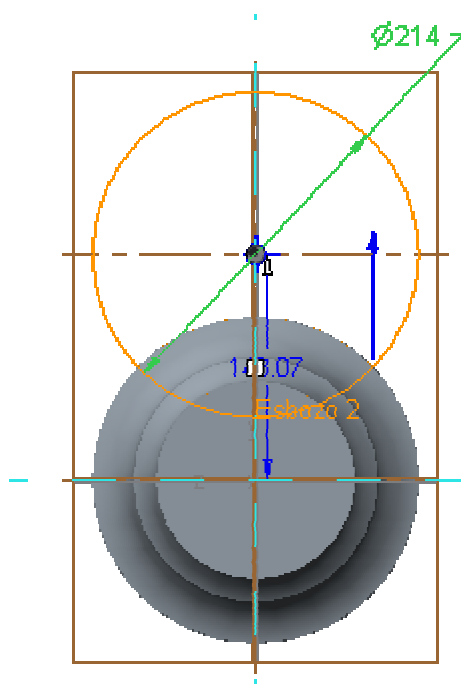
**Figura 78.** Posiciones de generación de grieta.

Conocidas las distancias, generaremos planos perpendiculares al eje en cada una de las posiciones a estudiar. Para este cometido, dentro de la pestaña *Inicio* y las opciones de la barra de herramientas para *Datos de referencia*, seleccionaremos la opción *Plano*, pulsando en el plano paralelo al mismo y ajustando en la ventana de *Plano de referencia* la distancia del plano auxiliar que vamos a crear. En el ejemplo de la figura se muestra el plano auxiliar creado en la posición B.



**Figura 79.** Generación del plano perpendicular al eje en la posición B.

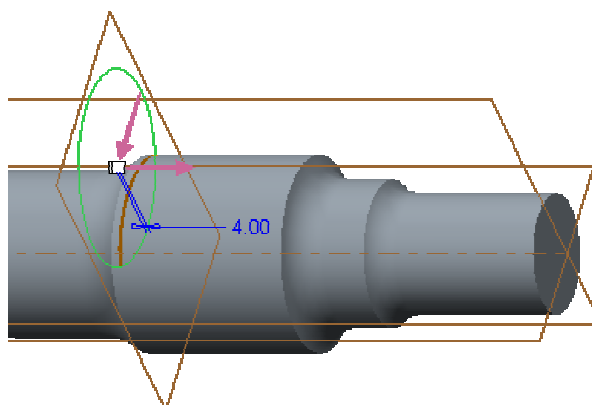
Con el plano definido, realizaremos en él el esbozo de la extrusión que más tarde produciremos. Este esbozo podrá ser editado, como posteriormente explicaremos, para crear las grietas sin tener que repetir sucesivamente todo el proceso.



**Figura 80.** Diseño del esbozo de la extrusión hueca de posición B al 50%.

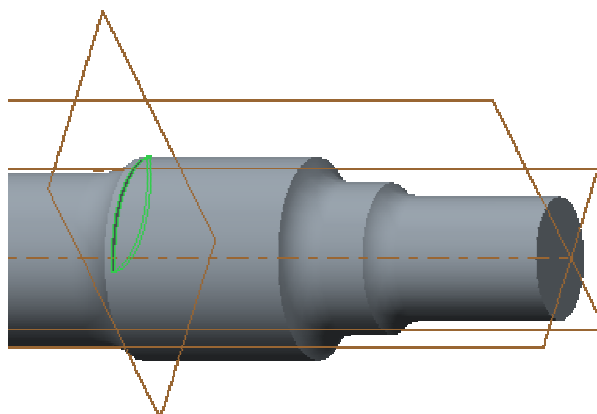
Ahora solo queda realizar la extrusión, para ello pulsamos sobre la herramienta Extrusión. El valor del ancho de esta, se modifica pulsando sobre el mismo número que lo indica. En nuestro caso, será de 4 mm, parámetro fijado para evitar que los nodos que definan

las grietas puedan quedar muy juntos y provoquen un efecto indeseado a la hora de realizar el análisis modal.



**Figura 81.** Extrusión hueca de Posición B y al 50%.

Finalmente, tras definir la anchura de la grieta esta quedará completamente generada, como podemos ver en la siguiente figura bajo estas líneas.



**Figura 82.** Detalle de grieta de Posición B y al 50%.

Este procedimiento ha sido repetido tantas veces como grietas hemos creado en las distintas posiciones. Como hemos generado 12 grietas en 5 posiciones diferentes, el total de extrusiones realizado fue de 60, extrusiones en las que no contamos los ejes realizados con dos grietas para el análisis combinado, que al ser 8 grietas combinadas en 2 posiciones tendremos un total de otros 64 ejes diferentes, ascendiendo a un total de 124 ejes creados diferentes.

Hay que destacar, que para cada grieta en cada posición, los valores del esbozo realizado varían. Esto se debe a que la sección del eje es diferente en todas las posiciones excepto las posiciones C y E. Como ya se ha explicado en el capítulo 7, el objetivo es de realizar cuatro inserciones radiales de aproximadamente el 1%, 2%, 4%, 8%, 16%, 24%, 33%, 44%, 50%, 66%, 83% y 100% respecto al radio del eje, por lo que tendremos que calcular estos valores. Con la ayuda de PTC Creo Parametric, y utilizando la herramienta de *Acotar*, podemos obtener los datos de los radios en cada una de las posiciones.

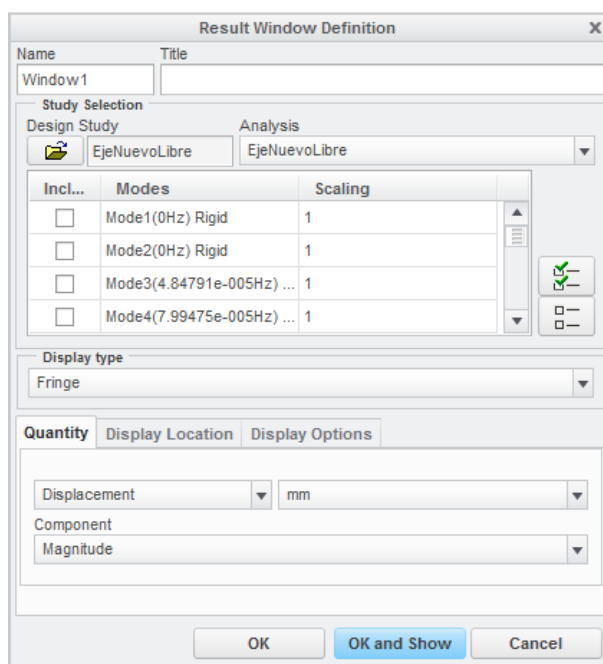
**Tabla 6.** Valores de la profundidad de grieta y distancia entre centros para cada posición.

Radio (según posición)	Posición A		Posición B		Posición C		Posición D		Posición E	
	107		107		90		65		90	
Porcentaje del radio	Profundidad	Distancia	Profundidad	Distancia	Profundidad	Distancia	Profundidad	Distancia	Profundidad	Distancia
1%	1,35	212,65	1,35	212,65	1,14	178,86	0,82	129,18	1,14	178,86
2%	2,7	211,30	2,7	211,30	2,27	177,73	1,64	128,36	2,27	177,73
4%	5,27	208,73	5,27	208,73	4,43	175,57	3,2	126,80	4,43	175,57
8%	10,75	203,25	10,75	203,25	9,55	170,45	6,53	123,47	9,55	170,45
16%	21,44	192,56	21,44	192,56	18,03	161,97	13,02	116,98	18,03	161,97
24%	32,04	181,96	32,04	181,96	26,95	153,05	19,47	110,53	26,95	153,05
33%	43,88	170,12	43,88	170,12	36,91	143,09	26,66	103,34	36,91	143,09
44%	58,14	155,86	58,14	155,86	48,95	131,05	35,35	94,65	48,95	131,05
50%	65,93	148,07	65,93	148,07	55,45	124,55	40,05	89,95	55,45	124,55
66%	86,24	127,76	86,24	127,76	72,54	107,46	52,39	77,61	72,54	107,46
83%	107,25	106,75	107,25	106,75	90,21	89,79	65,15	64,85	90,21	89,79
100%	127,5	86,50	127,5	86,50	107,25	72,75	77,46	52,54	107,25	72,75

Obtenidos estos valores, la edición y creación de las respectivas grietas queda resuelta, con la salvedad que debemos crear la grieta de la posición E en paralelo al eje de rotación del eje ferroviario a estudio, que serán realizadas de la misma forma que las anteriores.

#### 8.4. VISUALIZACIÓN DE RESULTADOS.

Una vez realizadas las grietas y los análisis con los parámetros definidos en el anterior apartado, se procede a extraer los resultados. Existen varias maneras de visualización de los resultados. La más simple consiste en pulsar la pestaña *Results* en la ventana de *Analyses and Design Studies* una vez finalice la simulación. En la pestaña de *Results* pulsaremos la opción de *Define Result Window*. Esto abrirá una gran pantalla donde se mostraran los resultados y una pequeña ventana denominada con el título *Result Window Definition* que se muestra en la siguiente imagen.



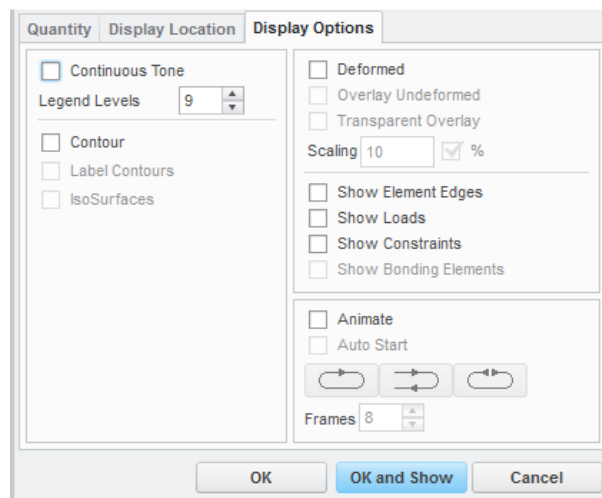
**Figura 83.** Ventana Result Window Definition.

En la ventana mostrada podemos elegir el modo que queremos representar o incluso hacer una combinación de varios. También, se ofrece la posibilidad de seleccionar el tipo de visualización de resultados en el desplegable *Display type*, que contiene:

- *Fringe*: los resultados se representan en franjas de colores que van en función a la magnitud seleccionada y su intensidad.
- *Vectors*: los resultados se muestran mediante vectores de colores en función de la magnitud y su intensidad, además de proporcionarnos el sentido de dicha magnitud.
- *Graph*: reporta las gráficas de las diferentes curvas o aristas de la pieza analizada.
- *Model*: representa las aristas de la pieza de la cual se han obtenido los resultados.

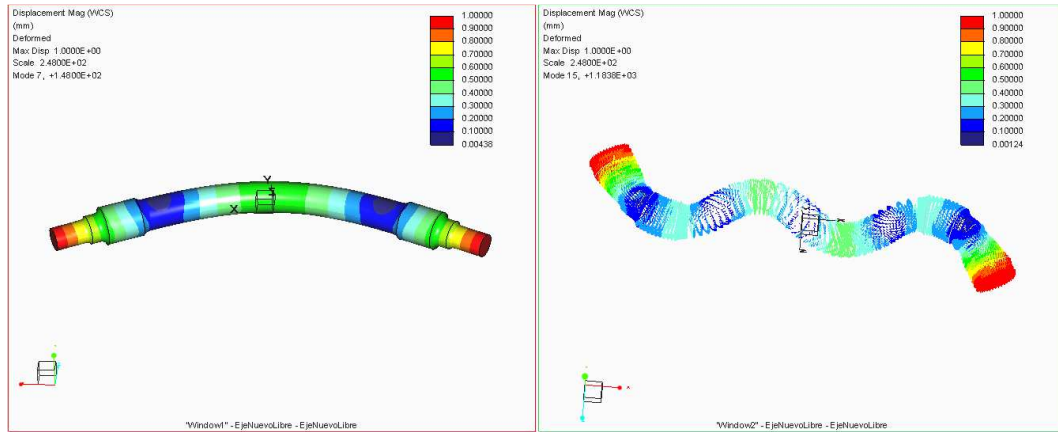
Dentro de *Result Window Definition* también tenemos la pestaña *Quantity* que nos ofrece las características numéricas de los resultados analizados, pudiendo escoger entre *Stress* (tensión), *Displacement* (desplazamiento), *Strain* (deformación) y *Strain Energy* (energía de deformación).

Por último, en la pestaña *Display Options* se nos ofrece una importante variedad de visualizaciones que contiene el programa. Especialmente interesantes son *Deformed* (en la que podemos ver la pieza deformada) y *Animate* (en la que observamos una representación animada del comportamiento de la pieza):



**Figura 84.** Ventana de *Display Options*.

Una vez que hemos elegido las características deseadas en cada una de las pestañas, aceptamos pulsando “Ok and Show” obteniendo la representación en la ventana. El programa permite añadir tantas ventanas como se quiera realizando los mismos pasos antes descritos.



**Figura 85.** Visualización de resultados mediante Fringe y Vectors.





## **CAPÍTULO 9: DESARROLLO DEL PROYECTO Y RESULTADOS**



## 9.1. INTRODUCCIÓN.

En esta sección del proyecto exponemos un resumen de todos los resultados obtenidos en los análisis modales que se han llevado a cabo, además de las conclusiones a las que se ha llegado tras estudiarlos.

Al comienzo se expondrán los datos representativos del área de grieta calculada en cada posición y porcentaje que simulan el avance de las playas típicas previas al fallo por fatiga.

Posteriormente, y en el apartado que más volumen ocupará, se mostrarán los datos obtenidos con los análisis, primero del eje en su estado libre y luego, con restricciones que ya comentamos en el apartado anterior.

Gracias a este desglose de datos podremos observar, tanto el resumen de frecuencias, como las diferencias porcentuales y las diferencias unitarias de cada posición y porcentaje en relación al eje nuevo sin grieta.

Después del pertinente estudio de las grietas radiales analizaremos con metodología similar un caso de grieta longitudinal, situada en la parte central de nuestro eje.

Por último, queremos hacer hincapié los datos obtenidos en el análisis modal del eje con dos grietas simultáneas, ya que este expone quizás una de las líneas de investigación de mayor interés analizadas en esta serie de estudios hasta la fecha.

## 9.2. RELACIÓN ÁREA GRIETA/POSICIÓN Y EJE/PORCENTAJE RADIO.

Como hemos mostrado en el apartado 7.3.1. de este estudio, los valores del área creada por la grieta en cada posición y porcentaje son los siguientes:

**Tabla 7.** Áreas de cada posición desde el 1% hasta el 24% del porcentaje de radio.

	Área total de la grieta (mm <sup>2</sup> )					
	1%	2%	4%	8%	16%	24%
Posición A	20,424	61,073	166,240	482,440	1348,439	2444,373
Posición B	20,424	61,073	166,240	482,440	1348,439	2444,373
Posición C	15,382	43,179	117,505	341,767	953,714	1729,402
Posición D	7,975	22,554	61,307	178,0198	497,368	902,483
Posición E	21,732	60,949	165,557	479,608	1327,600	2387,116

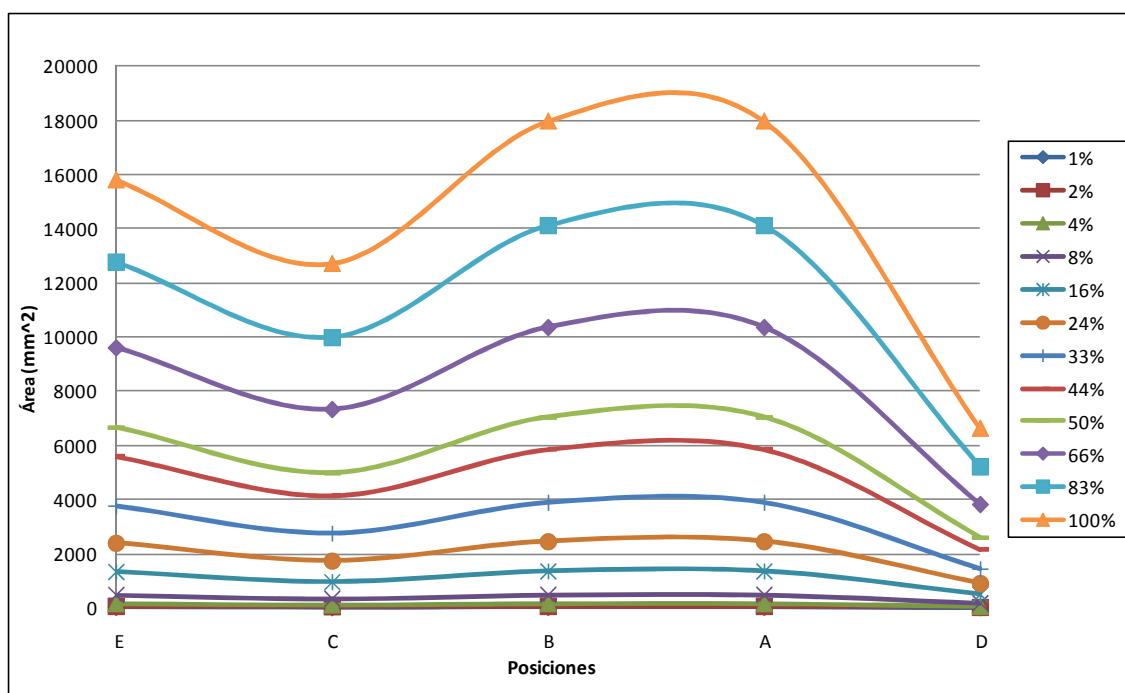
**Tabla 8.** Áreas de cada posición desde el 33% hasta el 100% del porcentaje de radio.

	Área total de la grieta (mm <sup>2</sup> )					
	33%	44%	50%	66%	83%	100%
Posición A	3883,293	5858,692	7031,560	10351,887	14109,955	17974,283
Posición B	3883,293	5858,692	7031,560	10351,887	14109,955	17974,283
Posición C	2747,547	4150,761	4974,495	7324,052	9982,543	12717,703
Posición D	1429,411	2164,810	2594,982	3820,261	5206,756	6633,815
Posición E	3754,747	5599,305	6660,768	9600,477	12761,250	15809,333

Con estos valores podemos representar la siguiente gráfica donde vemos como va a variar el área de grieta en función de la posición en la que se produzca a lo largo del eje. Es importante que el lector se cerciore de la posición en que se han denominado cada una de las situaciones de las grietas. También, aunque se incluye en las Gráficas, debe considerarse la naturaleza diferente de la grieta E, ya que al ser longitudinal, ni la forma del área de la misma ni el cálculo de la grieta la convierte en equivalente al resto de grietas calculadas y analizadas.

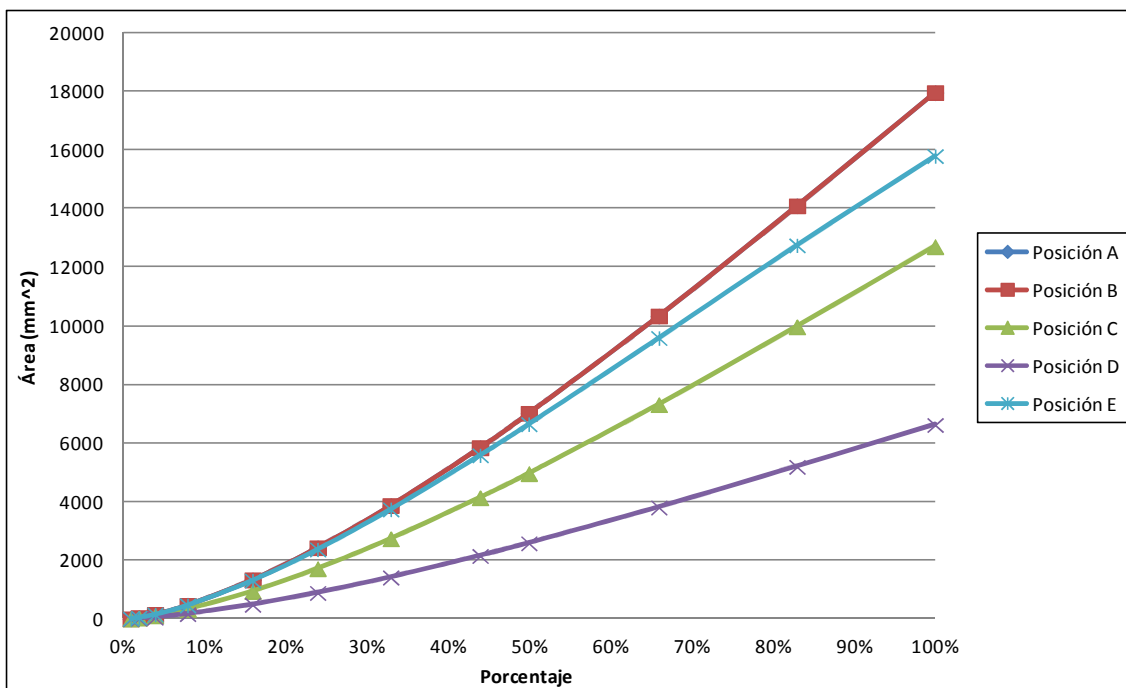


**Figura 86.** Diagrama de situación de las grietas en el eje.



**Figura 87.** Gráfica representativa de las áreas de grieta en cada posición del eje.

Es interesante también, representar el grado con el que varía el área de grieta en función de con qué porcentaje del radio es impuesto. Como es de esperar, el área crece a medida que aumenta el porcentaje del radio de la grieta que simula la playa, relación que se observa con claridad en la siguiente gráfica:



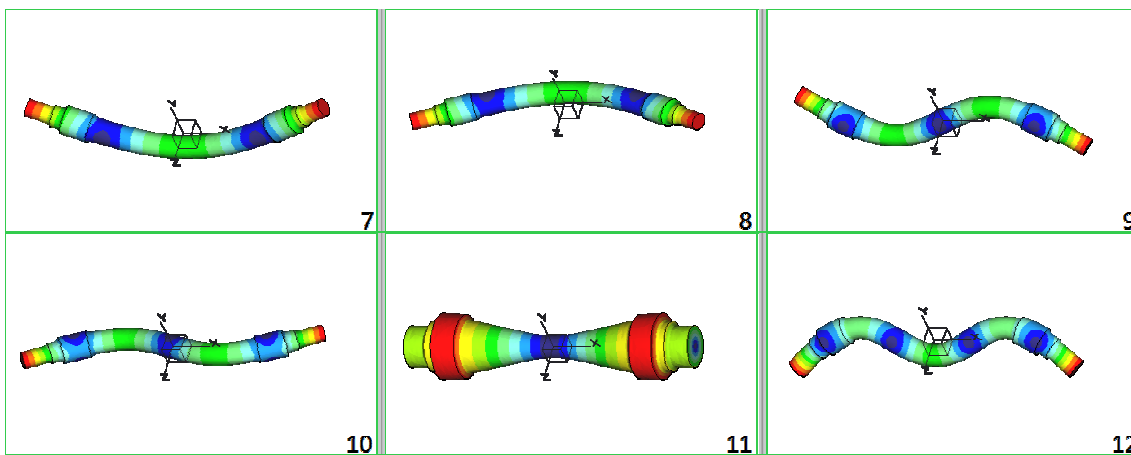
**Figura 88.** Gráfica representativa de las áreas de grieta por porcentaje del radio.

### 9.3. RESULTADOS DE GRIETAS RADIALES EN EL EJE LIBRE.

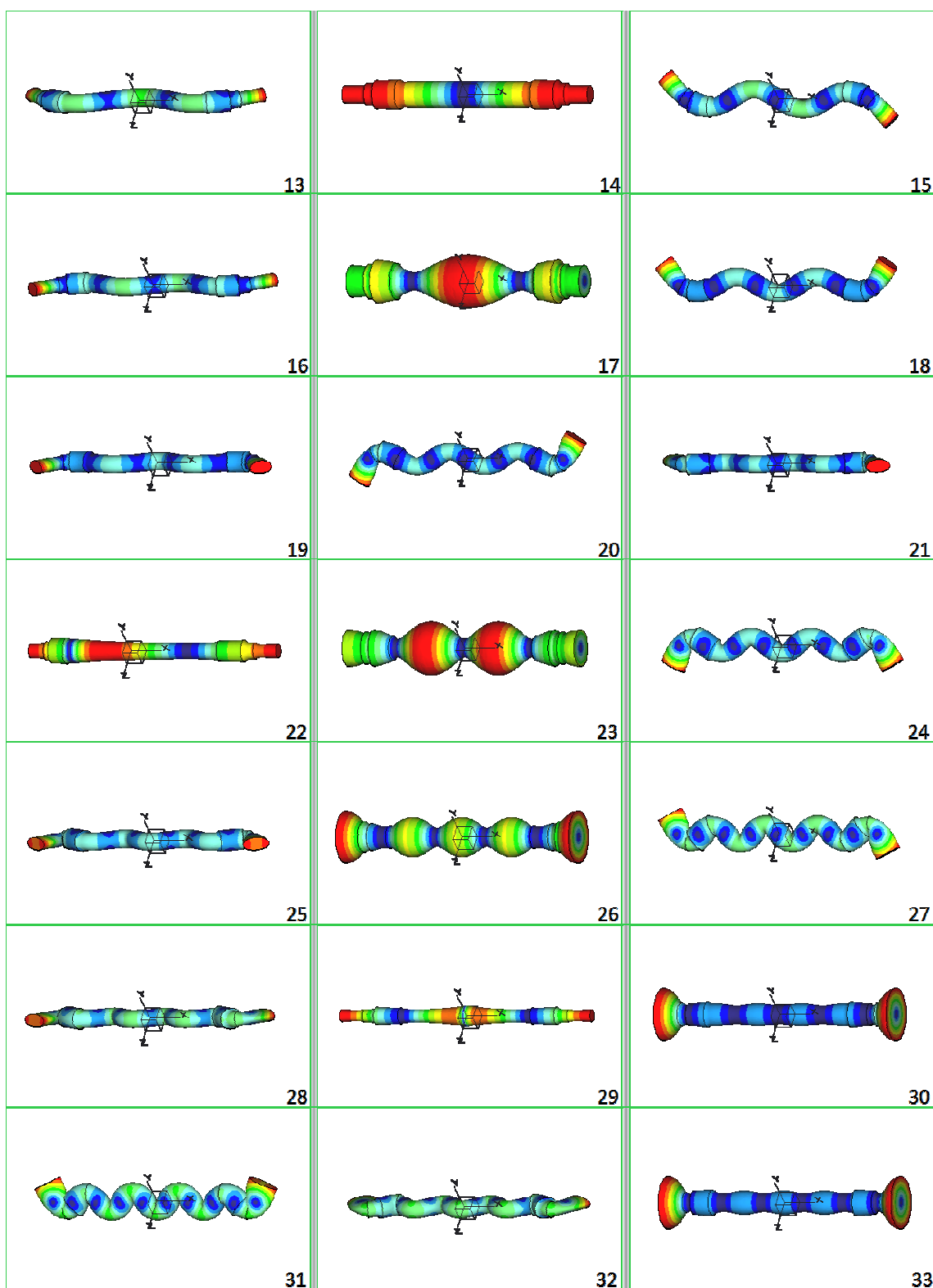
En este apartado veremos el conjunto de resultados obtenidos en los análisis realizados con el programa PTC Creo Simulate sobre los 4 casos de grietas radiales en el eje libre.

Es importante indicar, que los valores de '0 Hz' que se van a obtener para los 6 primeros modos de vibración son de esperar, puesto que coinciden y corresponden con los 6 grados de libertad del eje en el espacio y, por lo tanto, no se tendrán en cuenta en los resultados futuros.

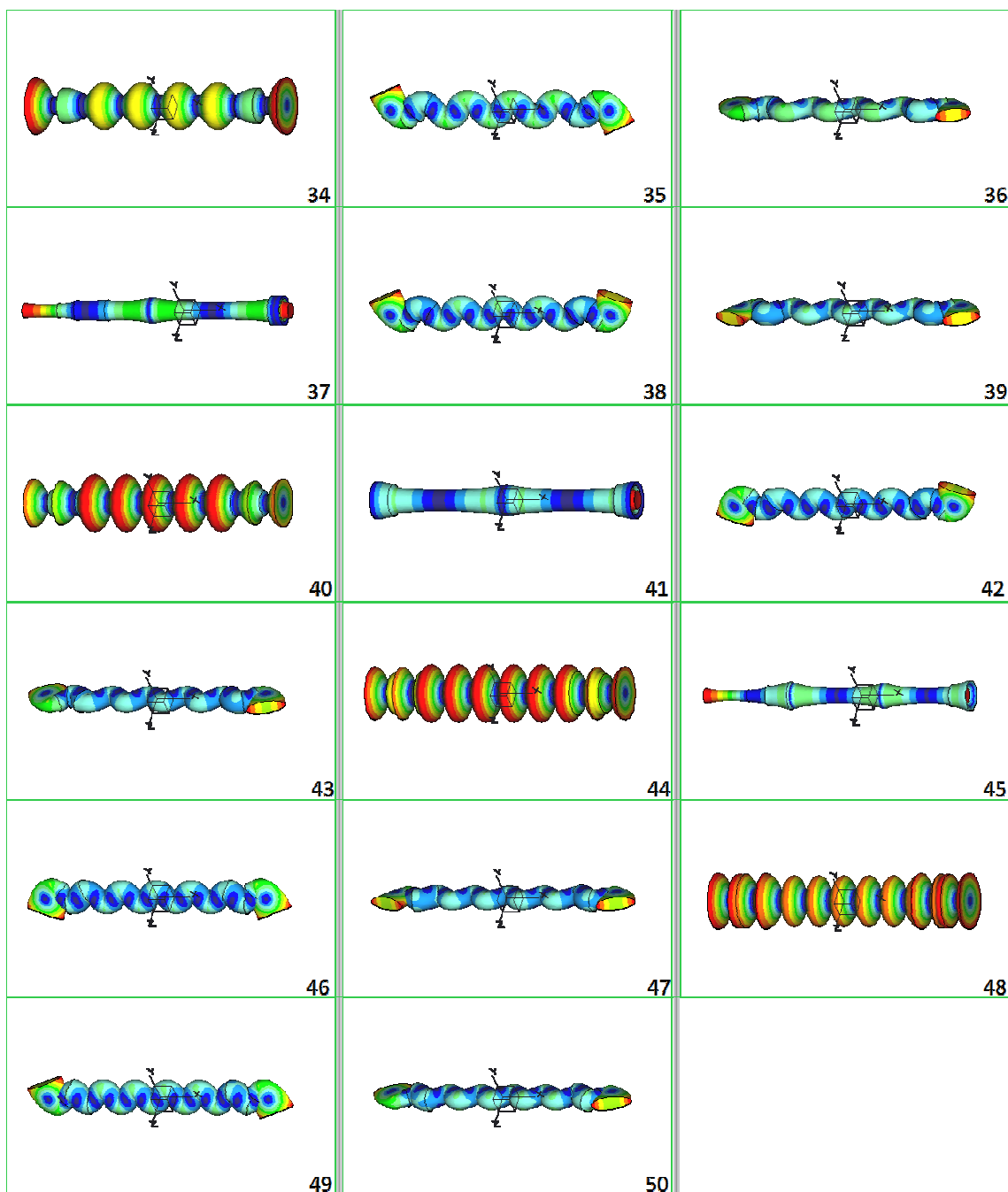
A continuación se muestra unas figuras que representan el movimiento de los modos de vibración estudiados del eje libre:



**Figura 89.** Representación de los modos (7-12) de vibración del eje libre.



**Figura 90.** Representación de los modos (13-33) de vibración del eje libre.



**Figura 91.** Representación de los modos (34-50) de vibración del eje libre.

Antes de presentar los resultados y fijándonos en las anteriores figuras, vamos a ser capaces de comprender por qué algunos de los valores de frecuencias que vamos a obtener son en algunos casos muy similares para modos consecutivos, debiéndose a que se trata de iguales movimientos pero respecto a ejes de coordenadas distintos.



### 9.3.1. Resultados globales de frecuencias para eje libre.

El primer conjunto de tablas a presentar van a ser las frecuencias obtenidas para cada modo y posición de grieta, incluyendo una columna con las frecuencias del análisis del eje nuevo para comparar y dos filas extras con valores de tiempo en segundo que el programa necesitó para los análisis, siendo Tiempo 1 el tiempo total transcurrido en el análisis y el Tiempo 2 el de cálculo de CPU. Por cuestiones de espacio en el documento, presentaremos las tablas de manera consecutiva, extrayendo las conclusiones al final de cada apartado.

**Tabla 9. Frecuencias propias (Hz) para eje libre con grietas en posición A.**

	POSICIÓN A												
	NUEVO	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
Modo 7	148,21	148,21	148,21	148,22	148,22	148,22	148,22	148,22	148,21	148,21	148,17	148,09	147,94
Modo 8	148,21	148,21	148,21	148,22	148,22	148,22	148,23	148,24	148,25	148,25	148,26	148,27	148,27
Modo 9	403,49	403,49	403,49	403,51	403,49	403,47	403,39	403,21	402,83	402,53	401,38	399,35	395,79
Modo 10	403,50	403,49	403,50	403,51	403,50	403,50	403,50	403,49	403,46	403,43	403,30	403,04	402,56
Modo 11	653,31	653,31	653,31	653,33	653,35	653,41	653,47	653,54	653,60	653,63	653,67	653,66	653,62
Modo 12	761,33	761,33	761,33	761,38	761,31	761,14	760,62	759,44	757,02	755,08	747,44	733,16	706,58
Modo 13	761,34	761,33	761,34	761,39	761,33	761,32	761,29	761,22	761,02	760,82	759,98	758,32	755,42
Modo 14	1074,62	1074,62	1074,62	1074,64	1074,65	1074,68	1074,70	1074,67	1074,46	1074,18	1072,11	1060,08	1010,49
Modo 15	1183,60	1183,60	1183,60	1183,73	1183,54	1182,96	1181,21	1177,29	1169,22	1162,82	1138,72	1105,33	1089,52
Modo 16	1183,61	1183,60	1183,62	1183,75	1183,60	1183,59	1183,52	1183,31	1182,71	1182,10	1179,47	1174,21	1164,97
Modo 17	1414,21	1414,21	1414,22	1414,25	1414,26	1414,32	1414,35	1414,34	1414,25	1414,14	1413,73	1413,01	1411,88
Modo 18	1621,45	1621,47	1621,47	1621,71	1621,35	1620,21	1616,76	1609,06	1593,57	1581,72	1540,60	1486,05	1431,77
Modo 19	1621,47	1621,47	1621,49	1621,75	1621,48	1621,49	1621,41	1621,05	1619,93	1618,80	1613,72	1603,54	1586,32
Modo 20	2054,54	2054,57	2054,57	2054,90	2054,45	2053,20	2049,34	2040,80	2024,39	2012,57	1976,02	1934,91	1897,31
Modo 21	2054,56	2054,57	2054,59	2054,95	2054,60	2054,64	2054,58	2054,17	2052,79	2051,42	2045,13	2032,71	2012,68
Modo 22	2228,03	2228,03	2228,04	2228,09	2228,06	2228,03	2227,79	2227,14	2225,72	2224,58	2220,47	2214,05	2204,30
Modo 23	2262,67	2262,67	2262,68	2262,74	2262,70	2262,68	2262,54	2262,18	2261,44	2260,82	2258,52	2254,56	2247,59
Modo 24	2529,68	2529,70	2529,72	2530,09	2529,68	2529,00	2526,72	2521,57	2511,83	2504,99	2485,01	2463,81	2444,91
Modo 25	2529,71	2529,72	2529,75	2530,13	2529,73	2529,76	2529,66	2529,24	2527,88	2526,55	2520,51	2508,42	2488,07
Modo 26	3078,39	3078,40	3078,41	3078,52	3078,33	3077,95	3076,97	3074,89	3070,29	3066,33	3049,30	3014,82	2949,29
Modo 27	3094,17	3094,17	3094,20	3094,57	3094,18	3094,12	3093,70	3092,32	3089,13	3086,43	3076,51	3060,63	3036,01
Modo 28	3094,20	3094,19	3094,24	3094,60	3094,23	3094,18	3093,90	3093,41	3092,40	3091,65	3089,27	3085,80	3080,80
Modo 29	3417,42	3417,41	3417,43	3417,56	3417,41	3417,11	3416,00	3413,09	3406,31	3400,47	3376,01	3329,95	3253,04
Modo 30	3538,94	3538,98	3538,97	3539,25	3538,74	3537,76	3535,41	3530,66	3521,01	3513,41	3484,56	3437,85	3375,20
Modo 31	3730,93	3730,92	3730,96	3731,30	3730,90	3730,72	3730,24	3729,09	3726,28	3723,66	3712,39	3694,36	3673,04
Modo 32	3730,96	3730,95	3730,99	3731,33	3730,99	3731,04	3731,03	3730,95	3730,48	3729,85	3726,35	3718,37	3702,96
Modo 33	3784,58	3784,62	3784,62	3784,91	3784,47	3783,85	3782,29	3779,34	3774,26	3771,08	3763,56	3758,17	3753,76
Modo 34	4352,94	4352,96	4352,98	4353,15	4353,05	4353,16	4353,19	4353,11	4352,65	4352,12	4273,83	4108,14	3935,70
Modo 35	4388,86	4388,86	4388,89	4389,19	4388,82	4388,21	4386,50	4382,59	4371,92	4359,44	4348,61	4333,36	4294,98
Modo 36	4388,89	4388,88	4388,91	4389,22	4388,83	4388,55	4387,85	4386,28	4382,86	4380,03	4369,86	4360,02	4355,87
Modo 37	4473,46	4473,47	4473,49	4473,76	4473,40	4472,58	4469,63	4461,89	4444,27	4431,18	4403,14	4383,84	4359,59
Modo 38	5022,35	5022,36	5022,37	5022,67	5022,12	5020,05	5014,37	5002,07	4975,98	4954,81	4881,01	4813,14	4776,18
Modo 39	5022,37	5022,37	5022,38	5022,71	5022,34	5022,08	5021,30	5019,31	5014,45	5010,10	4991,43	4955,31	4894,29
Modo 40	5175,64	5175,63	5175,67	5175,81	5175,76	5175,98	5176,16	5176,34	5176,48	5176,52	5139,46	5093,33	5051,92
Modo 41	5258,22	5258,25	5258,26	5258,68	5258,15	5257,10	5253,08	5242,00	5215,89	5195,63	5176,48	5176,21	5175,63
Modo 42	5618,72	5618,74	5618,74	5619,12	5618,31	5614,81	5605,22	5586,27	5555,77	5538,67	5506,66	5492,71	5485,91
Modo 43	5618,76	5618,75	5618,77	5619,23	5618,81	5618,75	5618,24	5616,53	5611,84	5607,43	5588,28	5552,12	5495,35
Modo 44	5956,61	5956,63	5956,66	5956,81	5956,77	5956,75	5956,31	5955,14	5952,44	5950,14	5910,86	5871,10	5837,88
Modo 45	5996,99	5997,01	5997,05	5997,48	5997,02	5996,50	5994,09	5986,84	5968,65	5954,06	5940,29	5917,64	5853,19
Modo 46	6211,88	6211,88	6211,90	6212,43	6211,47	6207,80	6197,63	6178,73	6153,09	6141,42	6125,61	6121,48	6118,54
Modo 47	6211,94	6211,90	6211,95	6212,58	6212,04	6212,20	6212,11	6211,18	6208,03	6204,82	6191,19	6167,04	6133,65
Modo 48	6603,70	6603,70	6603,74	6603,87	6603,72	6602,98	6600,85	6596,05	6585,38	6576,04	6531,13	6410,47	6191,00
Modo 49	6842,28	6842,33	6842,35	6842,94	6842,12	6839,62	6832,08	6816,66	6791,56	6776,54	6742,74	6716,17	6689,02
Modo 50	6842,35	6842,35	6842,38	6843,06	6842,47	6842,64	6842,62	6841,91	6839,30	6836,50	6823,18	6790,12	6726,61
Tiempo 1(s)	1935,41	1622,76	1719,76	690,85	1922,44	1744,21	1648,59	1620,91	1624,76	1956,62	1490,53	1727,72	1660,02
Tiempo 2(s)	429,67	536,41	547,84	328,29	574,19	549,20	526,43	522,88	516,08	540,96	500,96	509,81	480,22



**Tabla 10.** Frecuencias propias (Hz) para eje libre con grietas en posición B.

	POSICIÓN B												
	NUEVO	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
Modo 7	148,21	148,21	148,21	148,21	148,21	148,20	148,17	148,11	147,98	147,89	147,53	146,89	145,95
Modo 8	148,21	148,21	148,21	148,21	148,21	148,21	148,21	148,21	148,19	148,18	148,12	148,01	147,82
Modo 9	403,49	403,49	403,49	403,49	403,46	403,29	402,87	402,03	400,37	399,13	394,47	386,27	374,24
Modo 10	403,50	403,50	403,50	403,50	403,49	403,49	403,46	403,40	403,22	403,07	402,42	401,09	399,05
Modo 11	653,31	653,31	653,31	653,32	653,33	653,34	653,31	653,20	652,96	652,77	652,09	650,97	649,47
Modo 12	761,33	761,33	761,33	761,31	761,19	760,52	758,84	755,56	749,21	744,58	727,85	700,80	666,72
Modo 13	761,34	761,34	761,34	761,34	761,34	761,34	761,27	761,08	760,55	760,07	757,98	753,77	747,40
Modo 14	1074,62	1074,62	1074,62	1074,63	1074,63	1074,58	1074,39	1073,87	1072,46	1071,11	1063,83	1044,51	1014,42
Modo 15	1183,60	1183,60	1183,59	1183,56	1183,34	1182,11	1179,13	1173,58	1163,72	1157,17	1138,10	1120,90	1113,10
Modo 16	1183,61	1183,61	1183,61	1183,61	1183,62	1183,62	1183,53	1183,26	1182,44	1181,72	1178,52	1172,23	1163,03
Modo 17	1414,21	1414,21	1414,21	1414,21	1414,16	1413,93	1413,39	1412,37	1410,44	1409,07	1404,22	1396,43	1385,63
Modo 18	1621,45	1621,47	1621,46	1621,44	1621,27	1620,33	1618,17	1614,24	1607,47	1602,97	1588,80	1570,44	1551,79
Modo 19	1621,47	1621,49	1621,47	1621,48	1621,48	1621,44	1621,29	1620,97	1620,09	1619,39	1616,33	1610,58	1602,17
Modo 20	2054,54	2054,56	2054,56	2054,56	2054,55	2054,43	2054,16	2053,66	2052,50	2051,60	2047,63	2039,30	2024,55
Modo 21	2054,56	2054,59	2054,56	2054,58	2054,58	2054,50	2054,36	2054,08	2053,51	2053,09	2050,86	2046,01	2034,50
Modo 22	2228,03	2228,03	2228,03	2228,02	2227,95	2227,48	2226,09	2222,92	2215,74	2209,81	2184,97	2138,22	2078,44
Modo 23	2262,67	2262,67	2262,66	2262,64	2262,49	2261,87	2260,51	2258,03	2253,50	2250,31	2239,32	2222,55	2201,78
Modo 24	2529,68	2529,70	2529,70	2529,70	2529,64	2529,13	2527,83	2525,15	2519,94	2516,26	2503,62	2487,57	2473,49
Modo 25	2529,71	2529,73	2529,71	2529,72	2529,71	2529,60	2529,31	2528,70	2527,22	2526,01	2521,02	2511,44	2497,44
Modo 26	3078,39	3078,40	3078,38	3078,35	3078,15	3077,31	3075,50	3072,18	3052,71	3037,16	2984,10	2913,82	2851,62
Modo 27	3094,17	3094,17	3094,15	3094,12	3093,69	3091,35	3085,56	3074,29	3066,07	3061,71	3046,39	3022,13	2990,65
Modo 28	3094,20	3094,19	3094,20	3094,21	3094,24	3094,25	3094,07	3093,51	3091,92	3090,50	3084,52	3072,92	3056,00
Modo 29	3417,42	3417,42	3417,41	3417,39	3417,21	3416,15	3413,12	3406,37	3391,71	3380,39	3341,31	3291,82	3247,03
Modo 30	3538,94	3538,99	3538,97	3539,00	3539,01	3538,92	3538,69	3538,17	3537,18	3536,46	3533,67	3528,74	3520,98
Modo 31	3730,93	3730,92	3730,89	3730,81	3730,13	3726,58	3718,43	3704,39	3682,82	3670,65	3643,87	3626,85	3619,07
Modo 32	3730,96	3730,94	3730,96	3730,97	3731,00	3731,02	3730,75	3729,92	3727,58	3725,47	3716,48	3698,77	3671,97
Modo 33	3784,58	3784,62	3784,61	3784,64	3784,68	3784,71	3784,69	3784,51	3784,09	3783,74	3782,26	3779,38	3774,81
Modo 34	4352,94	4352,95	4352,94	4352,90	4352,64	4351,50	4348,97	4344,00	4333,89	4325,93	4293,14	4228,34	4127,63
Modo 35	4388,86	4388,86	4388,83	4388,77	4388,21	4385,35	4378,82	4367,02	4346,67	4333,24	4294,13	4249,32	4208,73
Modo 36	4388,89	4388,88	4388,89	4388,89	4388,86	4388,61	4387,87	4386,31	4383,16	4380,87	4373,15	4361,79	4347,98
Modo 37	4473,46	4473,48	4473,47	4473,46	4473,32	4472,41	4470,15	4466,17	4459,87	4456,18	4445,36	4430,47	4409,23
Modo 38	5022,35	5022,36	5022,35	5022,34	5022,22	5021,54	5019,95	5016,36	5007,62	4999,89	4962,80	4885,13	4784,83
Modo 39	5022,37	5022,39	5022,36	5022,35	5022,23	5021,58	5020,05	5017,45	5012,89	5009,63	4997,52	4975,41	4939,30
Modo 40	5175,64	5175,61	5175,60	5175,51	5175,08	5173,27	5169,39	5162,37	5150,21	5142,27	5120,34	5100,35	5085,63
Modo 41	5258,22	5258,27	5258,25	5258,29	5258,33	5258,29	5258,09	5257,62	5256,48	5255,66	5252,08	5245,85	5237,00
Modo 42	5618,72	5618,74	5618,74	5618,74	5618,61	5618,02	5616,58	5613,53	5606,78	5601,41	5579,14	5538,52	5486,45
Modo 43	5618,76	5618,78	5618,74	5618,77	5618,80	5618,69	5618,10	5616,39	5612,04	5608,44	5591,65	5558,75	5509,84
Modo 44	5956,61	5956,60	5956,59	5956,55	5956,18	5954,50	5950,76	5943,83	5931,39	5922,84	5895,58	5862,11	5824,87
Modo 45	5996,99	5997,03	5997,01	5997,05	5997,08	5996,95	5996,29	5994,31	5988,44	5982,54	5951,49	5889,81	5833,30
Modo 46	6211,88	6211,89	6211,86	6211,82	6211,36	6208,72	6201,99	6188,96	6165,21	6149,95	6109,77	6083,92	6073,99
Modo 47	6211,94	6211,96	6211,92	6211,94	6211,95	6211,87	6211,38	6210,12	6206,87	6204,25	6193,18	6173,08	6145,95
Modo 48	6603,70	6603,68	6603,70	6603,76	6603,76	6603,34	6602,07	6599,28	6593,80	6589,74	6574,63	6536,94	6460,97
Modo 49	6842,28	6842,29	6842,24	6842,12	6841,13	6835,89	6823,14	6798,38	6752,04	6720,43	6629,48	6547,86	6504,74
Modo 50	6842,35	6842,38	6842,35	6842,37	6842,46	6842,54	6842,26	6841,23	6838,00	6835,21	6822,17	6795,07	6749,42
Tiempo 1(s)	1935,41	1901,45	1919,44	1657,93	1680,29	1522,51	1951,33	1728,64	1636,04	1743,20	1645,18	1426,14	1544,16
Tiempo 2(s)	429,67	561,63	540,70	525,27	551,12	508,92	542,28	526,64	540,61	493,37	484,96	459,11	467,85

**Tabla 11.** Frecuencias propias (Hz) para eje libre con grietas en posición C.

	POSICIÓN C												
	NUEVO	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
Modo 7	148,21	148,21	148,21	148,21	148,20	148,14	148,05	147,89	147,62	147,43	146,76	145,71	144,18
Modo 8	148,21	148,21	148,21	148,21	148,21	148,21	148,20	148,19	148,16	148,13	148,03	147,86	147,61
Modo 9	403,49	403,49	403,48	403,45	403,31	402,68	401,61	399,84	396,86	394,83	387,68	376,81	361,90
Modo 10	403,50	403,50	403,49	403,49	403,49	403,47	403,40	403,26	402,95	402,71	401,76	400,13	397,68
Modo 11	653,31	653,31	653,31	653,30	653,28	653,15	652,92	652,54	651,89	651,45	649,98	647,83	644,95
Modo 12	761,33	761,33	761,30	761,21	760,72	758,71	755,34	749,90	741,10	735,29	716,21	690,74	661,60
Modo 13	761,34	761,34	761,33	761,34	761,33	761,28	761,12	760,73	759,90	759,24	756,64	752,24	745,84
Modo 14	1074,62	1074,62	1074,62	1074,61	1074,56	1074,29	1073,76	1072,69	1070,45	1068,63	1060,64	1045,74	1024,90
Modo 15	1183,60	1183,59	1183,56	1183,44	1182,81	1180,29	1176,20	1170,00	1160,99	1155,70	1141,83	1130,44	1123,94
Modo 16	1183,61	1183,61	1183,60	1183,61	1183,60	1183,52	1183,29	1182,77	1181,67	1180,79	1177,41	1171,75	1163,58
Modo 17	1414,21	1414,20	1414,19	1414,15	1413,95	1413,09	1411,63	1409,22	1405,29	1402,59	1393,61	1380,25	1362,05
Modo 18	1621,45	1621,46	1621,47	1621,41	1621,20	1620,37	1619,03	1616,95	1613,81	1611,81	1605,67	1597,86	1588,94
Modo 19	1621,47	1621,47	1621,47	1621,46	1621,42	1621,27	1620,96	1620,38	1619,31	1618,51	1615,58	1610,77	1603,98
Modo 20	2054,54	2054,55	2054,57	2054,55	2054,48	2054,23	2053,74	2052,84	2051,12	2049,75	2044,08	2031,50	2002,09
Modo 21	2054,56	2054,57	2054,59	2054,55	2054,50	2054,29	2053,91	2053,15	2051,71	2050,57	2046,08	2037,43	2022,67
Modo 22	2228,03	2228,03	2228,01	2227,95	2227,60	2226,03	2223,03	2217,43	2206,78	2198,83	2168,97	2125,80	2084,91
Modo 23	2262,67	2262,66	2262,63	2262,54	2262,12	2260,40	2257,76	2252,76	2245,22	2240,20	2224,29	2203,17	2179,42
Modo 24	2529,68	2529,68	2529,67	2529,49	2528,65	2525,26	2519,70	2511,17	2498,56	2491,07	2471,40	2454,90	2444,91
Modo 25	2529,71	2529,71	2529,71	2529,71	2529,70	2529,59	2529,27	2528,49	2526,89	2525,60	2520,75	2512,63	2501,33
Modo 26	3078,39	3078,39	3078,37	3078,28	3077,90	3076,33	3073,62	3063,25	3042,30	3029,60	2993,43	2955,25	2921,01
Modo 27	3094,17	3094,16	3094,10	3093,80	3092,37	3086,64	3077,40	3069,15	3061,81	3056,78	3039,98	3015,13	2981,99
Modo 28	3094,20	3094,19	3094,18	3094,19	3094,19	3094,04	3093,59	3092,52	3090,31	3088,58	3082,12	3071,84	3058,29
Modo 29	3417,42	3417,41	3417,37	3417,26	3416,68	3414,09	3409,45	3401,66	3388,94	3380,70	3355,13	3324,58	3292,16
Modo 30	3538,94	3538,98	3539,00	3538,98	3539,01	3539,03	3539,10	3539,11	3539,08	3539,02	3538,78	3538,07	3536,18
Modo 31	3730,93	3730,92	3730,88	3730,69	3729,73	3726,12	3720,61	3712,86	3702,88	3697,50	3684,10	3666,94	3621,02
Modo 32	3730,96	3730,94	3730,92	3730,90	3730,78	3730,14	3728,76	3726,02	3720,47	3716,03	3698,30	3670,78	3656,23
Modo 33	3784,58	3784,61	3784,62	3784,54	3784,38	3783,60	3782,37	3780,36	3777,35	3775,46	3770,29	3764,39	3757,99
Modo 34	4352,94	4352,94	4352,90	4352,74	4352,05	4349,07	4343,68	4334,04	4316,96	4304,77	4263,39	4205,64	4140,21
Modo 35	4388,86	4388,87	4388,85	4388,80	4388,54	4387,50	4385,90	4383,76	4381,15	4379,05	4368,41	4350,50	4324,39
Modo 36	4388,89	4388,87	4388,87	4388,85	4388,72	4388,26	4387,30	4385,41	4381,80	4379,73	4375,76	4370,17	4361,65
Modo 37	4473,46	4473,47	4473,46	4473,40	4473,10	4471,77	4469,33	4465,17	4458,16	4453,41	4437,50	4415,30	4387,65
Modo 38	5022,35	5022,34	5022,35	5022,29	5021,99	5020,75	5018,42	5014,46	5007,46	5002,59	4982,34	4948,71	4905,97
Modo 39	5022,37	5022,36	5022,35	5022,31	5022,10	5021,15	5019,27	5015,63	5008,63	5003,22	4985,83	4961,90	4932,37
Modo 40	5175,64	5175,62	5175,58	5175,47	5174,94	5172,70	5168,92	5163,00	5154,25	5148,94	5134,95	5121,61	5110,40
Modo 41	5258,22	5258,24	5258,27	5258,26	5258,30	5258,41	5258,57	5258,74	5258,98	5259,06	5259,27	5259,15	5258,56
Modo 42	5618,72	5618,71	5618,66	5618,36	5616,93	5611,07	5601,40	5586,35	5563,13	5548,67	5505,86	5459,38	5417,90
Modo 43	5618,76	5618,75	5618,74	5618,76	5618,78	5618,63	5618,12	5616,87	5614,27	5612,24	5604,33	5591,60	5574,31
Modo 44	5956,61	5956,61	5956,62	5956,64	5956,59	5956,24	5955,39	5953,86	5951,08	5949,07	5917,03	5872,09	5825,57
Modo 45	5996,99	5997,00	5997,00	5996,88	5996,39	5994,05	5989,48	5980,86	5965,00	5953,80	5941,74	5929,13	5907,35
Modo 46	6211,88	6211,86	6211,79	6211,45	6209,75	6203,23	6193,39	6180,02	6163,87	6156,00	6139,04	6125,30	6107,44
Modo 47	6211,94	6211,92	6211,88	6211,90	6211,82	6211,40	6210,24	6207,86	6202,95	6199,12	6183,28	6154,21	6109,96
Modo 48	6603,70	6603,68	6603,72	6603,76	6603,84	6604,00	6604,05	6603,87	6603,17	6602,44	6597,72	6571,05	6470,50
Modo 49	6842,28	6842,29	6842,24	6842,15	6841,51	6838,94	6834,29	6825,95	6810,66	6797,14	6739,68	6653,91	6620,59
Modo 50	6842,35	6842,35	6842,28	6842,20	6841,74	6839,68	6835,48	6827,35	6810,90	6800,03	6761,98	6711,29	6655,38
Tiempo 1(s)	1935,41	1903,05	1721,06	1829,94	1742,92	1736,19	1856,45	1895,05	1809,58	1678,58	1772,24	1830,06	1573,30
Tiempo 2(s)	429,67	541,09	564,63	559,39	544,80	552,40	570,01	533,07	542,87	496,43	510,95	490,90	475,48



**Tabla 12.** Frecuencias propias (Hz) para eje libre con grietas en posición D.

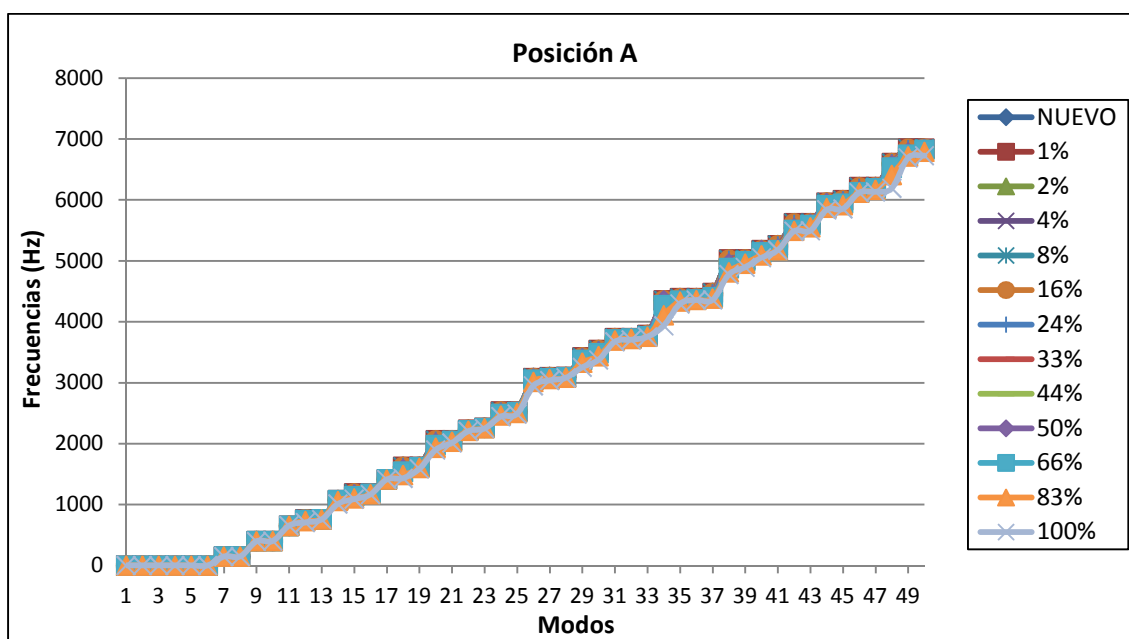
	POSICIÓN D												
	NUEVO	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
Modo 7	148,21	148,21	148,21	148,21	148,22	148,22	148,22	148,22	148,23	148,23	148,23	148,22	148,20
Modo 8	148,21	148,21	148,21	148,21	148,22	148,22	148,23	148,23	148,24	148,24	148,26	148,27	148,28
Modo 9	403,49	403,49	403,49	403,49	403,49	403,47	403,35	403,35	403,23	403,15	402,84	402,33	401,54
Modo 10	403,50	403,50	403,49	403,50	403,50	403,50	403,51	403,51	403,50	403,49	403,46	403,38	403,24
Modo 11	653,31	653,31	653,31	653,31	653,31	653,32	653,33	653,33	653,33	653,33	653,32	653,30	653,26
Modo 12	761,33	761,33	761,33	761,32	761,27	761,05	760,08	760,08	759,05	758,34	755,71	751,11	743,31
Modo 13	761,34	761,34	761,33	761,33	761,33	761,32	761,22	761,22	761,09	760,97	760,55	759,79	758,62
Modo 14	1074,62	1074,62	1074,62	1074,62	1074,63	1074,63	1074,62	1074,62	1074,56	1074,49	1074,11	1072,70	1064,91
Modo 15	1183,60	1183,60	1183,59	1183,54	1183,32	1182,35	1178,04	1178,04	1173,41	1170,12	1157,72	1135,37	1102,02
Modo 16	1183,61	1183,62	1183,60	1183,60	1183,58	1183,51	1183,05	1183,05	1182,44	1181,96	1180,13	1176,91	1171,88
Modo 17	1414,21	1414,21	1414,21	1414,21	1414,21	1414,20	1414,13	1414,13	1414,05	1413,98	1413,77	1413,42	1412,92
Modo 18	1621,45	1621,47	1621,42	1621,29	1620,67	1617,97	1605,95	1605,95	1593,02	1583,93	1550,82	1498,13	1433,17
Modo 19	1621,47	1621,49	1621,47	1621,46	1621,43	1621,25	1620,06	1620,06	1618,46	1617,21	1612,50	1604,25	1591,54
Modo 20	2054,54	2054,56	2054,48	2054,24	2053,15	2048,43	2028,30	2028,30	2008,17	1994,98	1953,14	1902,53	1856,72
Modo 21	2054,56	2054,58	2054,57	2054,56	2054,53	2054,25	2052,37	2052,37	2049,84	2047,86	2040,48	2028,01	2009,99
Modo 22	2228,03	2228,04	2228,03	2228,03	2228,02	2227,93	2227,47	2227,47	2226,90	2226,47	2224,85	2222,07	2217,85
Modo 23	2262,67	2262,67	2262,67	2262,66	2262,64	2262,53	2262,00	2262,00	2261,44	2261,03	2259,66	2257,34	2253,70
Modo 24	2529,68	2529,70	2529,61	2529,30	2528,01	2522,44	2500,12	2500,12	2479,83	2467,47	2432,41	2395,92	2365,87
Modo 25	2529,71	2529,72	2529,72	2529,70	2529,68	2529,42	2527,50	2527,50	2524,84	2522,77	2515,14	2502,76	2485,99
Modo 26	3078,39	3078,40	3078,38	3078,33	3078,10	3077,09	3065,70	3065,70	3046,47	3034,71	3000,76	2962,47	2924,85
Modo 27	3094,17	3094,18	3094,09	3093,78	3092,52	3087,10	3072,17	3072,17	3066,52	3062,28	3045,70	3010,80	2941,42
Modo 28	3094,20	3094,19	3094,20	3094,18	3094,18	3094,01	3092,54	3092,54	3090,43	3088,82	3082,81	3073,06	3059,68
Modo 29	3417,42	3417,43	3417,41	3417,39	3417,29	3416,80	3414,27	3414,27	3411,27	3409,05	3400,68	3343,13	3265,33
Modo 30	3538,94	3538,95	3538,90	3538,68	3537,68	3533,46	3513,17	3513,17	3490,78	3474,90	3420,74	3386,28	3364,27
Modo 31	3730,93	3730,93	3730,85	3730,54	3729,29	3723,99	3703,26	3703,26	3684,95	3673,88	3642,86	3610,18	3581,87
Modo 32	3730,96	3730,94	3730,96	3730,94	3730,96	3730,84	3729,55	3729,55	3727,56	3726,01	3717,55	3698,94	3684,80
Modo 33	3784,58	3784,58	3784,52	3784,28	3783,20	3778,81	3761,23	3761,23	3746,57	3738,24	3720,19	3710,76	3698,66
Modo 34	4352,94	4352,95	4352,92	4352,81	4352,37	4350,56	4343,14	4343,14	4329,31	4311,76	4256,27	4185,97	4110,56
Modo 35	4388,86	4388,86	4388,77	4388,44	4387,11	4381,26	4355,61	4355,61	4336,45	4332,31	4320,34	4305,50	4288,97
Modo 36	4388,89	4388,88	4388,89	4388,88	4388,91	4388,78	4387,32	4387,32	4385,11	4383,40	4376,88	4366,38	4352,48
Modo 37	4473,46	4473,49	4473,45	4473,36	4472,97	4471,23	4464,70	4464,70	4459,63	4456,79	4449,12	4440,14	4429,27
Modo 38	5022,35	5022,36	5022,25	5021,92	5020,50	5014,41	4989,01	4989,01	4964,62	4948,98	4903,17	4852,43	4805,94
Modo 39	5022,37	5022,37	5022,38	5022,37	5022,36	5022,08	5019,52	5019,52	5015,84	5013,00	5001,74	4981,44	4949,58
Modo 40	5175,64	5175,63	5175,60	5175,54	5175,26	5174,16	5169,54	5169,54	5165,17	5162,34	5153,76	5142,52	5119,37
Modo 41	5258,22	5258,26	5258,18	5258,01	5257,14	5253,16	5235,49	5235,49	5218,77	5208,59	5180,13	5149,66	5130,03
Modo 42	5618,72	5618,76	5618,63	5618,36	5617,06	5611,69	5591,52	5591,52	5575,48	5566,41	5544,20	5523,03	5501,35
Modo 43	5618,76	5618,80	5618,74	5618,72	5618,62	5618,02	5613,63	5613,63	5607,88	5603,55	5586,71	5556,81	5511,42
Modo 44	5956,61	5956,61	5956,58	5956,50	5956,20	5954,96	5949,45	5949,45	5943,85	5939,95	5906,95	5871,30	5836,51
Modo 45	5996,99	5997,02	5996,95	5996,73	5995,75	5991,22	5970,99	5970,99	5951,73	5940,09	5927,37	5907,69	5881,06
Modo 46	6211,88	6211,92	6211,81	6211,65	6210,73	6207,04	6194,18	6194,18	6185,01	6179,91	6166,73	6137,63	6095,89
Modo 47	6211,94	6212,00	6211,88	6211,83	6211,61	6210,58	6204,27	6204,27	6196,63	6191,04	6170,50	6149,43	6122,32
Modo 48	6603,70	6603,68	6603,65	6603,55	6603,21	6601,77	6595,16	6595,16	6588,32	6583,69	6568,09	6544,36	6514,16
Modo 49	6842,28	6842,32	6842,27	6842,17	6841,70	6839,50	6829,01	6829,01	6817,97	6810,36	6787,05	6757,49	6722,46
Modo 50	6842,35	6842,42	6842,29	6842,23	6841,89	6840,45	6832,63	6832,63	6823,65	6817,22	6794,78	6761,58	6722,97
Tiempo 1(s)	1935,41	1788,66	1909,00	2053,68	1767,04	1812,46	1919,11	2023,65	1973,27	1844,93	1855,37	1682,48	1694,66
Tiempo 2(s)	429,67	549,01	570,39	577,70	544,46	555,97	523,80	530,68	527,38	548,30	532,27	526,85	476,08

En total, hemos obtenido 1960 datos de frecuencias propias para eje libre. Para dar una idea correcta del significado y valor de estos datos vamos a ayudarnos con una serie de tablas y gráficas así como preservar un orden para evitar desvirtualizar los datos obtenidos.

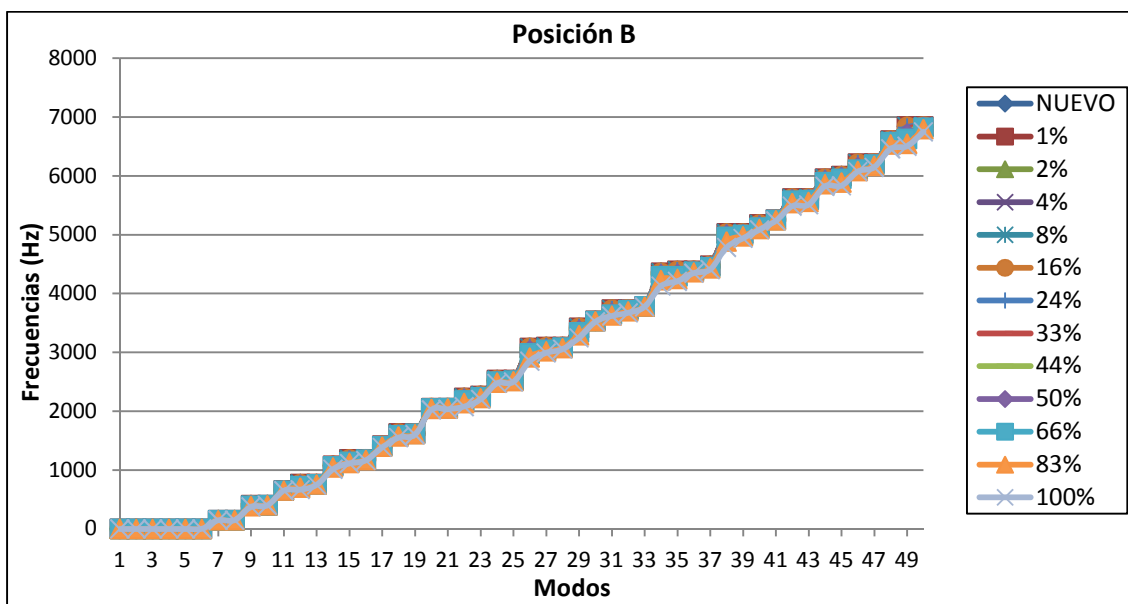
Podemos observar, que a medida que aumenta el porcentaje de grieta, por lo general, se produce una disminución en los valores de la frecuencia. Esa tendencia es la marcada por la teoría, que nos explica que un sólido con fallo siempre será menos rígido que el mismo sólido sin fallo.

No obstante, es posible observar que existen excepciones dentro del computo global de datos que hemos presentado, excepciones que pueden ser debidas a la cercanía de nodos en las grietas, porcentaje de convergencia, etc., excepciones, dicho sea de paso, de menor y infimo volumen para la cantidad de datos que usamos.

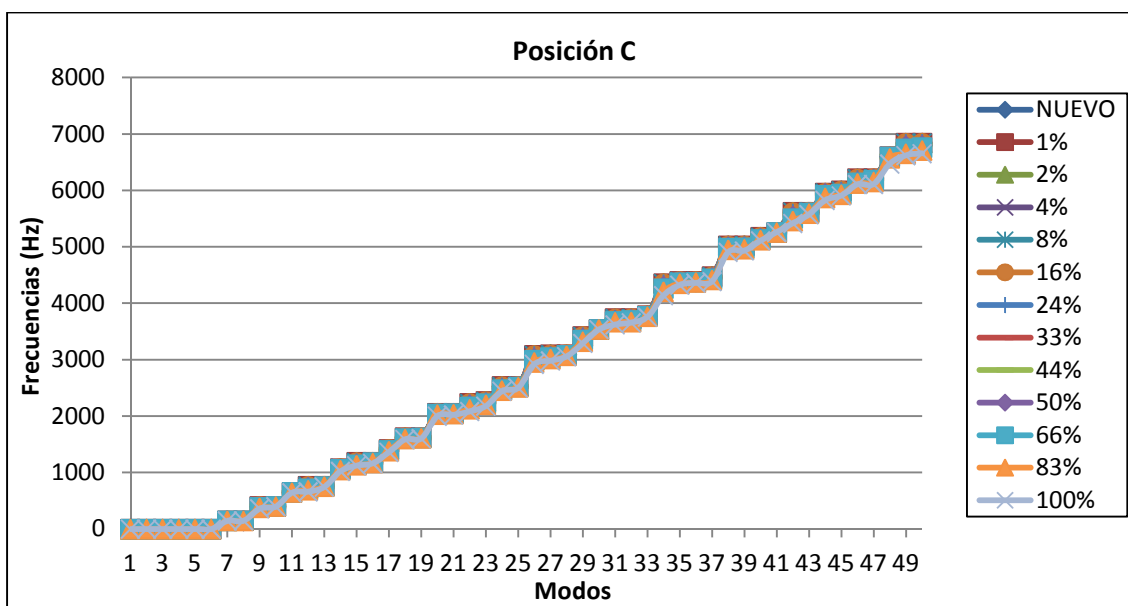
Por último cabe reseñar, que los tiempos necesitados en el análisis modal de eje libre ha superado las 30 horas en tiempo total de análisis. De las cinco tablas que hemos mostrado anteriormente, podemos obtener los siguientes gráficos de relación frecuencia-modos para cada una de las posiciones del eje:



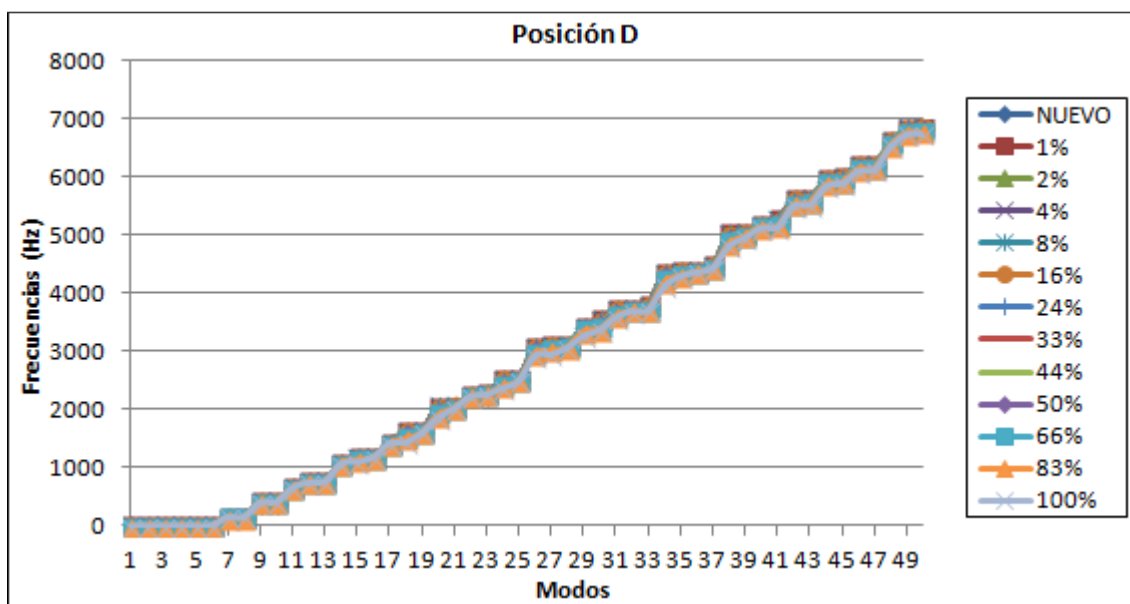
**Figura 92.** Gráfica de frecuencias propias para posición A en eje libre.



**Figura 93.** Gráfica de frecuencias propias para posición B en eje libre.



**Figura 94.** Gráfica de frecuencias propias para posición C en eje libre.



**Figura 95.** Gráfica de frecuencias propias para posición D en eje libre.

Como puede observar en los gráficos anteriores, a partir del modo de vibración nº 25, el rango de las frecuencias se vuelve más disperso. Esto es un buen indicio para discernir que a partir de este modo nº25 nos encontraremos los modos donde la frecuencia propia variará mas con respecto al eje nuevo.

A continuación, nos centraremos en discernir la diferencia entre cada uno de los valores de frecuencia obtenidos comparándolos con el valor de la frecuencia propia para el caso de eje nuevo. Primero presentaremos las tablas de diferencia porcentual respecto a este eje nuevo y posteriormente las tablas con la diferencia unitaria, intentando destacar los modos en los que existan mayores diferencias.

Llegado a este punto estamos en la obligación de destacar al lector la importancia de las diferencias porcentuales con respecto a las diferencias unitarias. Debemos por tanto, recordar que, por el amplio valor de frecuencias con las que trabajamos, en caso de diferencias unitarias es obvio que obtendremos los valores mayores para mayores modos, cuando los primeros modos de vibración poseen tanta importancia en su divergencia porcentual como los mayores modos a unitaria.

### 9.3.2. Resultados de diferencias porcentuales en el eje libre.

En el conjunto de tablas que se mostrarán a continuación veremos cómo varían los valores de las diferencias porcentuales para grieta en cada modo y posición. Dichos valores están representados en una escala de colores con formato condicional, siento la tendencia verde para los valores más pequeños y rojo para los valores más grandes. La fórmula aplicada en estas diferencias porcentuales es:

$$\frac{f_{\text{eje nuevo}} - f_{\text{eje con fallo}}}{f_{\text{eje nuevo}}} \cdot 100$$

**Tabla 13.** Diferencias porcentuales para eje libre con grietas en posición A.

Diferencias% POS.A	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
Modo 7	0,000	0,000	-0,001	-0,001	-0,004	-0,006	-0,005	0,000	0,006	0,033	0,087	0,184
Modo 8	0,000	0,000	-0,001	-0,002	-0,005	-0,009	-0,015	-0,022	-0,025	-0,033	-0,038	-0,035
Modo 9	0,000	0,000	-0,003	0,000	0,006	0,025	0,071	0,164	0,238	0,524	1,028	1,910
Modo 10	0,000	0,000	-0,003	0,000	0,000	0,000	0,001	0,008	0,016	0,048	0,114	0,231
Modo 11	0,000	-0,001	-0,003	-0,006	-0,015	-0,025	-0,035	-0,045	-0,049	-0,055	-0,054	-0,048
Modo 12	0,000	0,000	-0,007	0,002	0,025	0,094	0,249	0,566	0,821	1,825	3,700	7,191
Modo 13	0,000	-0,001	-0,007	0,001	0,002	0,006	0,015	0,041	0,068	0,178	0,396	0,777
Modo 14	0,000	0,000	-0,002	-0,003	-0,006	-0,007	-0,005	0,015	0,041	0,234	1,353	5,968
Modo 15	0,000	0,000	-0,011	0,005	0,054	0,202	0,533	1,215	1,756	3,792	6,613	7,949
Modo 16	0,001	-0,001	-0,012	0,001	0,002	0,008	0,025	0,076	0,128	0,350	0,794	1,575
Modo 17	0,000	-0,001	-0,003	-0,004	-0,008	-0,010	-0,009	-0,003	0,005	0,034	0,085	0,165
Modo 18	-0,001	-0,001	-0,016	0,006	0,076	0,289	0,764	1,719	2,450	4,986	8,351	11,698
Modo 19	0,000	-0,001	-0,017	-0,001	-0,001	0,004	0,026	0,095	0,165	0,478	1,106	2,168
Modo 20	-0,001	-0,001	-0,018	0,004	0,065	0,253	0,669	1,467	2,043	3,822	5,823	7,653
Modo 21	0,000	-0,001	-0,019	-0,002	-0,004	-0,001	0,019	0,086	0,153	0,459	1,063	2,038
Modo 22	0,000	0,000	-0,003	-0,001	0,000	0,011	0,040	0,104	0,155	0,339	0,627	1,065
Modo 23	0,000	0,000	-0,003	-0,001	0,000	0,006	0,022	0,054	0,082	0,183	0,358	0,666
Modo 24	-0,001	-0,002	-0,016	0,000	0,027	0,117	0,321	0,706	0,976	1,766	2,604	3,351
Modo 25	0,000	-0,002	-0,017	-0,001	-0,002	0,002	0,019	0,072	0,125	0,364	0,842	1,646
Modo 26	0,000	-0,001	-0,004	0,002	0,014	0,046	0,114	0,263	0,392	0,945	2,065	4,194
Modo 27	0,000	-0,001	-0,013	0,000	0,002	0,015	0,060	0,163	0,250	0,571	1,084	1,880
Modo 28	0,000	-0,001	-0,013	-0,001	0,001	0,010	0,026	0,058	0,082	0,159	0,271	0,433
Modo 29	0,000	0,000	-0,004	0,000	0,009	0,042	0,127	0,325	0,496	1,212	2,560	4,810
Modo 30	-0,001	-0,001	-0,009	0,006	0,033	0,100	0,234	0,507	0,721	1,537	2,857	4,627
Modo 31	0,000	-0,001	-0,010	0,001	0,006	0,018	0,049	0,125	0,195	0,497	0,980	1,552
Modo 32	0,000	-0,001	-0,010	-0,001	-0,002	-0,002	0,000	0,013	0,030	0,124	0,337	0,750
Modo 33	-0,001	-0,001	-0,009	0,003	0,019	0,061	0,138	0,273	0,357	0,555	0,698	0,814
Modo 34	0,000	-0,001	-0,005	-0,003	-0,005	-0,006	-0,004	0,007	0,019	1,817	5,624	9,585
Modo 35	0,000	-0,001	-0,008	0,001	0,015	0,054	0,143	0,386	0,670	0,917	1,265	2,139
Modo 36	0,000	0,000	-0,008	0,001	0,008	0,024	0,059	0,137	0,202	0,434	0,658	0,752
Modo 37	0,000	-0,001	-0,007	0,001	0,020	0,086	0,259	0,653	0,945	1,572	2,003	2,545
Modo 38	0,000	0,000	-0,006	0,005	0,046	0,159	0,404	0,923	1,345	2,814	4,166	4,901
Modo 39	0,000	0,000	-0,007	0,001	0,006	0,021	0,061	0,158	0,244	0,616	1,335	2,550
Modo 40	0,000	-0,001	-0,003	-0,002	-0,007	-0,010	-0,014	-0,016	-0,017	0,699	1,590	2,390
Modo 41	-0,001	-0,001	-0,009	0,001	0,021	0,098	0,308	0,805	1,190	1,555	1,560	1,571
Modo 42	0,000	0,000	-0,007	0,007	0,070	0,240	0,578	1,120	1,425	1,994	2,243	2,364
Modo 43	0,000	0,000	-0,008	-0,001	0,000	0,009	0,040	0,123	0,202	0,542	1,186	2,196
Modo 44	0,000	-0,001	-0,003	-0,003	-0,002	0,005	0,025	0,070	0,109	0,768	1,436	1,993
Modo 45	0,000	-0,001	-0,008	-0,001	0,008	0,048	0,169	0,473	0,716	0,945	1,323	2,398
Modo 46	0,000	0,000	-0,009	0,007	0,066	0,229	0,534	0,946	1,134	1,389	1,455	1,503
Modo 47	0,001	0,000	-0,010	-0,002	-0,004	-0,003	0,012	0,063	0,115	0,334	0,723	1,260
Modo 48	0,000	-0,001	-0,003	0,000	0,011	0,043	0,116	0,277	0,419	1,099	2,926	6,250
Modo 49	-0,001	-0,001	-0,010	0,002	0,039	0,149	0,374	0,741	0,961	1,455	1,843	2,240
Modo 50	0,000	0,000	-0,010	-0,002	-0,004	-0,004	0,006	0,045	0,085	0,280	0,763	1,692



**Tabla 14.** Diferencias porcentuales para eje libre con grietas en posición B.

Diferencias % POS.B	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
Modo 7	0,000	0,001	0,001	0,001	0,009	0,030	0,072	0,158	0,221	0,464	0,892	1,528
Modo 8	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,001	0,005	0,014	0,023	0,061	0,140	0,263
Modo 9	0,000	0,000	0,001	0,009	0,050	0,154	0,363	0,775	1,083	2,237	4,268	7,249
Modo 10	0,000	0,000	0,000	0,000	0,002	0,008	0,025	0,067	0,105	0,267	0,596	1,103
Modo 11	0,000	0,000	-0,001	-0,004	-0,005	0,000	0,017	0,054	0,082	0,187	0,357	0,588
Modo 12	0,000	0,001	0,002	0,019	0,106	0,327	0,758	1,592	2,200	4,398	7,951	12,427
Modo 13	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,008	0,033	0,103	0,166	0,441	0,994	1,830
Modo 14	0,000	0,000	-0,001	-0,001	0,004	0,021	0,070	0,201	0,327	1,004	2,802	5,602
Modo 15	0,000	0,001	0,003	0,022	0,126	0,378	0,847	1,680	2,233	3,844	5,297	5,956
Modo 16	0,000	0,000	0,000	-0,001	-0,001	0,007	0,030	0,099	0,160	0,430	0,961	1,739
Modo 17	0,000	0,000	0,000	0,004	0,020	0,058	0,130	0,267	0,363	0,706	1,257	2,021
Modo 18	-0,001	-0,001	0,001	0,011	0,069	0,202	0,445	0,862	1,140	2,014	3,146	4,296
Modo 19	-0,001	0,000	-0,001	-0,001	0,002	0,011	0,031	0,085	0,128	0,317	0,672	1,190
Modo 20	-0,001	-0,001	-0,001	0,000	0,005	0,018	0,043	0,099	0,143	0,336	0,742	1,460
Modo 21	-0,001	0,000	-0,001	-0,001	0,003	0,010	0,023	0,051	0,072	0,180	0,416	0,976
Modo 22	0,000	0,000	0,000	0,004	0,025	0,087	0,229	0,552	0,818	1,933	4,031	6,714
Modo 23	0,000	0,000	0,001	0,008	0,035	0,095	0,205	0,405	0,546	1,032	1,773	2,691
Modo 24	-0,001	-0,001	-0,001	0,002	0,022	0,073	0,179	0,385	0,531	1,030	1,665	2,221
Modo 25	-0,001	0,000	0,000	0,000	0,004	0,016	0,040	0,098	0,146	0,344	0,722	1,276
Modo 26	0,000	0,000	0,001	0,008	0,035	0,094	0,202	0,834	1,339	3,063	5,346	7,367
Modo 27	0,000	0,001	0,002	0,016	0,091	0,278	0,642	0,908	1,049	1,544	2,328	3,346
Modo 28	0,000	0,000	0,000	-0,001	-0,002	0,004	0,022	0,074	0,120	0,313	0,688	1,235
Modo 29	0,000	0,000	0,001	0,006	0,037	0,126	0,323	0,752	1,084	2,227	3,675	4,986
Modo 30	-0,001	-0,001	-0,002	-0,002	0,001	0,007	0,022	0,050	0,070	0,149	0,288	0,507
Modo 31	0,000	0,001	0,003	0,021	0,117	0,335	0,711	1,289	1,616	2,333	2,790	2,998
Modo 32	0,001	0,000	0,000	-0,001	-0,002	0,006	0,028	0,091	0,147	0,388	0,863	1,581
Modo 33	-0,001	-0,001	-0,002	-0,003	-0,003	-0,003	0,002	0,013	0,022	0,061	0,137	0,258
Modo 34	0,000	0,000	0,001	0,007	0,033	0,091	0,205	0,438	0,621	1,374	2,862	5,176
Modo 35	0,000	0,001	0,002	0,015	0,080	0,229	0,498	0,961	1,267	2,158	3,179	4,104
Modo 36	0,000	0,000	0,000	0,001	0,006	0,023	0,059	0,131	0,183	0,359	0,617	0,932
Modo 37	0,000	0,000	0,000	0,003	0,023	0,074	0,163	0,304	0,386	0,628	0,961	1,436
Modo 38	0,000	0,000	0,000	0,003	0,016	0,048	0,119	0,293	0,447	1,186	2,732	4,729
Modo 39	0,000	0,000	0,000	0,003	0,016	0,046	0,098	0,189	0,254	0,495	0,935	1,654
Modo 40	0,001	0,001	0,003	0,011	0,046	0,121	0,256	0,491	0,645	1,068	1,455	1,739
Modo 41	-0,001	-0,001	-0,001	-0,002	-0,001	0,002	0,011	0,033	0,049	0,117	0,235	0,404
Modo 42	0,000	0,000	0,000	0,002	0,012	0,038	0,092	0,213	0,308	0,704	1,427	2,354
Modo 43	0,000	0,000	0,000	-0,001	0,001	0,012	0,042	0,120	0,184	0,482	1,068	1,939
Modo 44	0,000	0,000	0,001	0,007	0,035	0,098	0,215	0,423	0,567	1,025	1,586	2,212
Modo 45	-0,001	0,000	-0,001	-0,002	0,001	0,012	0,045	0,143	0,241	0,759	1,787	2,730
Modo 46	0,000	0,000	0,001	0,008	0,051	0,159	0,369	0,751	0,997	1,644	2,060	2,220
Modo 47	0,000	0,000	0,000	0,000	0,001	0,009	0,029	0,082	0,124	0,302	0,626	1,062
Modo 48	0,000	0,000	-0,001	-0,001	0,005	0,025	0,067	0,150	0,211	0,440	1,011	2,161
Modo 49	0,000	0,001	0,002	0,017	0,093	0,280	0,642	1,319	1,781	3,110	4,303	4,933
Modo 50	0,000	0,000	0,000	-0,002	-0,003	0,001	0,016	0,064	0,104	0,295	0,691	1,358



**Tabla 15.** Diferencias porcentuales para eje libre con grietas en posición C.

Diferencia% POS.C	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
Modo 7	0,001	0,001	0,003	0,011	0,049	0,114	0,221	0,404	0,530	0,981	1,688	2,722
Modo 8	0,000	0,000	0,000	0,001	0,003	0,007	0,018	0,040	0,057	0,123	0,237	0,410
Modo 9	0,001	0,003	0,010	0,047	0,202	0,468	0,906	1,643	2,148	3,921	6,612	10,309
Modo 10	0,000	0,000	0,000	0,001	0,007	0,023	0,059	0,135	0,195	0,430	0,835	1,441
Modo 11	0,000	0,000	0,001	0,005	0,024	0,059	0,118	0,217	0,284	0,509	0,839	1,280
Modo 12	0,001	0,004	0,017	0,080	0,344	0,787	1,501	2,658	3,421	5,926	9,272	13,099
Modo 13	0,000	0,001	0,000	0,000	0,007	0,029	0,079	0,188	0,275	0,617	1,194	2,036
Modo 14	0,000	0,000	0,001	0,006	0,031	0,080	0,180	0,388	0,557	1,301	2,687	4,627
Modo 15	0,001	0,003	0,014	0,067	0,280	0,625	1,149	1,910	2,357	3,529	4,491	5,041
Modo 16	0,000	0,001	0,000	0,001	0,008	0,027	0,071	0,164	0,238	0,524	1,002	1,692
Modo 17	0,001	0,001	0,004	0,018	0,079	0,182	0,353	0,631	0,822	1,457	2,401	3,688
Modo 18	-0,001	-0,001	0,002	0,015	0,067	0,149	0,278	0,471	0,595	0,973	1,455	2,005
Modo 19	0,000	0,000	0,001	0,003	0,012	0,031	0,067	0,133	0,183	0,363	0,660	1,079
Modo 20	0,000	-0,001	0,000	0,003	0,015	0,039	0,083	0,166	0,233	0,509	1,121	2,553
Modo 21	0,000	-0,001	0,000	0,003	0,013	0,032	0,069	0,139	0,194	0,413	0,834	1,552
Modo 22	0,000	0,001	0,004	0,019	0,090	0,224	0,476	0,954	1,311	2,651	4,588	6,424
Modo 23	0,000	0,002	0,006	0,024	0,100	0,229	0,438	0,771	0,993	1,696	2,630	3,679
Modo 24	0,000	0,000	0,008	0,041	0,175	0,395	0,732	1,230	1,526	2,304	2,956	3,351
Modo 25	0,000	0,000	0,000	0,000	0,005	0,017	0,048	0,111	0,162	0,354	0,675	1,122
Modo 26	0,000	0,001	0,004	0,016	0,067	0,155	0,492	1,172	1,585	2,760	4,000	5,112
Modo 27	0,000	0,002	0,012	0,058	0,243	0,542	0,809	1,046	1,208	1,751	2,554	3,626
Modo 28	0,000	0,001	0,000	0,000	0,005	0,020	0,054	0,126	0,182	0,390	0,723	1,161
Modo 29	0,000	0,001	0,005	0,022	0,097	0,233	0,461	0,833	1,074	1,823	2,717	3,665
Modo 30	-0,001	-0,002	-0,001	-0,002	-0,003	-0,005	-0,005	-0,004	-0,002	0,005	0,025	0,078
Modo 31	0,000	0,001	0,006	0,032	0,129	0,277	0,484	0,752	0,896	1,255	1,715	2,946
Modo 32	0,001	0,001	0,002	0,005	0,022	0,059	0,132	0,281	0,400	0,875	1,613	2,003
Modo 33	-0,001	-0,001	0,001	0,005	0,026	0,058	0,112	0,191	0,241	0,378	0,533	0,703
Modo 34	0,000	0,001	0,005	0,020	0,089	0,213	0,434	0,827	1,107	2,057	3,384	4,887
Modo 35	0,000	0,000	0,001	0,007	0,031	0,067	0,116	0,176	0,224	0,466	0,874	1,469
Modo 36	0,000	0,000	0,001	0,004	0,014	0,036	0,079	0,162	0,209	0,299	0,427	0,621
Modo 37	0,000	0,000	0,001	0,008	0,038	0,092	0,185	0,342	0,448	0,804	1,300	1,918
Modo 38	0,000	0,000	0,001	0,007	0,032	0,078	0,157	0,296	0,393	0,797	1,466	2,317
Modo 39	0,000	0,000	0,001	0,005	0,024	0,062	0,134	0,274	0,381	0,728	1,204	1,792
Modo 40	0,000	0,001	0,003	0,014	0,057	0,130	0,244	0,413	0,516	0,786	1,044	1,261
Modo 41	0,000	-0,001	-0,001	-0,002	-0,004	-0,007	-0,010	-0,014	-0,016	-0,020	-0,018	-0,006
Modo 42	0,000	0,001	0,006	0,032	0,136	0,308	0,576	0,989	1,247	2,009	2,836	3,574
Modo 43	0,000	0,000	0,000	0,000	0,002	0,011	0,034	0,080	0,116	0,257	0,483	0,791
Modo 44	0,000	0,000	-0,001	0,000	0,006	0,020	0,046	0,093	0,127	0,664	1,419	2,200
Modo 45	0,000	0,000	0,002	0,010	0,049	0,125	0,269	0,533	0,720	0,921	1,132	1,495
Modo 46	0,000	0,001	0,007	0,034	0,139	0,298	0,513	0,773	0,900	1,173	1,394	1,681
Modo 47	0,000	0,001	0,001	0,002	0,009	0,027	0,066	0,145	0,206	0,461	0,929	1,642
Modo 48	0,000	0,000	-0,001	-0,002	-0,005	-0,005	-0,003	0,008	0,019	0,091	0,494	2,017
Modo 49	0,000	0,001	0,002	0,011	0,049	0,117	0,239	0,462	0,660	1,500	2,753	3,240
Modo 50	0,000	0,001	0,002	0,009	0,039	0,100	0,219	0,460	0,619	1,175	1,915	2,733

**Tabla 16.** Diferencias porcentuales para eje libre con grietas en posición D.

Diferencias % POS.D	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
Modo 7	0,000	0,001	0,000	-0,001	-0,003	-0,006	-0,006	-0,008	-0,009	-0,009	-0,004	0,007
Modo 8	0,000	0,000	0,000	-0,001	-0,004	-0,011	-0,011	-0,016	-0,019	-0,028	-0,035	-0,042
Modo 9	0,000	0,000	0,000	0,001	0,007	0,035	0,035	0,065	0,086	0,162	0,289	0,486
Modo 10	0,000	0,000	0,000	0,000	-0,001	-0,003	-0,003	-0,001	0,000	0,010	0,029	0,063
Modo 11	0,000	0,000	0,000	-0,001	-0,002	-0,003	-0,003	-0,003	-0,003	-0,002	0,002	0,008
Modo 12	0,000	0,000	0,002	0,008	0,037	0,165	0,165	0,299	0,394	0,738	1,342	2,367
Modo 13	-0,001	0,000	0,001	0,001	0,002	0,015	0,015	0,033	0,048	0,104	0,203	0,357
Modo 14	0,000	0,000	0,000	-0,001	-0,001	0,000	0,000	0,006	0,012	0,047	0,179	0,904
Modo 15	0,000	0,001	0,005	0,024	0,106	0,470	0,470	0,861	1,139	2,187	4,075	6,893
Modo 16	-0,001	0,001	0,001	0,003	0,008	0,047	0,047	0,099	0,139	0,294	0,566	0,991
Modo 17	0,000	0,000	0,000	0,000	0,001	0,006	0,006	0,011	0,016	0,031	0,056	0,091
Modo 18	-0,001	0,002	0,010	0,048	0,215	0,956	0,956	1,753	2,314	4,356	7,606	11,612
Modo 19	-0,001	0,000	0,001	0,002	0,014	0,087	0,087	0,186	0,263	0,553	1,062	1,846
Modo 20	-0,001	0,003	0,015	0,068	0,297	1,277	1,277	2,257	2,899	4,935	7,399	9,628
Modo 21	-0,001	0,000	0,000	0,001	0,015	0,107	0,107	0,230	0,326	0,685	1,292	2,169
Modo 22	0,000	0,000	0,000	0,000	0,004	0,025	0,025	0,051	0,070	0,143	0,268	0,457
Modo 23	0,000	0,000	0,000	0,001	0,006	0,030	0,030	0,054	0,072	0,133	0,236	0,396
Modo 24	-0,001	0,003	0,015	0,066	0,286	1,169	1,169	1,971	2,459	3,845	5,288	6,476
Modo 25	0,000	0,000	0,000	0,001	0,011	0,087	0,087	0,193	0,274	0,576	1,065	1,728
Modo 26	0,000	0,000	0,002	0,009	0,042	0,412	0,412	1,037	1,419	2,522	3,766	4,988
Modo 27	0,000	0,003	0,013	0,053	0,228	0,711	0,711	0,894	1,031	1,566	2,694	4,937
Modo 28	0,000	0,000	0,001	0,001	0,006	0,054	0,054	0,122	0,174	0,368	0,683	1,116
Modo 29	0,000	0,000	0,001	0,004	0,018	0,092	0,092	0,180	0,245	0,490	2,174	4,450
Modo 30	0,000	0,001	0,007	0,036	0,155	0,728	0,728	1,361	1,810	3,340	4,314	4,936
Modo 31	0,000	0,002	0,010	0,044	0,186	0,742	0,742	1,232	1,529	2,361	3,236	3,995
Modo 32	0,001	0,000	0,001	0,000	0,003	0,038	0,038	0,091	0,133	0,359	0,858	1,237
Modo 33	0,000	0,002	0,008	0,036	0,152	0,617	0,617	1,004	1,224	1,701	1,951	2,270
Modo 34	0,000	0,000	0,003	0,013	0,055	0,225	0,225	0,543	0,946	2,221	3,836	5,568
Modo 35	0,000	0,002	0,010	0,040	0,173	0,758	0,758	1,194	1,288	1,561	1,899	2,276
Modo 36	0,000	0,000	0,000	0,000	0,003	0,036	0,036	0,086	0,125	0,274	0,513	0,830
Modo 37	-0,001	0,000	0,002	0,011	0,050	0,196	0,196	0,309	0,373	0,544	0,745	0,988
Modo 38	0,000	0,002	0,009	0,037	0,158	0,664	0,664	1,149	1,461	2,373	3,383	4,309
Modo 39	0,000	0,000	0,000	0,000	0,006	0,057	0,057	0,130	0,187	0,411	0,815	1,449
Modo 40	0,000	0,001	0,002	0,007	0,029	0,118	0,118	0,202	0,257	0,423	0,640	1,087
Modo 41	-0,001	0,001	0,004	0,021	0,096	0,432	0,432	0,750	0,944	1,485	2,065	2,438
Modo 42	-0,001	0,002	0,006	0,030	0,125	0,484	0,484	0,770	0,931	1,326	1,703	2,089
Modo 43	-0,001	0,000	0,001	0,002	0,013	0,091	0,091	0,194	0,271	0,570	1,103	1,910
Modo 44	0,000	0,001	0,002	0,007	0,028	0,120	0,120	0,214	0,280	0,834	1,432	2,016
Modo 45	-0,001	0,001	0,004	0,021	0,096	0,434	0,434	0,755	0,949	1,161	1,489	1,933
Modo 46	-0,001	0,001	0,004	0,019	0,078	0,285	0,285	0,433	0,515	0,727	1,195	1,867
Modo 47	-0,001	0,001	0,002	0,005	0,022	0,123	0,123	0,246	0,336	0,667	1,006	1,443
Modo 48	0,000	0,001	0,002	0,007	0,029	0,129	0,129	0,233	0,303	0,539	0,899	1,356
Modo 49	-0,001	0,000	0,002	0,008	0,041	0,194	0,194	0,355	0,467	0,807	1,239	1,751
Modo 50	-0,001	0,001	0,002	0,007	0,028	0,142	0,142	0,273	0,367	0,695	1,180	1,745

Observando las tablas, los valores más altos de diferencia porcentual respecto al eje nuevo se dan en:

- Modo 12 al porcentaje de 100% en la Posición C, con un 13.09%
- Modo 12 al porcentaje de 100% en la Posición B, con un 12.43%
- Modo 18 al porcentaje de 100% en la Posición A, con un 11.70%
- Modo 18 al porcentaje de 100% en la Posición D, con un 11.61%

### 9.3.2.1. Medias de diferencias porcentuales por posición en el eje libre.

A continuación vamos a presentar unas tablas que muestran valores de las medias de diferencias porcentuales de frecuencias propias obtenidas con anterioridad para cada una de las posiciones estudiadas del eje y para cada uno de los porcentajes de grieta, además de la media de diferencia porcentual por posición de las grietas en el eje:

**Tabla 17.** Medias de diferencias porcentuales para cada porcentaje y posición.

POSICIÓN A											
1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
0,000	-0,001	-0,008	0,000	0,013	0,054	0,148	0,340	0,487	1,004	1,768	2,808
0,551											
POSICIÓN B											
1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
0,000	0,000	0,000	0,004	0,027	0,082	0,191	0,401	0,552	1,078	1,871	2,831
0,586											
POSICIÓN C											
1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
0,000	0,001	0,003	0,015	0,064	0,148	0,288	0,517	0,671	1,181	1,889	2,751
0,627											
POSICIÓN D											
1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
0,000	0,001	0,003	0,015	0,064	0,280	0,280	0,495	0,637	1,093	1,721	2,487
0,590											

En estas tablas podemos ver que la diferencia porcentual, por lo general, será siempre mayor cuanto más grande sea la grieta, apoyando la teoría de que una pieza con fallo siempre presentará frecuencias de vibración menores que la misma pieza sin grieta. Como conclusión, podemos destacar que la posición donde se produce una variación media de frecuencia mayor con respecto al eje sin fallo es la posición C, con una variación media de un 0,627%.

### 9.3.2.2. Medias de diferencias porcentuales por modo de vibración en eje libre.

Otra tabla que podemos representar es la media de las diferencias porcentuales para cada uno de los porcentajes y para cada modo, en este caso, se realizara un media ponderada de cada uno de los 50 modos de vibración (debemos recordar que los 6 primeros modos eran siempre igual a 0) en las 4 diferentes posiciones. Además, tras esto haremos la media en cada uno de los modos, dato que se puede ver en la última columna de la siguiente tabla:

**Tabla 18.** Medias de diferencias porcentuales para cada modo de vibración.

Media %	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%	Media
Modo 7	0,000	0,001	0,001	0,003	0,013	0,033	0,071	0,138	0,187	0,367	0,666	1,110	0,216
Modo 8	0,000	0,000	0,000	-0,001	-0,002	-0,003	-0,001	0,004	0,009	0,031	0,076	0,149	0,022
Modo 9	0,000	0,001	0,002	0,014	0,066	0,171	0,344	0,662	0,889	1,711	3,049	4,988	0,991
Modo 10	0,000	0,000	-0,001	0,000	0,002	0,007	0,021	0,052	0,079	0,189	0,393	0,709	0,121
Modo 11	0,000	0,000	-0,001	-0,001	0,001	0,008	0,024	0,056	0,079	0,160	0,286	0,457	0,089
Modo 12	0,000	0,001	0,003	0,027	0,128	0,343	0,668	1,279	1,709	3,222	5,566	8,771	1,810
Modo 13	0,000	0,000	-0,002	0,000	0,003	0,014	0,036	0,091	0,139	0,335	0,697	1,250	0,214
Modo 14	0,000	0,000	0,000	0,000	0,007	0,023	0,061	0,152	0,234	0,647	1,755	4,275	0,596
Modo 15	0,000	0,001	0,003	0,029	0,141	0,419	0,750	1,416	1,871	3,338	5,119	6,460	1,629
Modo 16	0,000	0,000	-0,003	0,001	0,004	0,022	0,043	0,109	0,166	0,399	0,831	1,499	0,256
Modo 17	0,000	0,000	0,000	0,005	0,023	0,059	0,120	0,226	0,302	0,557	0,950	1,491	0,311
Modo 18	-0,001	0,000	-0,001	0,020	0,107	0,399	0,611	1,202	1,625	3,082	5,139	7,403	1,632
Modo 19	-0,001	0,000	-0,004	0,001	0,007	0,033	0,053	0,125	0,185	0,428	0,875	1,571	0,273
Modo 20	-0,001	0,000	-0,001	0,019	0,096	0,397	0,518	0,998	1,329	2,401	3,771	5,323	1,237
Modo 21	-0,001	-0,001	-0,005	0,000	0,007	0,037	0,054	0,126	0,186	0,434	0,901	1,684	0,285
Modo 22	0,000	0,000	0,000	0,005	0,030	0,087	0,193	0,415	0,588	1,266	2,379	3,665	0,719
Modo 23	0,000	0,000	0,001	0,008	0,035	0,090	0,174	0,321	0,423	0,761	1,249	1,858	0,410
Modo 24	-0,001	0,000	0,001	0,027	0,127	0,438	0,600	1,073	1,373	2,236	3,128	3,850	1,071
Modo 25	0,000	0,000	-0,004	0,000	0,005	0,031	0,049	0,119	0,177	0,409	0,826	1,443	0,254
Modo 26	0,000	0,000	0,001	0,009	0,040	0,177	0,305	0,827	1,184	2,322	3,794	5,415	1,173
Modo 27	0,000	0,001	0,003	0,032	0,141	0,387	0,555	0,753	0,885	1,358	2,165	3,447	0,811
Modo 28	0,000	0,000	-0,003	0,000	0,003	0,022	0,039	0,095	0,139	0,308	0,591	0,986	0,182
Modo 29	0,000	0,000	0,001	0,008	0,040	0,123	0,251	0,523	0,725	1,438	2,781	4,478	0,864
Modo 30	-0,001	-0,001	-0,001	0,009	0,047	0,208	0,245	0,478	0,650	1,258	1,871	2,537	0,608
Modo 31	0,000	0,001	0,003	0,025	0,109	0,343	0,497	0,850	1,059	1,612	2,180	2,873	0,796
Modo 32	0,000	0,000	-0,002	0,001	0,005	0,025	0,050	0,119	0,177	0,437	0,918	1,393	0,260
Modo 33	-0,001	0,000	0,000	0,011	0,049	0,183	0,217	0,370	0,461	0,674	0,830	1,011	0,317
Modo 34	0,000	0,000	0,001	0,009	0,043	0,131	0,215	0,453	0,673	1,867	3,926	6,304	1,135
Modo 35	0,000	0,001	0,001	0,016	0,075	0,277	0,379	0,679	0,862	1,276	1,804	2,497	0,656
Modo 36	0,000	0,000	-0,002	0,001	0,008	0,030	0,058	0,129	0,180	0,341	0,554	0,784	0,174
Modo 37	0,000	0,000	-0,001	0,006	0,033	0,112	0,201	0,402	0,538	0,887	1,252	1,722	0,429
Modo 38	0,000	0,000	0,001	0,013	0,063	0,237	0,336	0,666	0,912	1,792	2,937	4,064	0,918
Modo 39	0,000	0,000	-0,001	0,002	0,013	0,046	0,087	0,188	0,266	0,562	1,072	1,861	0,341
Modo 40	0,000	0,001	0,001	0,007	0,031	0,090	0,151	0,273	0,350	0,744	1,182	1,619	0,371
Modo 41	-0,001	0,000	-0,002	0,005	0,028	0,131	0,186	0,393	0,542	0,784	0,960	1,101	0,344
Modo 42	0,000	0,000	0,001	0,018	0,086	0,268	0,433	0,773	0,978	1,508	2,052	2,595	0,726
Modo 43	0,000	0,000	-0,002	0,000	0,004	0,031	0,052	0,129	0,193	0,463	0,960	1,709	0,295
Modo 44	0,000	0,000	0,000	0,003	0,017	0,061	0,101	0,200	0,270	0,823	1,468	2,105	0,421
Modo 45	0,000	0,000	-0,001	0,007	0,039	0,155	0,229	0,476	0,656	0,947	1,433	2,139	0,507
Modo 46	0,000	0,001	0,001	0,017	0,083	0,243	0,425	0,726	0,886	1,233	1,526	1,818	0,580
Modo 47	0,000	0,001	-0,002	0,001	0,007	0,039	0,058	0,134	0,195	0,441	0,821	1,352	0,254
Modo 48	0,000	0,000	-0,001	0,001	0,010	0,048	0,077	0,167	0,238	0,542	1,333	2,946	0,447
Modo 49	0,000	0,000	-0,001	0,010	0,055	0,185	0,362	0,719	0,967	1,718	2,535	3,041	0,799
Modo 50	0,000	0,000	-0,002	0,003	0,015	0,060	0,096	0,210	0,294	0,611	1,138	1,882	0,359

Observamos que los modos donde la media de diferencias porcentuales es mayor son el 12, 15, 18 y 20. Por lo tanto, a la vista de esta tabla, podemos concluir que dichos modos van a ser los importantes y relevantes a la hora del estudio de las frecuencias del eje, ya que nos darán los valores más destacados.



### 9.3.3 Resultados de diferencias unitarias en el eje libre.

De la misma manera que hemos procedido en el apartado anterior con las diferencias porcentuales, en este apartado vamos a presentar los resultados obtenidos para las diferencias unitarias en las grietas respecto a la frecuencia propia obtenida para el eje nuevo.

**Tabla 19.** Diferencias unitarias para eje libre con grietas en posición A.

Diferencias Unit. A	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
Modo 7	0,000	0,000	-0,001	-0,002	-0,006	-0,009	-0,008	0,000	0,009	0,049	0,129	0,273
Modo 8	0,000	0,000	-0,002	-0,003	-0,008	-0,014	-0,022	-0,032	-0,037	-0,049	-0,056	-0,052
Modo 9	0,001	0,000	-0,012	0,001	0,023	0,102	0,285	0,661	0,961	2,113	4,149	7,708
Modo 10	0,001	-0,001	-0,011	-0,001	-0,002	-0,002	0,006	0,031	0,063	0,194	0,459	0,932
Modo 11	-0,002	-0,005	-0,017	-0,038	-0,099	-0,164	-0,228	-0,292	-0,317	-0,357	-0,356	-0,313
Modo 12	0,001	-0,002	-0,052	0,018	0,190	0,715	1,892	4,310	6,250	13,893	28,173	54,748
Modo 13	0,003	-0,005	-0,053	0,006	0,014	0,042	0,118	0,314	0,516	1,358	3,012	5,913
Modo 14	0,000	0,000	-0,020	-0,030	-0,060	-0,080	-0,050	0,160	0,440	2,510	14,540	64,130
Modo 15	0,000	0,000	-0,130	0,060	0,640	2,390	6,310	14,380	20,780	44,880	78,270	94,080
Modo 16	0,010	-0,010	-0,140	0,010	0,020	0,090	0,300	0,900	1,510	4,140	9,400	18,640
Modo 17	0,000	-0,010	-0,040	-0,050	-0,110	-0,140	-0,130	-0,040	0,070	0,480	1,200	2,330
Modo 18	-0,020	-0,020	-0,260	0,100	1,240	4,690	12,390	27,880	39,730	80,850	135,400	189,680
Modo 19	0,000	-0,020	-0,280	-0,010	-0,020	0,060	0,420	1,540	2,670	7,750	17,930	35,150
Modo 20	-0,030	-0,030	-0,360	0,090	1,340	5,200	13,740	30,150	41,970	78,520	119,630	157,230
Modo 21	-0,010	-0,030	-0,390	-0,040	-0,080	-0,020	0,390	1,770	3,140	9,430	21,850	41,880
Modo 22	0,000	-0,010	-0,060	-0,030	0,000	0,240	0,890	2,310	3,450	7,560	13,980	23,730
Modo 23	0,000	-0,010	-0,070	-0,030	-0,010	0,130	0,490	1,230	1,850	4,150	8,110	15,080
Modo 24	-0,020	-0,040	-0,410	0,000	0,680	2,960	8,110	17,850	24,690	44,670	65,870	84,770
Modo 25	-0,010	-0,040	-0,420	-0,020	-0,050	0,050	0,470	1,830	3,160	9,200	21,290	41,640
Modo 26	-0,010	-0,020	-0,130	0,060	0,440	1,420	3,500	8,100	12,060	29,090	63,570	129,100
Modo 27	0,000	-0,030	-0,400	-0,010	0,050	0,470	1,850	5,040	7,740	17,660	33,540	58,160
Modo 28	0,010	-0,040	-0,40	-0,030	0,020	0,300	0,790	1,800	2,550	4,930	8,400	13,400
Modo 29	0,010	-0,010	-0,140	0,010	0,310	1,420	4,330	11,110	16,950	41,410	87,470	164,380
Modo 30	-0,04	-0,03	-0,31	0,20	1,18	3,53	8,28	17,93	25,53	54,380	101,090	163,740
Modo 31	0,01	-0,03	-0,37	0,03	0,21	0,69	1,84	4,65	7,27	18,540	36,570	57,890
Modo 32	0,01	-0,03	-0,37	-0,03	-0,08	-0,07	0,01	0,48	1,11	4,61	12,590	28,000
Modo 33	-0,04	-0,04	-0,33	0,11	0,73	2,29	5,24	10,32	13,50	21,02	26,41	30,82
Modo 34	-0,02	-0,04	-0,21	-0,11	-0,22	-0,25	-0,17	0,29	0,82	79,110	244,800	417,240
Modo 35	0,00	-0,03	-0,33	0,04	0,65	2,36	6,27	16,94	29,420	40,250	55,500	93,880
Modo 36	0,01	-0,02	-0,33	0,06	0,34	1,04	2,61	6,03	8,86	19,03	28,87	33,020
Modo 37	-0,01	-0,03	-0,30	0,06	0,88	3,83	11,57	29,19	42,28	70,32	89,620	113,870
Modo 38	-0,01	-0,02	-0,32	0,23	2,30	7,98	20,28	46,37	67,540	141,340	209,210	246,170
Modo 39	0,00	-0,01	-0,34	0,03	0,29	1,07	3,06	7,92	12,27	30,94	67,06	128,080
Modo 40	0,01	-0,03	-0,17	-0,12	-0,34	-0,52	-0,70	-0,84	-0,88	36,18	82,31	123,720
Modo 41	-0,03	-0,04	-0,46	0,07	1,12	5,14	16,22	42,33	62,59	81,74	82,01	82,59
Modo 42	-0,02	-0,02	-0,40	0,41	3,91	13,50	32,45	62,95	80,05	112,06	126,01	132,81
Modo 43	0,01	-0,01	-0,47	-0,05	0,01	0,52	2,23	6,92	11,33	30,48	66,64	123,41
Modo 44	-0,02	-0,05	-0,20	-0,16	-0,14	0,30	1,47	4,17	6,47	45,75	85,51	118,73
Modo 45	-0,02	-0,06	-0,49	-0,03	0,49	2,90	10,15	28,34	42,93	56,70	79,35	143,80
Modo 46	0,00	-0,02	-0,55	0,41	4,08	14,25	33,15	58,79	70,46	86,27	90,40	93,34
Modo 47	0,04	-0,01	-0,64	-0,10	-0,26	-0,17	0,76	3,91	7,12	20,75	44,90	78,29
Modo 48	0,00	-0,04	-0,17	-0,02	0,72	2,85	7,65	18,32	27,66	72,57	193,23	412,70
Modo 49	-0,05	-0,07	-0,66	0,16	2,66	10,20	25,62	50,72	65,74	99,54	126,11	153,26
Modo 50	0,00	-0,03	-0,71	-0,12	-0,29	-0,27	0,44	3,05	5,85	19,17	52,23	115,74

**Tabla 20.** Diferencias unitarias para eje libre con grietas en posición B.

Diferencias Unit. B	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
Modo 7	0,000	0,001	0,001	0,002	0,014	0,045	0,107	0,234	0,328	0,688	1,322	2,264
Modo 8	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,002	0,007	0,021	0,034	0,091	0,207	0,390
Modo 9	0,001	0,002	0,005	0,035	0,200	0,623	1,464	3,128	4,368	9,025	17,221	29,250
Modo 10	0,000	0,000	0,000	0,002	0,008	0,033	0,099	0,272	0,424	1,079	2,403	4,449
Modo 11	-0,001	-0,003	-0,009	-0,023	-0,031	0,003	0,109	0,351	0,537	1,222	2,334	3,839
Modo 12	0,002	0,006	0,019	0,141	0,808	2,487	5,773	12,117	16,750	33,485	60,536	94,608
Modo 13	0,001	0,000	-0,001	-0,002	0,001	0,064	0,253	0,787	1,263	3,356	7,566	13,936
Modo 14	0,000	0,000	-0,010	-0,010	0,040	0,230	0,750	2,160	3,510	10,790	30,110	60,200
Modo 15	0,000	0,010	0,040	0,260	1,490	4,470	10,020	19,880	26,430	45,500	62,700	70,500
Modo 16	0,000	0,000	0,000	-0,010	-0,010	0,080	0,350	1,170	1,890	5,090	11,380	20,580
Modo 17	0,000	0,000	0,000	0,050	0,280	0,820	1,840	3,770	5,140	9,990	17,780	28,580
Modo 18	-0,020	-0,010	0,010	0,180	1,120	3,280	7,210	13,980	18,480	32,650	51,010	69,660
Modo 19	-0,020	0,000	-0,010	-0,010	0,030	0,180	0,500	1,380	2,080	5,140	10,890	19,300
Modo 20	-0,020	-0,020	-0,020	-0,010	0,110	0,380	0,880	2,040	2,940	6,910	15,240	29,990
Modo 21	-0,030	0,000	-0,020	-0,020	0,060	0,200	0,480	1,050	1,470	3,700	8,550	20,060
Modo 22	0,000	0,000	0,010	0,080	0,550	1,940	5,110	12,290	18,220	43,060	89,810	149,590
Modo 23	0,000	0,010	0,030	0,180	0,800	2,160	4,640	9,170	12,360	23,350	40,120	60,890
Modo 24	-0,020	-0,020	-0,020	0,040	0,550	1,850	4,530	9,740	13,420	26,060	42,110	56,190
Modo 25	-0,020	0,000	-0,010	0,000	0,110	0,400	1,010	2,490	3,700	8,690	18,270	32,270
Modo 26	-0,010	0,010	0,040	0,240	1,080	2,890	6,210	25,680	41,230	94,290	164,570	226,770
Modo 27	0,000	0,020	0,050	0,480	2,820	8,610	19,880	28,100	32,460	47,780	72,040	103,520
Modo 28	0,010	0,000	-0,01	-0,040	-0,050	0,130	0,690	2,280	3,700	9,680	21,280	38,200
Modo 29	0,000	0,010	0,030	0,210	1,270	4,300	11,050	25,710	37,030	76,110	125,600	170,390
Modo 30	-0,05	-0,03	-0,06	-0,07	0,02	0,25	0,77	1,76	2,48	5,27	10,20	17,96
Modo 31	0,01	0,04	0,12	0,80	4,35	12,50	26,54	48,11	60,28	87,060	104,080	111,860
Modo 32	0,02	0,00	-0,01	-0,04	-0,06	0,21	1,04	3,38	5,49	14,48	32,190	58,990
Modo 33	-0,04	-0,03	-0,06	-0,10	-0,13	-0,11	0,07	0,49	0,84	2,32	5,20	9,77
Modo 34	-0,01	0,00	0,04	0,30	1,44	3,97	8,94	19,05	27,01	59,800	124,600	225,310
Modo 35	0,00	0,03	0,09	0,65	3,51	10,04	21,84	42,19	55,620	94,730	139,540	180,130
Modo 36	0,01	0,00	0,00	0,03	0,28	1,02	2,58	5,73	8,02	15,74	27,10	40,910
Modo 37	-0,02	-0,01	0,00	0,14	1,05	3,31	7,29	13,59	17,28	28,10	42,990	64,230
Modo 38	-0,01	0,00	0,01	0,13	0,81	2,40	5,99	14,73	22,46	59,550	137,220	237,520
Modo 39	-0,02	0,01	0,02	0,14	0,79	2,32	4,92	9,48	12,74	24,85	46,96	83,070
Modo 40	0,03	0,04	0,13	0,56	2,37	6,25	13,27	25,43	33,37	55,30	75,29	90,010
Modo 41	-0,05	-0,03	-0,07	-0,11	-0,07	0,13	0,60	1,74	2,56	6,14	12,37	21,22
Modo 42	-0,02	-0,02	-0,02	0,11	0,70	2,14	5,19	11,94	17,31	39,58	80,20	132,27
Modo 43	-0,02	0,02	-0,01	-0,04	0,07	0,66	2,37	6,72	10,32	27,11	60,01	108,92
Modo 44	0,01	0,02	0,06	0,43	2,11	5,85	12,78	25,22	33,77	61,03	94,50	131,74
Modo 45	-0,04	-0,02	-0,06	-0,09	0,04	0,70	2,68	8,55	14,45	45,50	107,18	163,69
Modo 46	-0,01	0,02	0,06	0,52	3,16	9,89	22,92	46,67	61,93	102,11	127,96	137,89
Modo 47	-0,02	0,02	0,00	-0,01	0,07	0,56	1,82	5,07	7,69	18,76	38,86	65,99
Modo 48	0,02	0,00	-0,06	-0,06	0,36	1,63	4,42	9,90	13,96	29,07	66,76	142,73
Modo 49	-0,01	0,04	0,16	1,15	6,39	19,14	43,90	90,24	121,85	212,80	294,42	337,54
Modo 50	-0,03	0,00	-0,02	-0,11	-0,19	0,09	1,12	4,35	7,14	20,18	47,28	92,93

**Tabla 21.** Diferencias unitarias para eje libre con grietas en posición C.

Diferencias Unit. C	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
Modo 7	0,001	0,001	0,004	0,017	0,073	0,169	0,328	0,599	0,786	1,454	2,502	4,035
Modo 8	0,000	0,000	0,000	0,001	0,004	0,011	0,027	0,059	0,084	0,183	0,352	0,608
Modo 9	0,003	0,011	0,040	0,189	0,816	1,888	3,657	6,631	8,667	15,819	26,680	41,595
Modo 10	0,000	0,002	0,001	0,003	0,028	0,093	0,239	0,545	0,786	1,737	3,368	5,813
Modo 11	0,001	0,001	0,005	0,031	0,156	0,385	0,773	1,416	1,857	3,328	5,483	8,363
Modo 12	0,006	0,032	0,126	0,611	2,617	5,991	11,431	20,235	26,044	45,120	70,589	99,730
Modo 13	0,000	0,005	0,001	0,003	0,054	0,218	0,603	1,434	2,095	4,694	9,092	15,499
Modo 14	0,000	0,000	0,010	0,060	0,330	0,860	1,930	4,170	5,990	13,980	28,880	49,720
Modo 15	0,010	0,040	0,160	0,790	3,310	7,400	13,600	22,610	27,900	41,770	53,160	59,660
Modo 16	0,000	0,010	0,000	0,010	0,090	0,320	0,840	1,940	2,820	6,200	11,860	20,030
Modo 17	0,010	0,020	0,060	0,260	1,120	2,580	4,990	8,920	11,620	20,600	33,960	52,160
Modo 18	-0,010	-0,020	0,040	0,250	1,080	2,420	4,500	7,640	9,640	15,780	23,590	32,510
Modo 19	0,000	0,000	0,010	0,050	0,200	0,510	1,090	2,160	2,960	5,890	10,700	17,490
Modo 20	-0,010	-0,030	-0,010	0,060	0,310	0,800	1,700	3,420	4,790	10,460	23,040	52,450
Modo 21	-0,010	-0,030	0,010	0,060	0,270	0,650	1,410	2,850	3,990	8,480	17,130	31,890
Modo 22	0,000	0,020	0,080	0,430	2,000	5,000	10,600	21,250	29,200	59,060	102,230	143,120
Modo 23	0,010	0,040	0,130	0,550	2,270	5,190	9,910	17,450	22,470	38,380	59,500	83,250
Modo 24	0,000	0,010	0,190	1,030	4,420	9,980	18,510	31,120	38,610	58,280	74,780	84,770
Modo 25	0,000	0,000	0,000	0,010	0,120	0,440	1,220	2,820	4,110	8,960	17,080	28,380
Modo 26	0,000	0,020	0,110	0,490	2,060	4,770	15,140	36,090	48,790	84,960	123,140	157,380
Modo 27	0,010	0,070	0,370	1,800	7,530	16,770	25,020	32,360	37,390	54,190	79,040	112,180
Modo 28	0,010	0,020	0,01	0,010	0,160	0,610	1,680	3,890	5,620	12,080	22,360	35,910
Modo 29	0,010	0,050	0,160	0,740	3,330	7,970	15,760	28,480	36,720	62,290	92,840	125,260
Modo 30	-0,04	-0,06	-0,04	-0,07	-0,09	-0,16	-0,17	-0,14	-0,08	0,16	0,87	2,76
Modo 31	0,01	0,05	0,24	1,20	4,81	10,32	18,07	28,05	33,43	46,830	63,990	109,910
Modo 32	0,02	0,04	0,06	0,18	0,82	2,20	4,94	10,49	14,93	32,66	60,180	74,730
Modo 33	-0,03	-0,04	0,04	0,20	0,98	2,21	4,22	7,23	9,12	14,29	20,19	26,59
Modo 34	0,00	0,04	0,20	0,89	3,87	9,26	18,90	35,98	48,17	89,550	147,300	212,730
Modo 35	-0,01	0,01	0,06	0,32	1,36	2,96	5,10	7,71	9,81	20,45	38,360	64,470
Modo 36	0,02	0,02	0,04	0,17	0,63	1,59	3,48	7,09	9,16	13,13	18,72	27,240
Modo 37	-0,01	0,00	0,06	0,36	1,69	4,13	8,29	15,30	20,05	35,96	58,160	85,810
Modo 38	0,01	0,00	0,06	0,36	1,60	3,93	7,89	14,89	19,76	40,010	73,640	116,380
Modo 39	0,01	0,02	0,06	0,27	1,22	3,10	6,74	13,74	19,15	36,54	60,47	90,000
Modo 40	0,02	0,06	0,17	0,70	2,94	6,72	12,64	21,39	26,70	40,69	54,03	65,240
Modo 41	-0,02	-0,05	-0,04	-0,08	-0,19	-0,35	-0,52	-0,76	-0,84	-1,05	-0,93	-0,34
Modo 42	0,01	0,06	0,36	1,79	7,65	17,32	32,37	55,59	70,05	112,86	159,34	200,82
Modo 43	0,01	0,02	0,00	-0,02	0,13	0,64	1,89	4,49	6,52	14,43	27,16	44,45
Modo 44	0,00	-0,01	-0,03	0,02	0,37	1,22	2,75	5,53	7,54	39,58	84,52	131,04
Modo 45	-0,01	-0,01	0,11	0,60	2,94	7,51	16,13	31,99	43,19	55,25	67,86	89,64
Modo 46	0,02	0,09	0,43	2,13	8,65	18,49	31,86	48,01	55,88	72,84	86,58	104,44
Modo 47	0,02	0,06	0,04	0,12	0,54	1,70	4,08	8,99	12,82	28,66	57,73	101,98
Modo 48	0,02	-0,02	-0,06	-0,14	-0,30	-0,35	-0,17	0,53	1,26	5,98	32,65	133,20
Modo 49	-0,01	0,04	0,13	0,77	3,34	7,99	16,33	31,62	45,14	102,60	188,37	221,69
Modo 50	0,00	0,07	0,15	0,61	2,67	6,87	15,00	31,45	42,32	80,37	131,06	186,97



**Tabla 22.** Diferencias unitarias para eje libre con grietas en posición D.

Diferencias Unit. D	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
Modo 7	0,000	0,001	0,000	-0,001	-0,004	-0,009	-0,009	-0,012	-0,013	-0,013	-0,006	0,011
Modo 8	0,000	0,000	0,000	-0,002	-0,006	-0,016	-0,016	-0,024	-0,028	-0,041	-0,052	-0,062
Modo 9	0,000	0,001	0,001	0,006	0,029	0,141	0,141	0,261	0,346	0,652	1,165	1,959
Modo 10	-0,001	0,001	0,000	-0,001	-0,006	-0,011	-0,011	-0,006	0,002	0,039	0,119	0,253
Modo 11	-0,001	0,000	0,000	-0,004	-0,010	-0,021	-0,021	-0,022	-0,019	-0,011	0,012	0,049
Modo 12	-0,001	0,003	0,013	0,062	0,283	1,254	1,254	2,279	2,996	5,622	10,218	18,018
Modo 13	-0,005	0,003	0,005	0,007	0,018	0,114	0,114	0,250	0,362	0,789	1,549	2,719
Modo 14	0,000	0,000	0,000	-0,010	-0,010	0,000	0,000	0,060	0,130	0,510	1,920	9,710
Modo 15	0,000	0,010	0,060	0,280	1,250	5,560	5,560	10,190	13,480	25,880	48,230	81,580
Modo 16	-0,010	0,010	0,010	0,030	0,100	0,560	0,560	1,170	1,650	3,480	6,700	11,730
Modo 17	0,000	0,000	0,000	0,000	0,010	0,080	0,080	0,160	0,230	0,440	0,790	1,290
Modo 18	-0,020	0,030	0,160	0,780	3,480	15,500	15,500	28,430	37,520	70,630	123,320	188,280
Modo 19	-0,020	0,000	0,010	0,040	0,220	1,410	1,410	3,010	4,260	8,970	17,220	29,930
Modo 20	-0,020	0,060	0,300	1,390	6,110	26,240	26,240	46,370	59,560	101,400	152,010	197,820
Modo 21	-0,020	-0,010	0,000	0,030	0,310	2,190	2,190	4,720	6,700	14,080	26,550	44,570
Modo 22	-0,010	0,000	0,000	0,010	0,100	0,560	0,560	1,130	1,560	3,180	5,960	10,180
Modo 23	0,000	0,000	0,010	0,030	0,140	0,670	0,670	1,230	1,640	3,010	5,330	8,970
Modo 24	-0,020	0,070	0,380	1,670	7,240	29,560	29,560	49,850	62,210	97,270	133,760	163,810
Modo 25	-0,010	-0,010	0,010	0,030	0,290	2,210	2,210	4,870	6,940	14,570	26,950	43,720
Modo 26	-0,010	0,010	0,060	0,290	1,300	12,690	12,690	31,920	43,680	77,630	115,920	153,540
Modo 27	-0,010	0,080	0,390	1,650	7,070	22,000	22,000	27,650	31,890	48,470	83,370	152,750
Modo 28	0,010	0,000	0,02	0,020	0,190	1,660	1,660	3,770	5,380	11,390	21,140	34,520
Modo 29	-0,010	0,010	0,030	0,130	0,620	3,150	3,150	6,150	8,370	16,740	74,290	152,090
Modo 30	-0,01	0,04	0,26	1,26	5,48	25,77	25,77	48,16	64,04	118,20	152,66	174,67
Modo 31	0,00	0,08	0,39	1,64	6,94	27,67	27,67	45,98	57,05	88,070	120,750	149,060
Modo 32	0,02	0,00	0,02	0,00	0,12	1,41	1,41	3,40	4,95	13,41	32,020	46,160
Modo 33	0,00	0,06	0,30	1,38	5,77	23,35	23,35	38,01	46,34	64,39	73,82	85,92
Modo 34	-0,01	0,02	0,13	0,57	2,38	9,80	9,80	23,63	41,18	96,670	166,970	242,380
Modo 35	0,00	0,09	0,42	1,75	7,60	33,25	33,25	52,41	56,550	68,520	83,360	99,890
Modo 36	0,01	0,00	0,01	-0,02	0,11	1,57	1,57	3,78	5,49	12,01	22,51	36,410
Modo 37	-0,03	0,01	0,10	0,49	2,23	8,76	8,76	13,83	16,67	24,34	33,320	44,190
Modo 38	-0,01	0,10	0,43	1,85	7,94	33,34	33,34	57,73	73,37	119,180	169,920	216,410
Modo 39	0,00	-0,01	0,00	0,01	0,29	2,85	2,85	6,53	9,37	20,63	40,93	72,790
Modo 40	0,01	0,04	0,10	0,38	1,48	6,10	6,10	10,47	13,30	21,88	33,12	56,270
Modo 41	-0,04	0,04	0,21	1,08	5,06	22,73	22,73	39,45	49,63	78,09	108,56	128,19
Modo 42	-0,04	0,09	0,36	1,66	7,03	27,20	27,20	43,24	52,31	74,52	95,69	117,37
Modo 43	-0,04	0,02	0,04	0,14	0,74	5,13	5,13	10,88	15,21	32,05	61,95	107,34
Modo 44	0,00	0,03	0,11	0,41	1,65	7,16	7,16	12,76	16,66	49,66	85,31	120,10
Modo 45	-0,03	0,04	0,26	1,24	5,77	26,00	26,00	45,26	56,90	69,62	89,30	115,93
Modo 46	-0,04	0,07	0,23	1,15	4,84	17,70	17,70	26,87	31,97	45,15	74,25	115,99
Modo 47	-0,06	0,06	0,11	0,33	1,36	7,67	7,67	15,31	20,90	41,44	62,51	89,62
Modo 48	0,02	0,05	0,15	0,49	1,93	8,54	8,54	15,38	20,01	35,61	59,34	89,54
Modo 49	-0,04	0,01	0,11	0,58	2,78	13,27	13,27	24,31	31,92	55,23	84,79	119,82
Modo 50	-0,07	0,06	0,12	0,46	1,90	9,72	9,72	18,70	25,13	47,57	80,77	119,38

Para el caso de diferencias unitarias, las diferencias más altas respecto al eje nuevo serán:

- Modo 34 al porcentaje de 100% en la Posición A, con un 417.24Hz
- Modo 48 al porcentaje de 100% en la Posición A, con un 412.70Hz
- Modo 49 al porcentaje de 100% en la Posición B, con un 337.54Hz
- Modo 49 al porcentaje de 83% en la Posición B, con un 294.42Hz



### 9.3.3.1. Medias de diferencias unitarias por posición en el eje libre.

A continuación vamos a presentar unas tablas que muestran valores de las medias de diferencias unitarias de las frecuencias propias obtenidas con anterioridad para cada una de las posiciones estudiadas del eje y para cada uno de los porcentajes de grieta, además de la media de la diferencia unitaria por posición de las grietas en el eje:

**Tabla 23.** Medias de diferencias unitarias para cada porcentaje y posición.

POSICIÓN A											
1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
-0,005	-0,023	-0,271	0,026	0,517	2,069	5,552	12,495	17,685	35,118	59,918	93,038
18,843											
POSICIÓN B											
1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
-0,009	0,003	0,010	0,139	0,871	2,685	6,228	13,003	17,826	34,255	57,908	85,457
18,198											
POSICIÓN C											
1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
0,002	0,015	0,081	0,405	1,772	4,144	8,063	14,483	18,796	33,079	52,764	76,172
17,481											
POSICIÓN D											
1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
-0,012	0,027	0,121	0,529	2,321	10,102	10,102	17,716	22,677	38,203	58,825	83,065
20,306											

En estas tablas podemos ver que la diferencia unitaria, por lo general, será siempre mayor cuanto más grande sea la grieta, apoyando la teoría de que una pieza con fallo siempre presentará frecuencias de vibración menores que la misma pieza sin grieta. Como conclusión, podemos destacar que la posición donde se produce una variación media de frecuencia mayor con respecto al eje sin fallo es la posición D, con una variación media de un 20.306Hz.

### 9.3.3.2. Medias de diferencias unitarias por modo de vibración en eje libre.

Otra tabla que podemos representar es la media de las diferencias unitarias para cada uno de los porcentajes de grieta y para uno de los modos. En este caso, se realizara un media ponderada de cada uno de los 50 modos de vibración (debemos recordar que los 6 primeros modos eran siempre igual a 0) en las cuatro diferentes posiciones de grieta. Además, tras esto haremos la media en cada uno de los modos, dato que se puede ver en la última columna de la siguiente tabla:

**Tabla 24.** Medias de diferencias unitarias para cada modo de vibración.

Media Unit.	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%	Media
Modo 7	0,000	0,001	0,001	0,004	0,019	0,049	0,104	0,205	0,277	0,544	0,987	1,646	0,320
Modo 8	0,000	0,000	-0,001	-0,001	-0,003	-0,004	-0,001	0,006	0,013	0,046	0,113	0,221	0,032
Modo 9	0,001	0,004	0,009	0,058	0,267	0,689	1,387	2,670	3,586	6,902	12,304	20,128	4,000
Modo 10	0,000	0,001	-0,002	0,001	0,007	0,028	0,083	0,211	0,319	0,762	1,587	2,862	0,488
Modo 11	-0,001	-0,002	-0,005	-0,009	0,004	0,051	0,158	0,363	0,514	1,046	1,868	2,984	0,581
Modo 12	0,002	0,010	0,026	0,208	0,975	2,612	5,088	9,735	13,010	24,530	42,379	66,776	13,779
Modo 13	0,000	0,001	-0,012	0,004	0,022	0,109	0,272	0,696	1,059	2,549	5,305	9,517	1,627
Modo 14	0,000	0,000	-0,005	0,002	0,075	0,252	0,657	1,637	2,517	6,947	18,862	45,940	6,407
Modo 15	0,002	0,015	0,032	0,347	1,672	4,955	8,872	16,765	22,147	39,507	60,590	76,455	19,280
Modo 16	0,000	0,002	-0,033	0,010	0,050	0,262	0,512	1,295	1,967	4,727	9,835	17,745	3,031
Modo 17	0,002	0,002	0,005	0,065	0,325	0,835	1,695	3,203	4,265	7,878	13,433	21,090	4,400
Modo 18	-0,017	-0,005	-0,012	0,328	1,730	6,473	9,900	19,483	26,343	49,978	83,330	120,033	26,463
Modo 19	-0,010	-0,005	-0,067	0,017	0,108	0,540	0,855	2,023	2,993	6,938	14,185	25,468	4,420
Modo 20	-0,020	-0,005	-0,023	0,382	1,968	8,155	10,640	20,495	27,315	49,322	77,480	109,373	25,424
Modo 21	-0,018	-0,018	-0,100	0,007	0,140	0,755	1,117	2,597	3,825	8,922	18,520	34,600	5,862
Modo 22	-0,002	0,003	0,008	0,123	0,663	1,935	4,290	9,245	13,108	28,215	52,995	81,655	16,020
Modo 23	0,003	0,010	0,025	0,183	0,800	2,038	3,928	7,270	9,580	17,223	28,265	42,048	9,281
Modo 24	-0,015	0,005	0,035	0,685	3,222	11,088	15,177	27,140	34,732	56,570	79,130	97,385	27,096
Modo 25	-0,010	-0,012	-0,105	0,005	0,117	0,775	1,228	3,003	4,477	10,355	20,897	36,503	6,436
Modo 26	-0,008	0,005	0,020	0,270	1,220	5,443	9,385	25,447	36,440	71,492	116,800	166,698	36,101
Modo 27	0,000	0,035	0,102	0,980	4,368	11,963	17,188	23,288	27,370	42,025	66,997	106,653	25,081
Modo 28	0,010	-0,005	-0,095	-0,010	0,080	0,675	1,205	2,935	4,312	9,520	18,295	30,507	5,619
Modo 29	0,003	0,015	0,020	0,273	1,382	4,210	8,573	17,863	24,768	49,138	95,050	153,030	29,527
Modo 30	-0,035	-0,020	-0,037	0,330	1,647	7,348	8,663	16,928	22,993	44,503	66,205	89,783	21,525
Modo 31	0,007	0,035	0,095	0,917	4,077	12,795	18,530	31,697	39,507	60,125	81,347	107,180	29,693
Modo 32	0,018	0,003	-0,075	0,028	0,200	0,937	1,850	4,438	6,620	16,290	34,245	51,970	9,710
Modo 33	-0,028	-0,013	-0,013	0,398	1,837	6,935	8,220	14,012	17,450	25,505	31,405	38,275	11,999
Modo 34	-0,010	0,005	0,040	0,412	1,867	5,695	9,367	19,737	29,295	81,282	170,917	274,415	49,419
Modo 35	-0,003	0,025	0,060	0,690	3,280	12,152	16,615	29,812	37,850	55,987	79,190	109,593	28,771
Modo 36	0,013	0,000	-0,070	0,060	0,340	1,305	2,560	5,658	7,883	14,978	24,300	34,395	7,618
Modo 37	-0,017	-0,007	-0,035	0,263	1,463	5,008	8,977	17,978	24,070	39,680	56,022	77,025	19,202
Modo 38	-0,005	0,020	0,045	0,643	3,163	11,913	16,875	33,430	45,783	90,020	147,498	204,120	46,125
Modo 39	-0,003	0,002	-0,065	0,112	0,648	2,335	4,392	9,417	13,382	28,240	53,855	93,485	17,150
Modo 40	0,018	0,028	0,058	0,380	1,613	4,638	7,828	14,113	18,123	38,513	61,188	83,810	19,192
Modo 41	-0,035	-0,020	-0,090	0,240	1,480	6,913	9,758	20,690	28,485	41,230	50,503	57,915	18,089
Modo 42	-0,017	0,028	0,075	0,993	4,823	15,040	24,303	43,430	54,930	84,755	115,310	145,818	40,790
Modo 43	-0,010	0,013	-0,110	0,008	0,238	1,738	2,905	7,253	10,845	26,018	53,940	96,030	16,572
Modo 44	-0,003	-0,003	-0,015	0,175	0,997	3,632	6,040	11,920	16,110	49,005	87,460	125,403	25,060
Modo 45	-0,025	-0,013	-0,045	0,430	2,310	9,277	13,740	28,535	39,367	56,767	85,922	128,265	30,378
Modo 46	-0,007	0,040	0,043	1,053	5,183	15,083	26,408	45,085	55,060	76,593	94,798	112,915	36,021
Modo 47	-0,005	0,032	-0,123	0,085	0,427	2,440	3,582	8,320	12,132	27,402	51,000	83,970	15,772
Modo 48	0,015	-0,003	-0,035	0,067	0,677	3,167	5,110	11,032	15,723	35,807	87,995	194,543	29,508
Modo 49	-0,028	0,005	-0,065	0,665	3,792	12,650	24,780	49,222	66,162	117,543	173,423	208,078	54,686
Modo 50	-0,025	0,025	-0,115	0,210	1,023	4,103	6,570	14,388	20,110	41,823	77,835	128,755	24,558

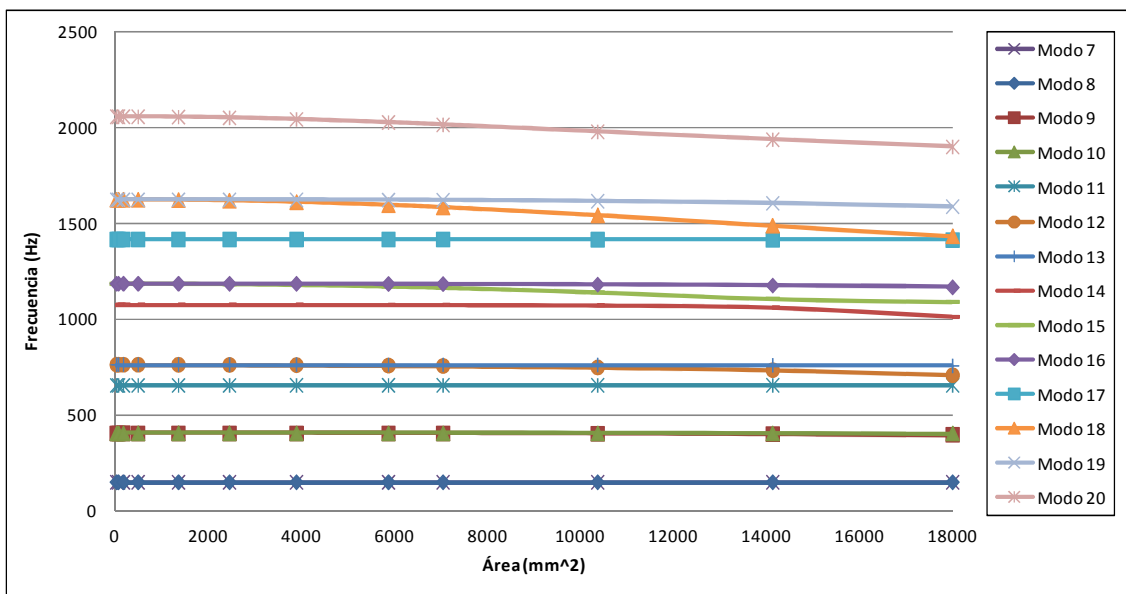
Observamos que los modos donde la media de diferencias unitarias es mayor son el 34, 38, 42 y 49. Por lo tanto, a la vista de esta tabla, podemos concluir que dichos modos van a ser los importantes y relevantes a la hora del estudio de las frecuencias del eje, ya que nos darán los valores más destacados.

### 9.3.4. Relación frecuencia / área de grietas radiales en el eje libre.

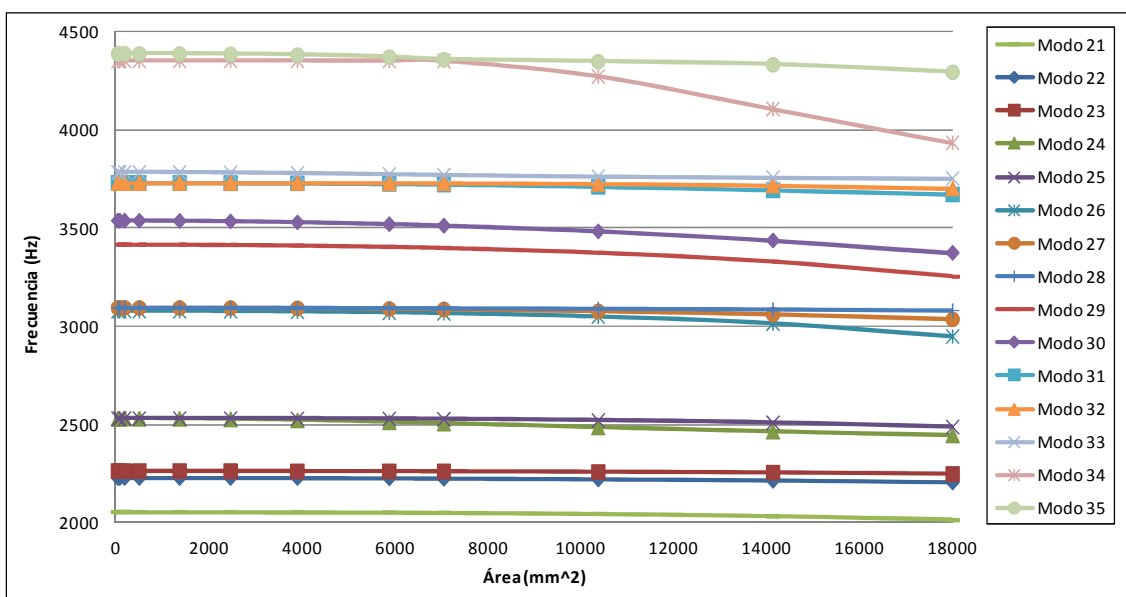
El apartado que mostramos a continuación vamos a relacionar dos factores cruciales en este tipo de estudio como son las áreas de grietas con los valores de frecuencia asociado.

#### 9.3.4.1. Relación frecuencia / área de grieta en la posición A.

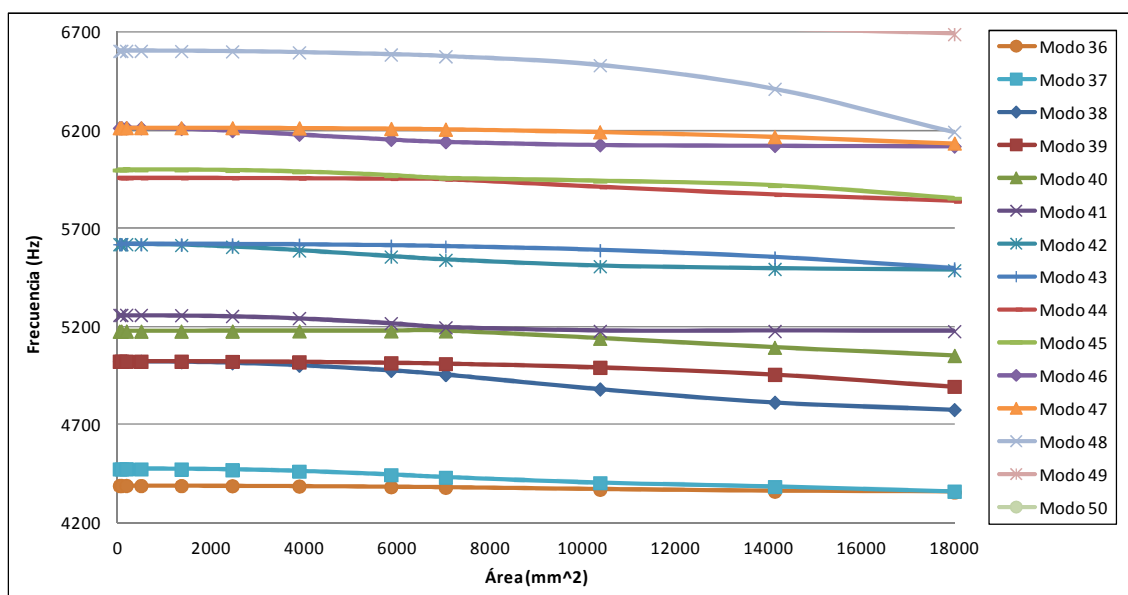
A continuación veremos las gráficas que relacionan lo explicado anteriormente para las grietas en la posición A del eje libre, que en este caso desglosaremos en tres representaciones de 15 modos cada una, teniendo en cuenta de en que los 6 primeros la frecuencia propia sera igual a cero al corresponderse con los grados de libertad del eje:



**Figura 96.** Gráfica frecuencia / área en posición A de los modos 7 al 20.

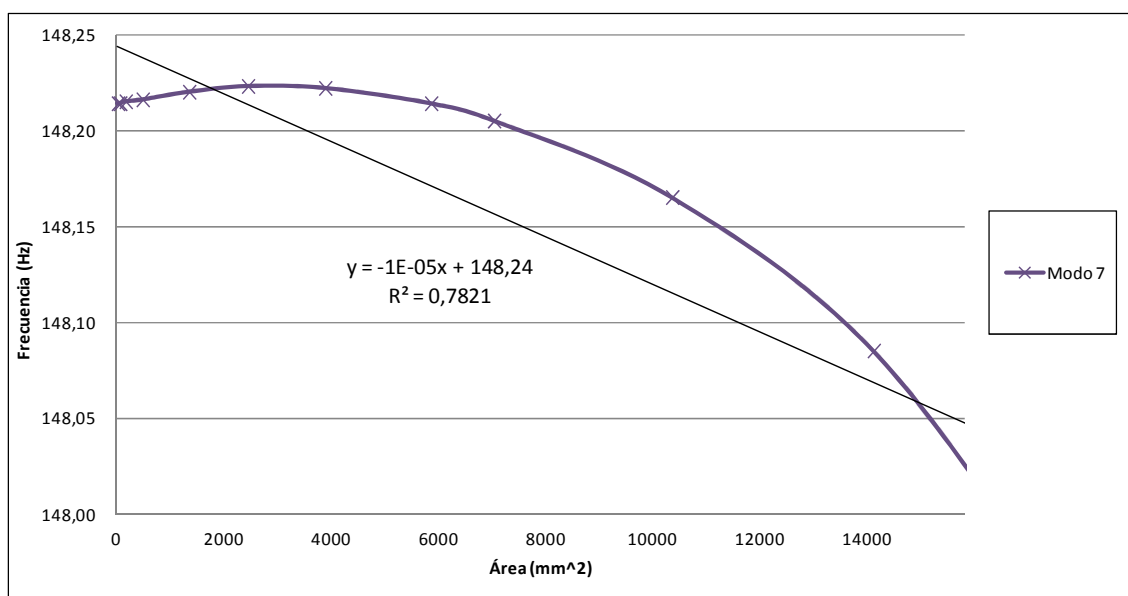


**Figura 97.** Gráfica frecuencia / área en posición A de los modos 21 al 35.



**Figura 98.** Gráfica frecuencia / área en posición A de los modos 36 al 50.

Tras obtener estas Gráficas obtendremos las funciones que definen su línea de tendencia con su ecuación y el valor del R-cuadrado. Mostraremos a modo de ejemplo las líneas de los 2 primeros modos de vibración con valor de frecuencia propia.



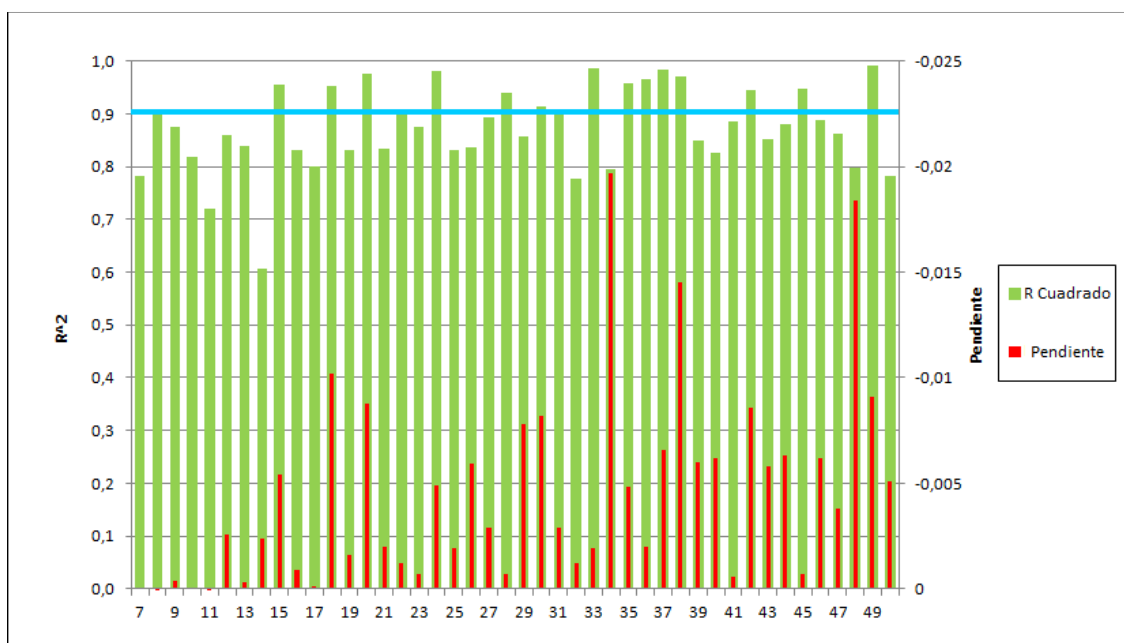
**Figura 99.** Ejemplos en posición A de las líneas de tendencia de los Modo 7 y 8.

Obtenidos de estos primeros modos deberemos realizar la operación sucesivamente hasta cubrir la totalidad de los resultados, representando los valores de R-Cuadrado y de la línea de tendencia en la siguiente tabla:

**Tabla 25.** Función, pendiente y 'R-cuadrado' de cada modo de la posición A.

Posición A			
Modo	Función	Pendiente (Hz/mm <sup>2</sup> )	R-Cuadrado
7	$y = -1E-05x + 148,24$	-0,000001	0,7821
8	$y = 3E-06x + 148,22$	0,0000003	0,9023
9	$y = -0,0004x + 404,11$	-0,0004	0,8757
10	$y = -4E-05x + 403,59$	-0,000004	0,8175
11	$y = 2E-05x + 653,38$	0,000002	0,72
12	$y = -0,0026x + 765,76$	-0,0026	0,8602
13	$y = -0,0003x + 761,86$	-0,0003	0,8388
14	$y = -0,0024x + 1080,6$	-0,0024	0,6063
15	$y = -0,0054x + 1190,3$	-0,0054	0,9546
16	$y = -0,0009x + 1185,3$	-0,0009	0,8318
17	$y = -0,0001x + 1414,5$	-0,0001	0,8014
18	$y = -0,0102x + 1634,6$	-0,0102	0,9536
19	$y = -0,0016x + 1624,7$	-0,0016	0,8302
20	$y = -0,0088x + 2063,9$	-0,0088	0,9752
21	$y = -0,002x + 2058,5$	-0,002	0,834
22	$y = -0,0012x + 2229,9$	-0,0012	0,9033
23	$y = -0,0007x + 2263,9$	-0,0007	0,8755
24	$y = -0,0048x + 2534,4$	-0,0049	0,981
25	$y = -0,0019x + 2533,6$	-0,0019	0,8313
26	$y = -0,0059x + 3089,2$	-0,0059	0,836
27	$y = -0,0029x + 3099$	-0,0029	0,8929
28	$y = -0,0007x + 3095,2$	-0,0007	0,9392
29	$y = -0,0078x + 3431,3$	-0,0078	0,8575
30	$y = -0,0082x + 3551,3$	-0,0082	0,915
31	$y = -0,0029x + 3735,8$	-0,0029	0,8993
32	$y = -0,0012x + 3733,7$	-0,0012	0,7775
33	$y = -0,0019x + 3785,3$	-0,0019	0,9874
34	$y = -0,0197x + 4395,9$	-0,0197	0,7949
35	$y = -0,0048x + 4394,1$	-0,0048	0,9576
36	$y = -0,002x + 4391$	-0,002	0,966
37	$y = -0,0066x + 4478,7$	-0,0066	0,9845
38	$y = -0,0145x + 5037,4$	-0,0145	0,9698
39	$y = -0,006x + 5033,4$	-0,006	0,8493
40	$y = -0,0062x + 5188,8$	-0,0062	0,827
41	$y = -0,0057x + 5257,4$	-0,00057	0,8866
42	$y = -0,0086x + 5617,5$	-0,0086	0,9461
43	$y = -0,0058x + 5629,7$	-0,0058	0,8518
44	$y = -0,0063x + 5968,2$	-0,0063	0,8801
45	$y = -0,0072x + 6005$	-0,00072	0,9473
46	$y = -0,0062x + 6207,2$	-0,0062	0,8889
47	$y = -0,0038x + 6219,2$	-0,0038	0,8613
48	$y = -0,0184x + 6640,3$	-0,0184	0,799
49	$y = -0,0091x + 6846,2$	-0,0091	0,9903
50	$y = -0,0051x + 6853,3$	-0,0051	0,7823

Con los valores de la tabla ya somos capaces de construir una gráfica en la que vemos exactamente cuáles van a ser los modos más fiables a la hora de estudiar si el eje va a presentar fallo o no y aproximar el tamaño del fallo en caso de que lo tenga. El valor de R-cuadrado nos ofrece la fiabilidad de las funciones de las líneas de tendencia y la pendiente refleja la tendencia y variación de las frecuencias respecto al área de la grieta:



**Figura 100.** Gráfica representativa de Pendiente y R-cuadrado para posición A.

Hemos delimitado la gráfica con una línea azul para quedarnos con los modos que presentan un R-cuadrado mayor de 0,9, que van a ser los que consideraremos fiables para la relación frecuencia/área. Tenemos, por tanto, dieciséis modos con una fiabilidad de más del 90%, en el que podremos saber si el eje se encuentra fisurado o no. Los modos son: el 8, 15, 18, 20, 22, 24, 28, 30, 33, 35, 36, 37, 38, 42, 45 y 49. Además, según las frecuencias que obtengamos, utilizando las funciones de la anterior tabla es posible conocer cuál es el tamaño aproximado de la grieta que está sufriendo el eje en ese momento.

### 9.3.4.2. Relación frecuencia / área de grieta en la posición B.

A continuación repetiremos el procedimiento con las grietas en la posición B, en primer lugar obteniendo las pertinentes Gráficas de frecuencia con respecto al área de la grieta:

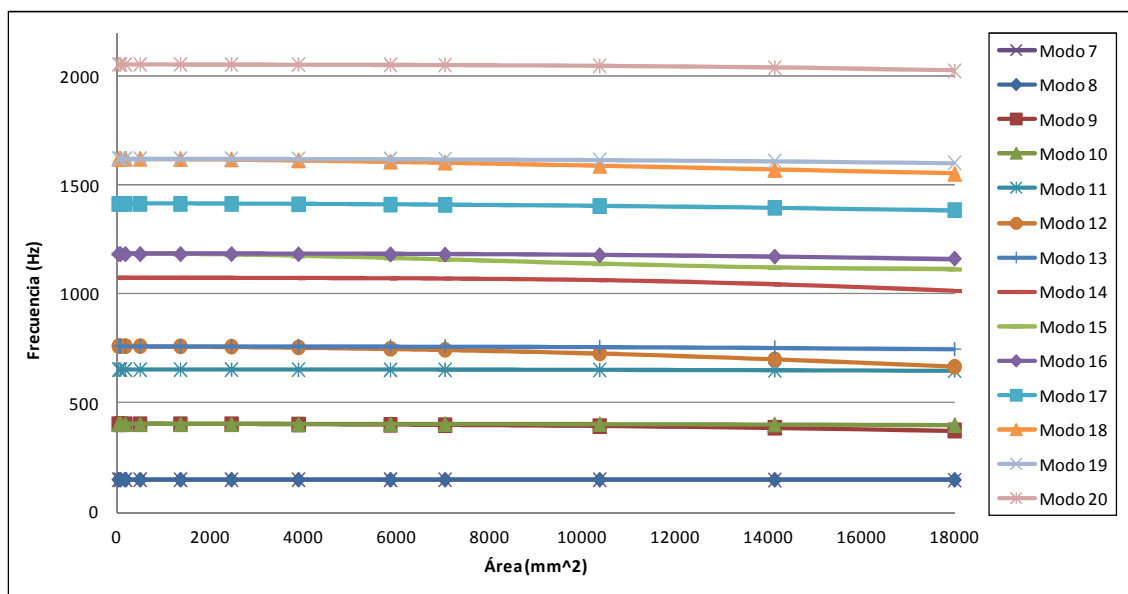


Figura 101. Gráfica frecuencia / área en posición B de los modos 7 al 20.

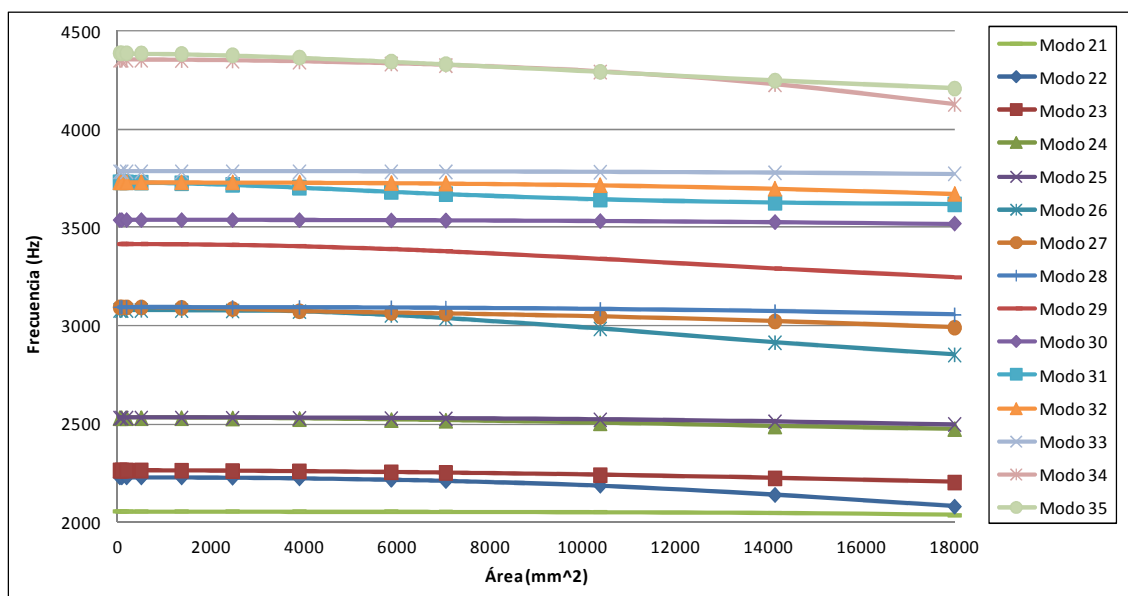
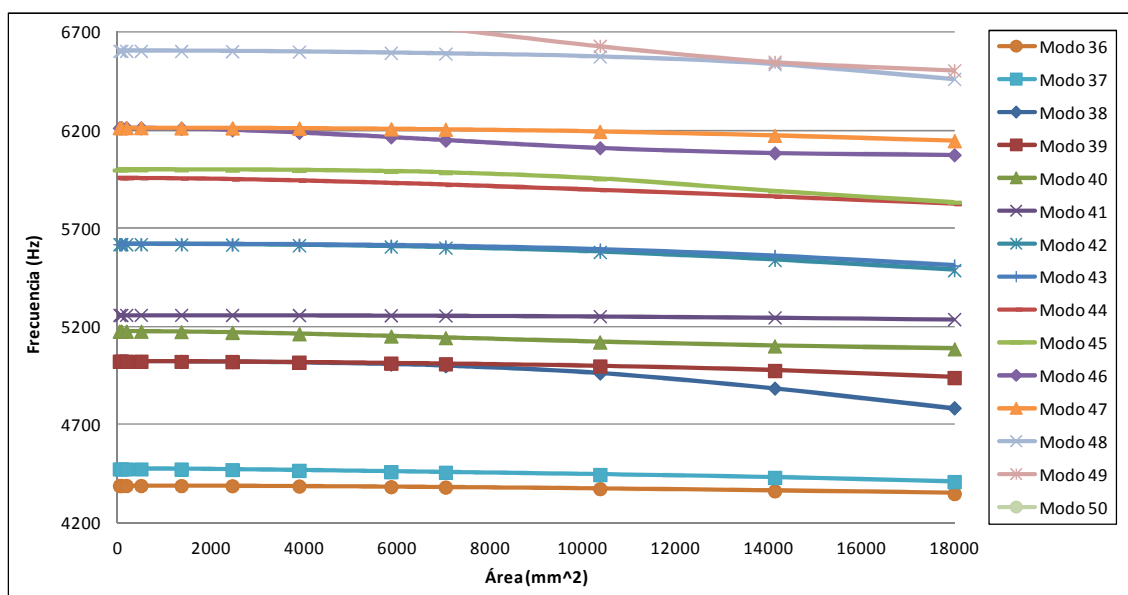


Figura 102. Gráfica frecuencia / área en posición B de los modos 21 al 35.



**Figura 103.** Gráfica frecuencia / área en posición B de los modos 36 al 50.

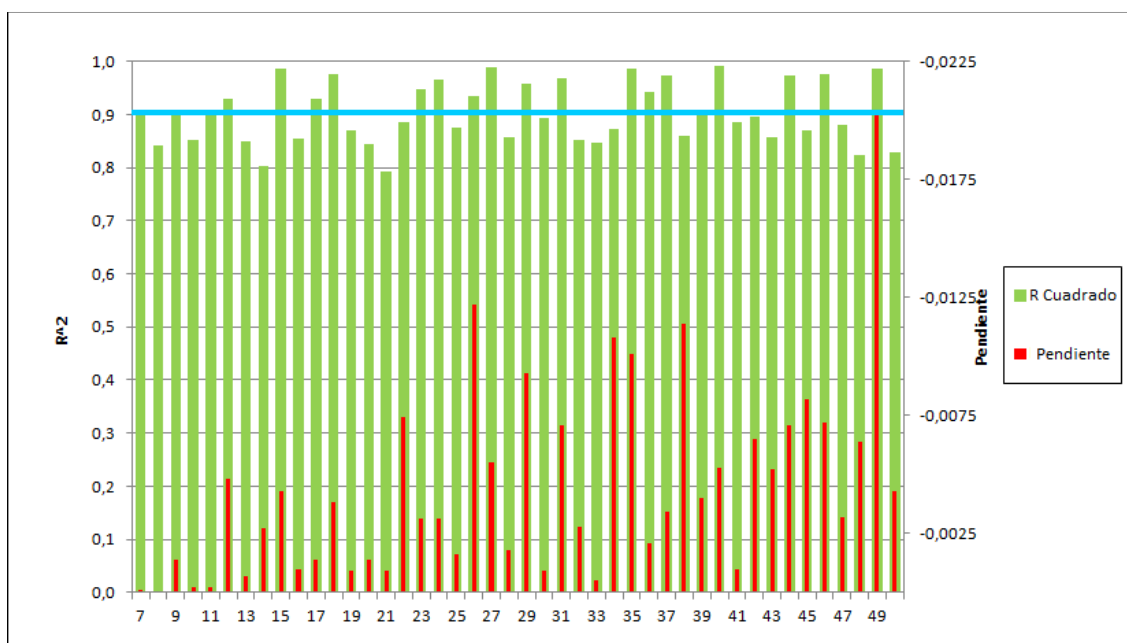
Como en el caso de la posición A, tras obtener estas Gráficas obtendremos las funciones que definen su línea de tendencia con su ecuación y los valores del R-cuadrado, resultados que se presentan a modo de tabla en la siguiente página:



**Tabla 26.** Función, pendiente y 'R-cuadrado' de cada modo de la posición B.

Posición B			
Modo	Funcion	Pendiente (Hz/mm <sup>2</sup> )	R-Cuadrado
7	$y = -0,0001x + 148,39$	-0,0001	0,9
8	$y = -2E-05x + 148,25$	-0,000002	0,843
9	$y = -0,0014x + 405,69$	-0,0014	0,9038
10	$y = -0,0002x + 403,88$	-0,0002	0,8519
11	$y = -0,0002x + 653,64$	-0,0002	0,9028
12	$y = -0,0048x + 768,01$	-0,0048	0,93
13	$y = -0,0007x + 762,57$	-0,0007	0,8493
14	$y = -0,0027x + 1080,2$	-0,0027	0,8037
15	$y = -0,0043x + 1186,1$	-0,0043	0,9854
16	$y = -0,001x + 1185,4$	-0,001	0,8536
17	$y = -0,0014x + 1416,2$	-0,0014	0,9291
18	$y = -0,0038x + 1625,2$	-0,0038	0,9768
19	$y = -0,0009x + 1623,1$	-0,0009	0,8698
20	$y = -0,0014x + 2057$	-0,0014	0,8444
21	$y = -0,0009x + 2056,3$	-0,0009	0,7938
22	$y = -0,0074x + 2240,4$	-0,0074	0,8868
23	$y = -0,0031x + 2266,6$	-0,0031	0,9465
24	$y = -0,0031x + 2533,2$	-0,0031	0,9668
25	$y = -0,0016x + 2532,4$	-0,0016	0,8742
26	$y = -0,0122x + 3096,3$	-0,0122	0,9357
27	$y = -0,0055x + 3097,1$	-0,0055	0,9882
28	$y = -0,0018x + 3097,6$	-0,0018	0,8584
29	$y = -0,0093x + 3429$	-0,0093	0,9569
30	$y = -0,0009x + 3540,4$	-0,0009	0,8943
31	$y = -0,0071x + 3730,4$	-0,0071	0,9679
32	$y = -0,0028x + 3736,2$	-0,0028	0,8523
33	$y = -0,0005x + 3785,5$	-0,0005	0,8481
34	$y = -0,0108x + 4370,8$	-0,0108	0,8739
35	$y = -0,0101x + 4396,9$	-0,0101	0,9875
36	$y = -0,0021x + 4391,7$	-0,0021	0,9428
37	$y = -0,0034x + 4476,6$	-0,0034	0,9746
38	$y = -0,0114x + 5042,9$	-0,0114	0,8606
39	$y = -0,004x + 5028,3$	-0,004	0,9008
40	$y = -0,0053x + 5178,5$	-0,0053	0,9916
41	$y = -0,001x + 5260$	-0,001	0,8867
42	$y = -0,0065x + 5629,3$	-0,0065	0,895
43	$y = -0,0052x + 5628,3$	-0,0052	0,856
44	$y = -0,0071x + 5963,8$	-0,0071	0,9735
45	$y = -0,0082x + 6012,1$	-0,0082	0,871
46	$y = -0,0087x + 6215,1$	-0,0072	0,9762
47	$y = -0,0032x + 6217,5$	-0,0032	0,8816
48	$y = -0,0064x + 6615,5$	-0,0064	0,8243
49	$y = -0,0202x + 6855,8$	-0,0202	0,9852
50	$y = -0,0043x + 6850,8$	-0,0043	0,8284

Con los valores de la tabla 27 ya somos capaces de construir una gráfica en la que vemos exactamente cuáles van a ser los modos más fiables a la hora de estudiar si el eje va a presentar fallo o no, pudiendo aproximar el tamaño del fallo en caso de que lo tenga. El valor de R-cuadrado nos ofrece la fiabilidad de las funciones de líneas de tendencia y la pendiente refleja la tendencia y variación de las frecuencias respecto al área de la grieta:

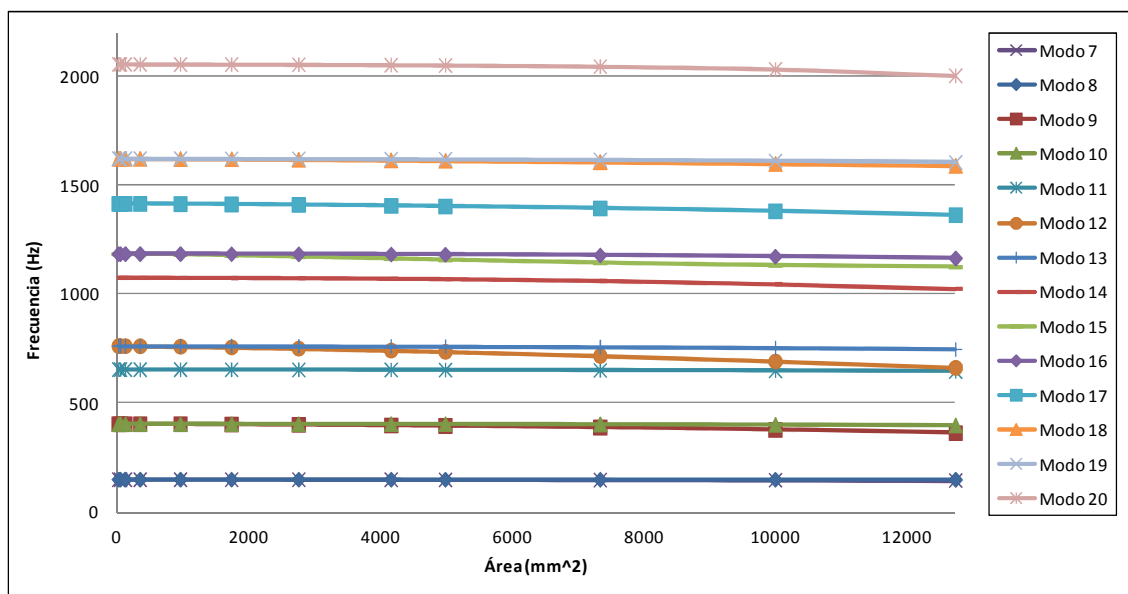


**Figura 104.** Gráfica representativa de Pendiente y R-cuadrado para posición B.

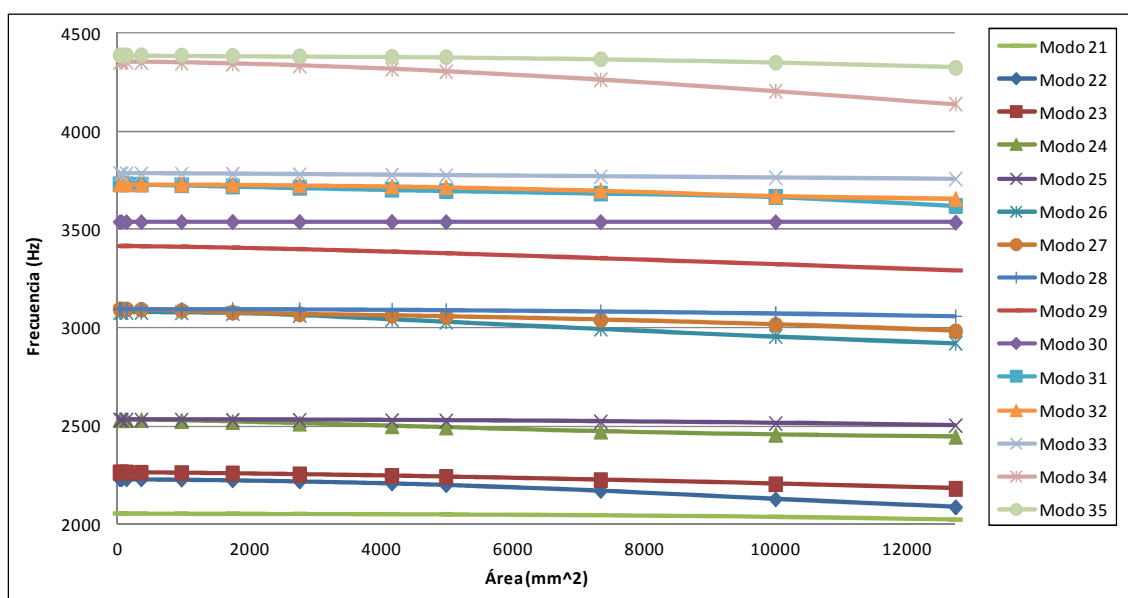
Hemos delimitado la gráfica con una línea azul para quedarnos con los modos que presentan un R-cuadrado mayor de 0,9, que van a ser los que consideraremos fiables para la relación frecuencia/área. Tenemos, por tanto, veintiún modos con una fiabilidad de más del 90%, en el que podremos saber si el eje se encuentra fisurado o no. Los modos son: el 7, 9, 11, 12, 15, 17, 18, 23, 24, 26, 27, 29, 31, 35, 36, 37, 39, 40, 44, 46 y 49. Como en el caso de A, con las frecuencias obtenidas y mediante las funciones de la anterior tabla sería posible conocer cuál es el tamaño aproximado de la grieta que está sufriendo el eje en ese momento.

### 9.3.4.3. Relación frecuencia / área de grieta en la posición C.

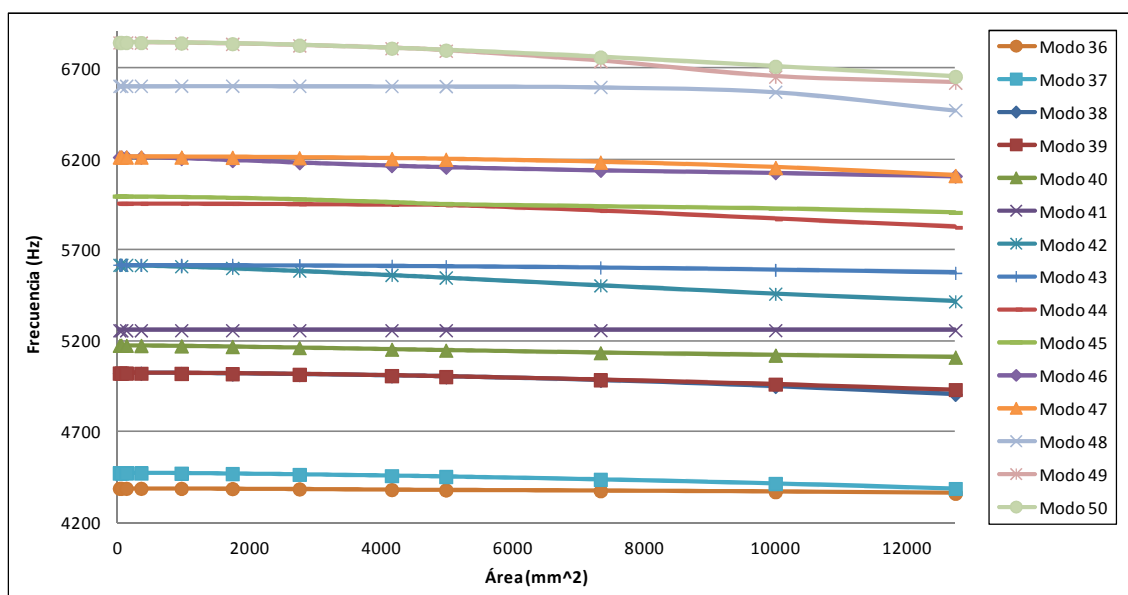
A continuación repetiremos el procedimiento con las grietas en la posición C, creando en primer lugar las representaciones Gráficas de frecuencia con respecto al área de la grieta:



**Figura 105.** Gráfica frecuencia / área en posición C de los modos 7 al 20.



**Figura 106.** Gráfica frecuencia / área en posición C de los modos 21 al 35.



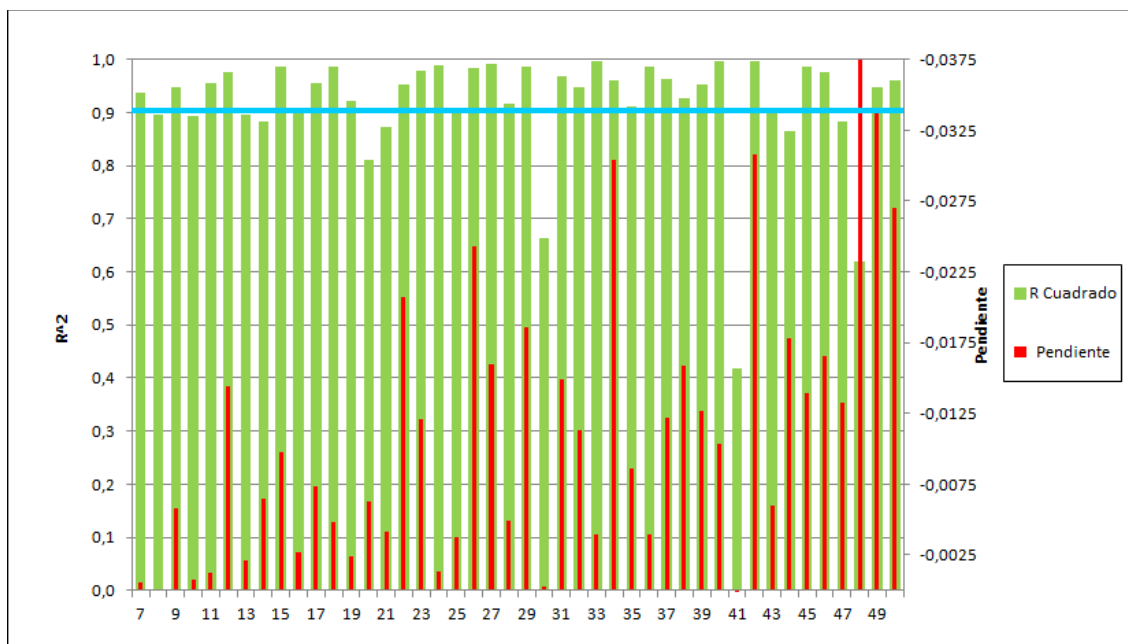
**Figura 107.** Gráfica frecuencia / área en posición C de los modos 36 al 50.

Como en el caso de las posiciones anteriores, tras obtener las representaciones Gráficas de su relación frecuencia / área de la grieta, obtendremos las funciones que definen su línea de tendencia con la ecuación y los respectivos valores del R-cuadrado, que se presentarán a continuación modo de tabla:

**Tabla 27.** Función, pendiente y 'R-cuadrado' de cada modo de la posición C.

Posición C			
Modo	Función	Pendiente (Hz/mm <sup>2</sup> )	R-Cuadrado
7	$y = -0,0006x + 148,46$	-0,0006	0,9376
8	$y = -8E-05x + 148,26$	-0,000008	0,8955
9	$y = -0,0058x + 405,94$	-0,0058	0,9479
10	$y = -0,0008x + 403,95$	-0,0008	0,8935
11	$y = -0,0012x + 653,79$	-0,0012	0,9559
12	$y = -0,0144x + 766,09$	-0,0144	0,976
13	$y = -0,0021x + 762,57$	-0,0021	0,8951
14	$y = -0,0065x + 1078,6$	-0,0065	0,8828
15	$y = -0,0098x + 1183,6$	-0,0098	0,9875
16	$y = -0,0027x + 1185,2$	-0,0027	0,8999
17	$y = -0,0073x + 1417,1$	-0,0073	0,9555
18	$y = -0,0048x + 1622,7$	-0,0048	0,9873
19	$y = -0,0024x + 1622,7$	-0,0024	0,9214
20	$y = -0,0063x + 2058,8$	-0,0063	0,811
21	$y = -0,0041x + 2057$	-0,0041	0,8738
22	$y = -0,0207x + 2237,4$	-0,0207	0,9518
23	$y = -0,0121x + 2266,5$	-0,0121	0,9789
24	$y = -0,0138x + 2530$	-0,00138	0,9895
25	$y = -0,0038x + 2531,9$	-0,0038	0,9042
26	$y = -0,0243x + 3086,5$	-0,0243	0,983
27	$y = -0,016x + 3094,9$	-0,016	0,9908
28	$y = -0,0049x + 3096,9$	-0,0049	0,9156
29	$y = -0,0186x + 3422,8$	-0,0186	0,986
30	$y = -0,0003x + 3539,3$	-0,0003	0,664
31	$y = -0,0149x + 3733,7$	-0,0149	0,9685
32	$y = -0,0113x + 3736,3$	-0,0113	0,9471
33	$y = -0,004x + 3785,4$	-0,004	0,9958
34	$y = -0,0304x + 4365,4$	-0,0304	0,961
35	$y = -0,0086x + 4393,1$	-0,0086	0,9108
36	$y = -0,004x + 4389,9$	-0,004	0,9871
37	$y = -0,0122x + 4478,2$	-0,0122	0,9634
38	$y = -0,0159x + 5030,3$	-0,0159	0,9261
39	$y = -0,0127x + 5028,1$	-0,0127	0,9524
40	$y = -0,0103x + 5176,5$	-0,0103	0,9966
41	$y = 0,0001x + 5258,4$	0,0001	0,4171
42	$y = -0,0308x + 5624,3$	-0,0308	0,9959
43	$y = -0,006x + 5622,2$	-0,006	0,908
44	$y = -0,0178x + 5968,7$	-0,0178	0,8653
45	$y = -0,0139x + 5998$	-0,0139	0,9874
46	$y = -0,0165x + 6208,5$	-0,0165	0,9748
47	$y = -0,0133x + 6220$	-0,0133	0,8828
48	$y = -0,0137x + 6616,2$	-0,137	0,6208
49	$y = -0,0341x + 6857,7$	-0,0341	0,9471
50	$y = -0,027x + 6853,8$	-0,027	0,9612

Con los valores de la tabla 28 ya somos capaces de construir una gráfica en la que vemos exactamente cuáles serán los modos de vibración más fiables a la hora de estudiar si el eje va a presentar fallo o no, pudiendo aproximar el tamaño del fallo en caso de que lo tenga. El valor de R-cuadrado nos ofrece la fiabilidad con las funciones de líneas de tendencia mientras que la pendiente refleja la tendencia y variación de las frecuencias respecto al área de la grieta:

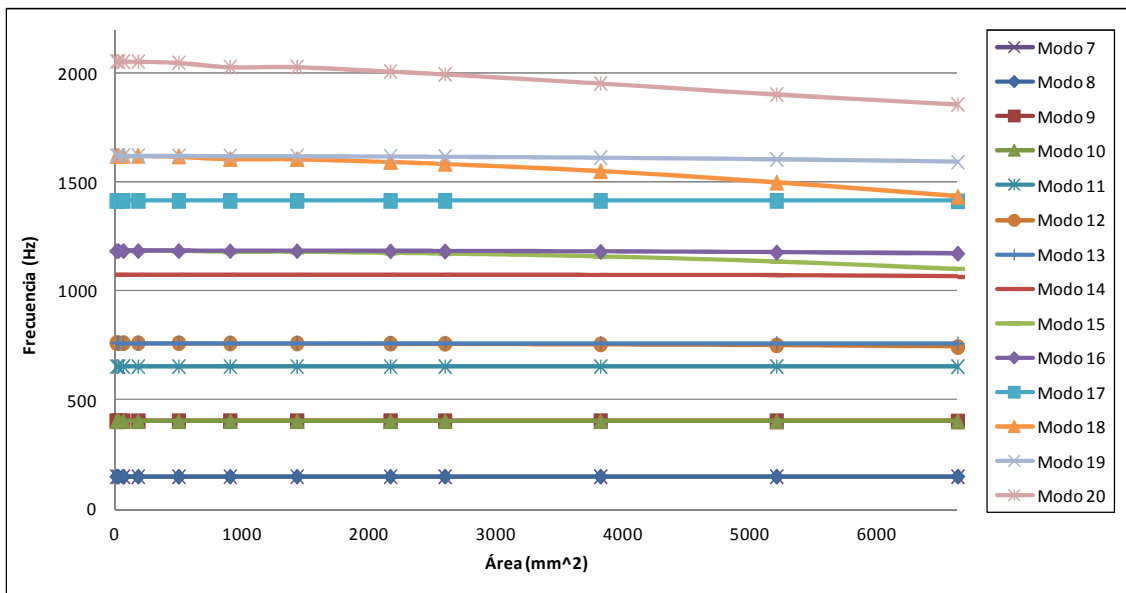


**Figura 108.** Gráfica representativa de Pendiente y R-cuadrado para posición C.

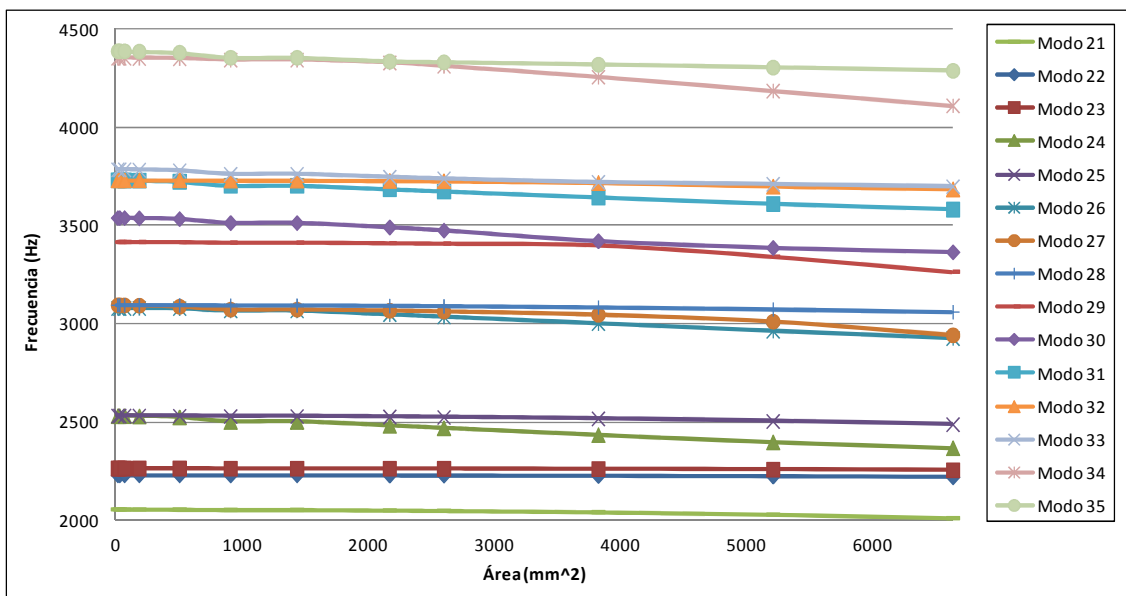
Hemos delimitado la gráfica con una línea azul para quedarnos con los modos que presentan un R-cuadrado mayor de 0,9, que van a ser los que consideraremos fiables para la relación frecuencia/área. Tenemos, por tanto, treinta y dos modos con una fiabilidad de más del 90%, en el que podremos saber si el eje se encuentra fisurado o no, siendo, los modos en los que la fiabilidad está por encima del 90% los siguiente: el 7, 9, 11, 12, 15, 17, 18, 19, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 42, 43, 45, 46, 49 y 50. Como en los casos anteriores, mediante las frecuencias obtenidas y con las funciones de la anterior tabla sería posible conocer cuál es el tamaño aproximado de la grieta que está sufriendo el eje en un determinado momento.

#### 9.3.4.4. Relación frecuencia / área de grieta en la posición D.

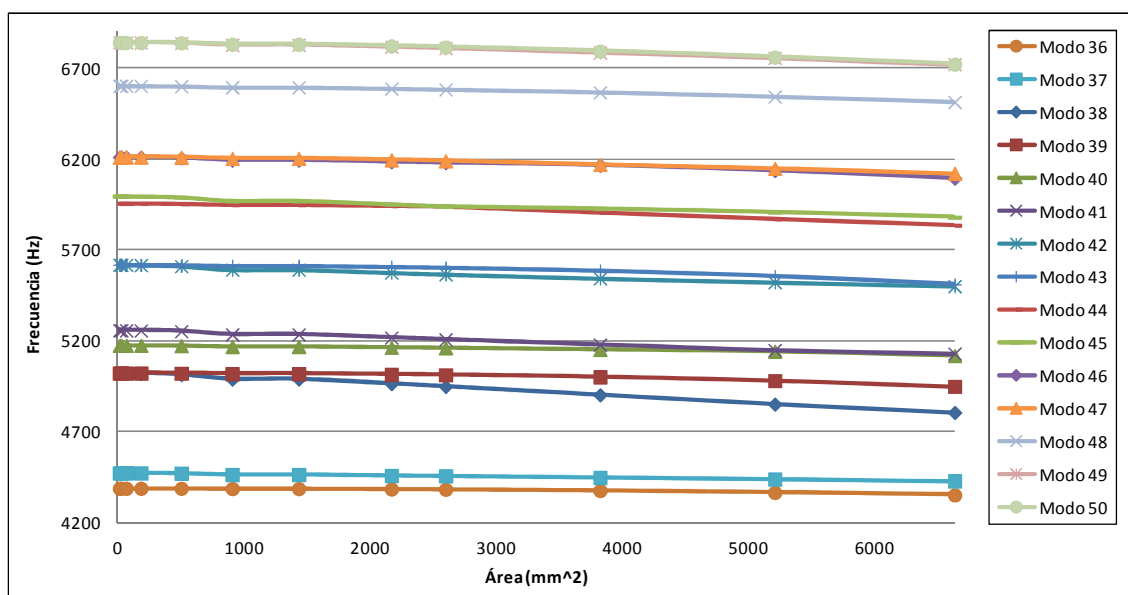
A continuación repetiremos el procedimiento con las grietas en la posición D, creando en primer lugar las representaciones Gráficas de frecuencia con respecto al área de la grieta:



**Figura 109.** Gráfica frecuencia / área en posición D de los modos 7 al 20.



**Figura 110.** Gráfica frecuencia / área en posición D de los modos 21 al 35.



**Figura 111.** Gráfica frecuencia / área en posición D de los modos 36 al 50.

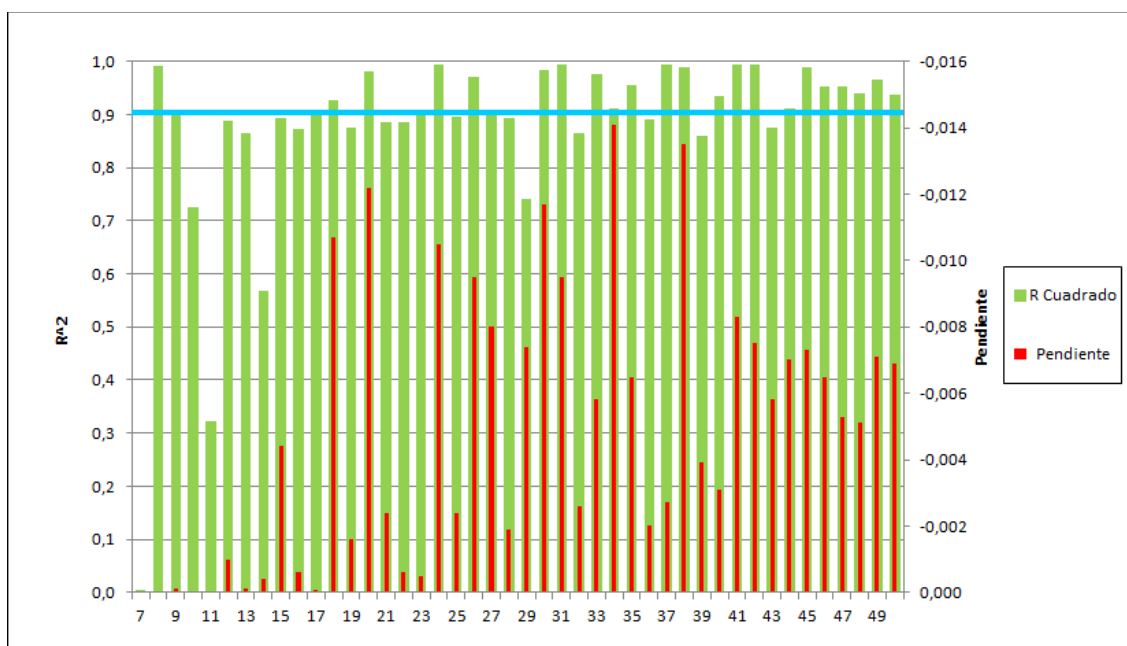
Como en el caso de las posiciones anteriores, tras obtener las representaciones Gráficas de su relación frecuencia / área de la grieta, obtendremos las funciones que definen su línea de tendencia con la ecuación y los respectivos valores del R-cuadrado, que se presentarán a continuación modo de tabla:



**Tabla 28.** Función, pendiente y 'R-cuadrado' de cada modo de la posición D.

Posición D			
Modo	Función	Pendiente (Hz/mm <sup>2</sup> )	R-Cuadrado
7	$y = -8E-08x + 148,22$	-8E-08	0,0039
8	$y = 4E-06x + 148,22$	-0,000004	0,9913
9	$y = -0,0001x + 403,62$	-0,0001	0,9022
10	$y = -1E-05x + 403,52$	-0,00001	0,7248
11	$y = -2E-06x + 653,32$	-0,000002	0,3219
12	$y = -0,001x + 762,54$	-0,001	0,8882
13	$y = -0,0001x + 761,55$	-0,0001	0,8654
14	$y = -0,0004x + 1075,5$	-0,0004	0,5677
15	$y = -0,0044x + 1189,2$	-0,0044	0,8929
16	$y = -0,0006x + 1184,5$	-0,0006	0,8717
17	$y = -7E-05x + 1414,3$	-0,00007	0,9053
18	$y = -0,0107x + 1633,3$	-0,0107	0,9273
19	$y = -0,0016x + 1623,8$	-0,0016	0,8742
20	$y = -0,0122x + 2062,6$	-0,0122	0,98
21	$y = -0,0024x + 2058$	-0,0024	0,8853
22	$y = -0,0006x + 2228,8$	-0,0006	0,885
23	$y = -0,0005x + 2263,3$	-0,0005	0,905
24	$y = -0,0105x + 2532,8$	-0,0105	0,9943
25	$y = -0,0024x + 2533,1$	-0,0024	0,8956
26	$y = -0,0095x + 3087,4$	-0,0095	0,9702
27	$y = -0,008x + 3099,9$	-0,008	0,8987
28	$y = -0,0019x + 3096,9$	-0,0019	0,8928
29	$y = -0,0074x + 3431,4$	-0,0074	0,74
30	$y = -0,0117x + 3544,7$	-0,0117	0,9841
31	$y = -0,0095x + 3733,4$	-0,0095	0,9948
32	$y = -0,0026x + 3735,1$	-0,0026	0,864
33	$y = -0,0058x + 3782,5$	-0,0058	0,9762
34	$y = -0,0141x + 4372,4$	-0,0141	0,9117
35	$y = -0,0065x + 4384,1$	-0,0065	0,956
36	$y = -0,002x + 4391,8$	-0,002	0,8908
37	$y = -0,0027x + 4474$	-0,0027	0,9929
38	$y = -0,0135x + 5029$	-0,0135	0,9891
39	$y = -0,0039x + 5028,3$	-0,0039	0,861
40	$y = -0,0031x + 5178,4$	-0,0031	0,9352
41	$y = -0,0083x + 5261$	-0,0083	0,9934
42	$y = -0,0075x + 5618,3$	-0,0075	0,9938
43	$y = -0,0058x + 5627,1$	-0,0058	0,8742
44	$y = -0,007x + 5965,9$	-0,007	0,9104
45	$y = -0,0073x + 5996,3$	-0,0073	0,9886
46	$y = -0,0065x + 6215,6$	-0,0065	0,9524
47	$y = -0,0053x + 6217,3$	-0,0053	0,9534
48	$y = -0,0051x + 6608,8$	-0,0051	0,9411
49	$y = -0,0071x + 6848,2$	-0,0071	0,9657
50	$y = -0,0069x + 6849,9$	-0,0069	0,9365

Con los valores de la tabla 29 ya somos capaces de construir una gráfica en la que vemos exactamente cuáles serán los modos de vibración más fiables a la hora de estudiar si el eje va a presentar fallo o no, pudiendo aproximar el tamaño del fallo en caso de que lo tenga. El valor de R-cuadrado nos ofrece la fiabilidad con las funciones de líneas de tendencia mientras que la pendiente refleja la tendencia y variación de las frecuencias respecto al área de la grieta:



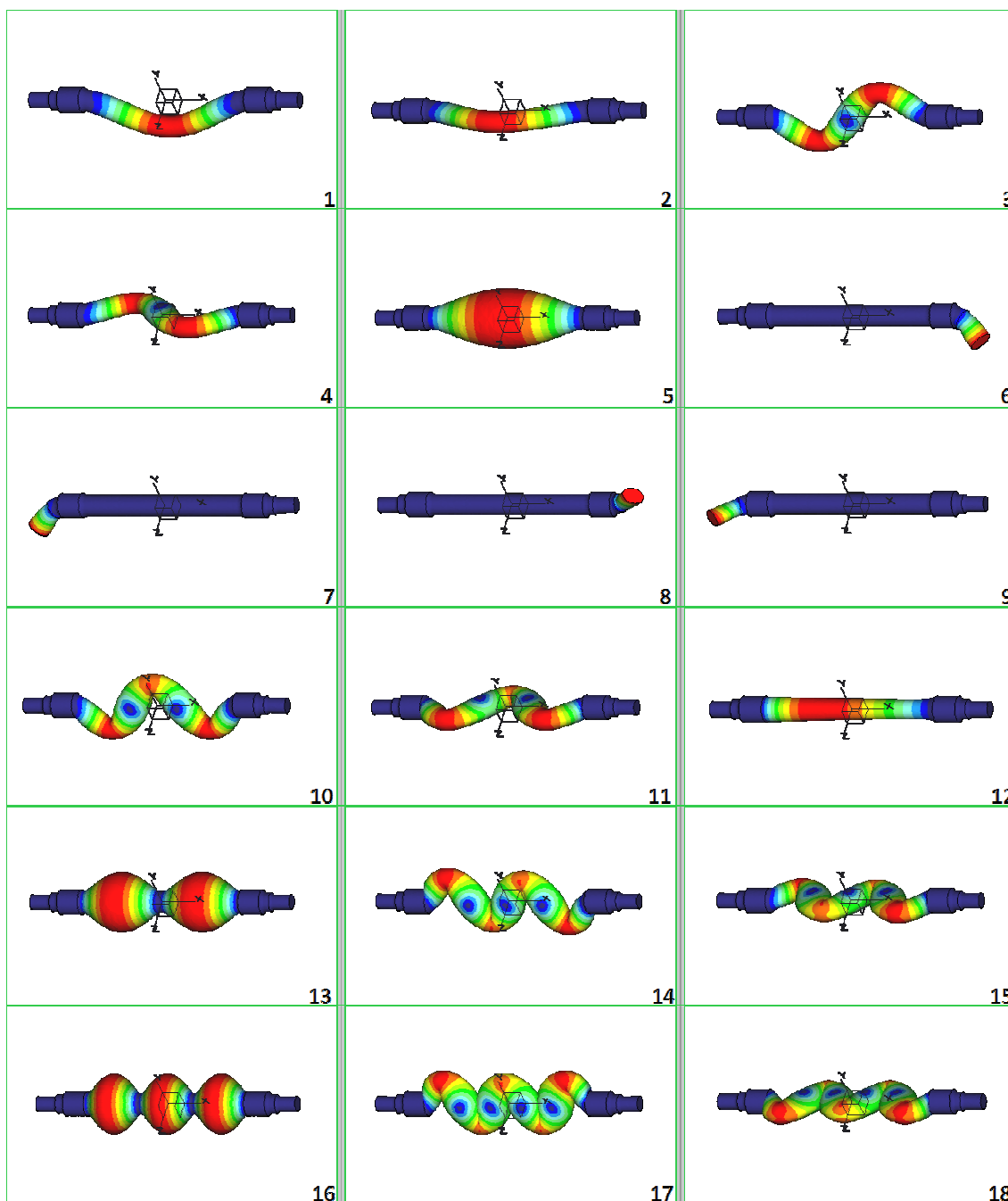
**Figura 112.** Gráfica representativa de Pendiente y R-cuadrado para posición D.

Hemos delimitado la gráfica con una línea azul para quedarnos con los modos que presentan un R-cuadrado mayor de 0,9, que van a ser los que consideraremos fiables para la relación frecuencia/área. Tenemos, por tanto, veinticinco modos con una fiabilidad de más del 90%, en el que podremos saber si el eje se encuentra fisurado o no. Los modos son: el 8, 9, 17, 18, 20, 23, 24, 26, 30, 31, 33, 34, 35, 37, 38, 40, 41, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50. Como en los casos anteriores, mediante las frecuencias obtenidas y con las funciones de la anterior tabla sería posible conocer cuál es el tamaño aproximado de la grieta que está sufriendo el eje en un determinado momento.

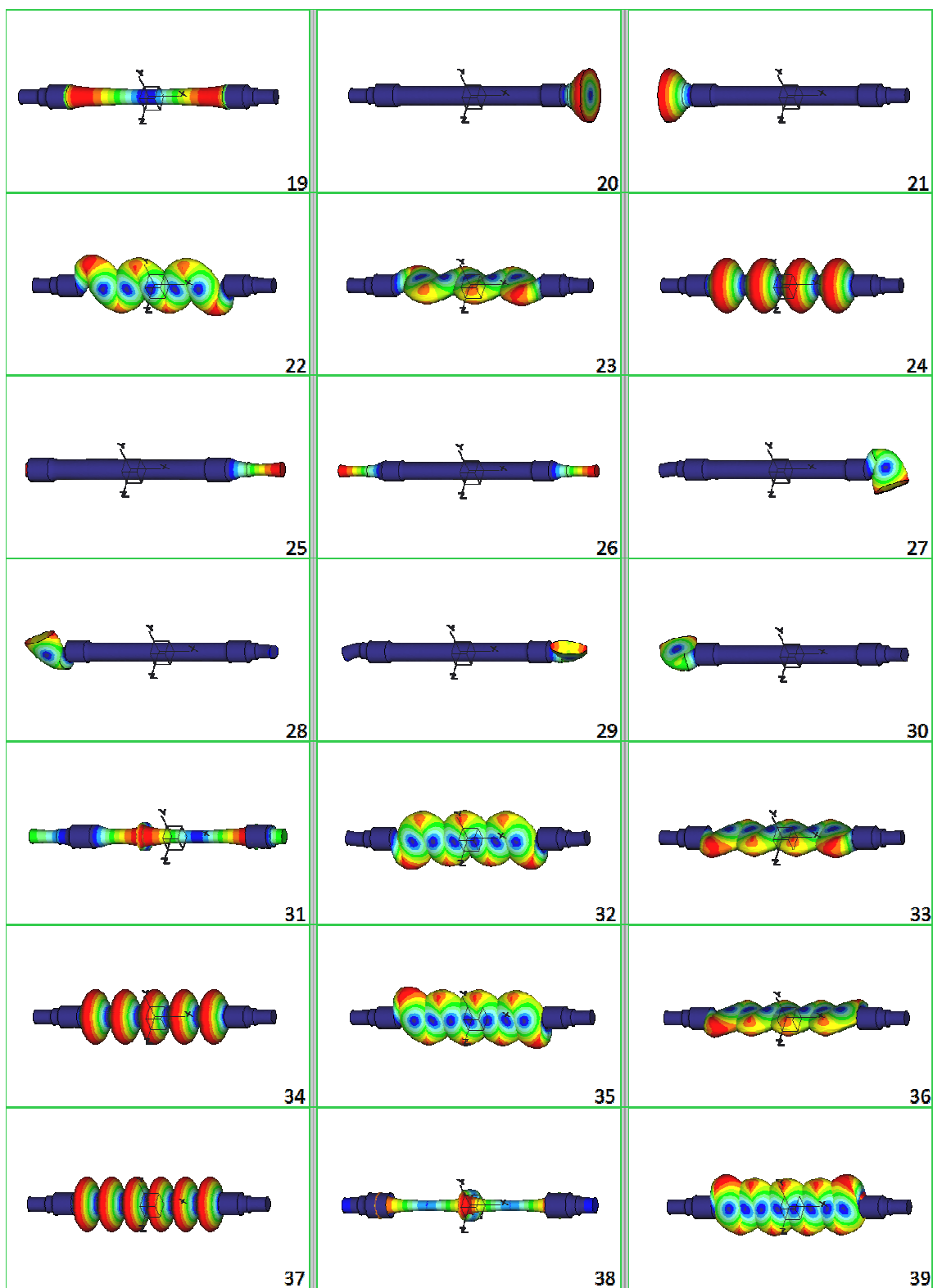
#### 9.4. RESULTADOS DE GRIETAS RADIALES EN EL EJE RESTRINGIDO.

Tal y como en el apartado 9.3 exponíamos la totalidad de los resultados obtenidos para el caso de eje libre, en este siguiente apartado visualizaremos los respectivos resultados que se han obtenido para los cuatro casos de grietas radiales con el programa de PTC Creo Simulate sobre el eje con restricciones.

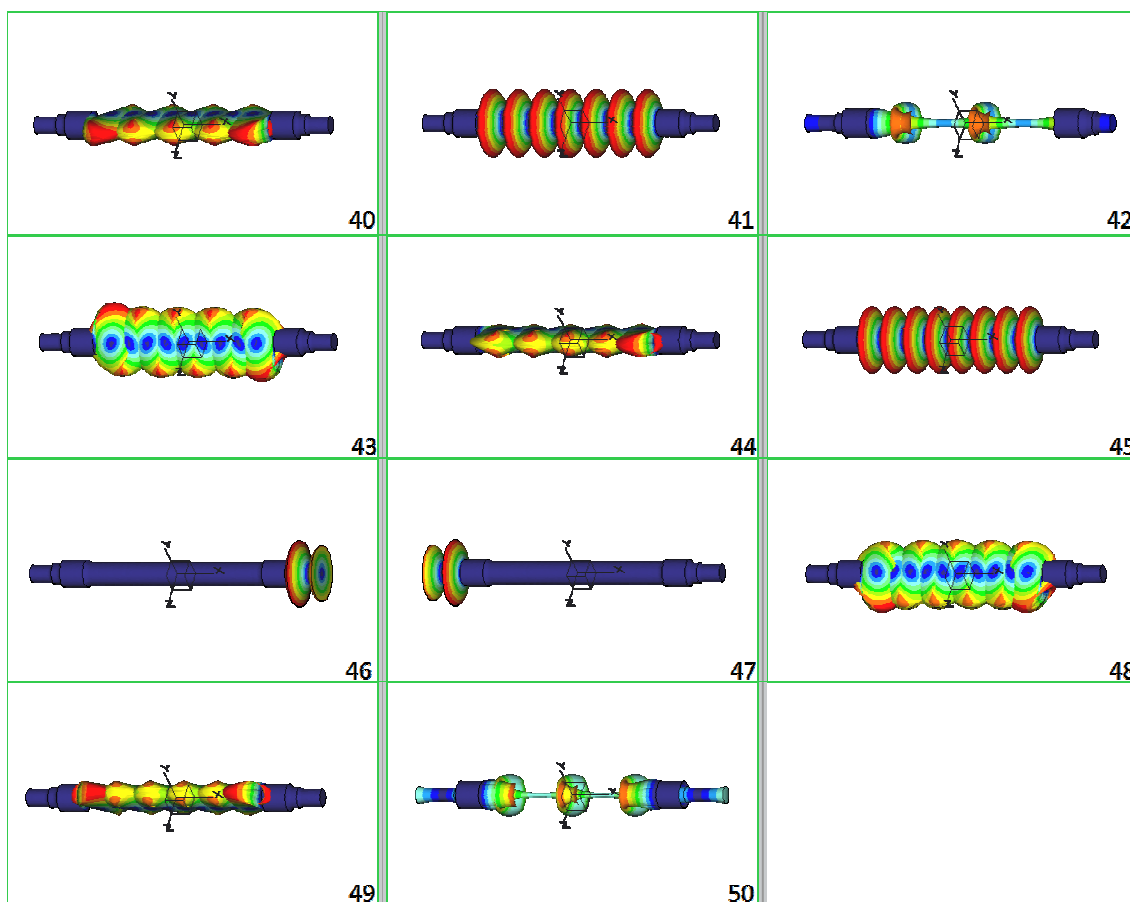
A continuación se muestra unas figuras que representan el movimiento de los modos de vibración estudiados del eje restringido:



**Figura 113.** Representación de los modos (1-18) de vibración del eje restringido.



**Figura 114.** Representación de los modos (19-39) de vibración del eje restringido.



**Figura 115.** Representación de los modos (40-50) de vibración del eje restringido.

Antes de presentar los resultados y fijándonos en las anteriores figuras, vamos a ser capaces de comprender por qué algunos de los valores de frecuencias que vamos a obtener son en algunos casos muy similares para modos consecutivos, debiéndose a que se trata de iguales movimientos pero respecto a ejes de coordenadas distintos.

#### **9.4.1. Resultados globales de frecuencias para eje restringido.**

El primer conjunto de tablas a presentar van a ser las frecuencias obtenidas para cada modo y posición de grieta, incluyendo una columna con las frecuencias del análisis del eje nuevo para comparar y dos filas extras con valores de tiempo en segundo que el programa necesitó para los análisis, siendo Tiempo 1 el tiempo total transcurrido en el análisis y el Tiempo 2 el de cálculo de CPU. Por cuestiones de espacio en el documento, presentaremos las tablas de manera consecutiva, extrayendo las conclusiones al final de cada apartado.

**Tabla 29. Frecuencias propias (Hz) para eje restringido con grietas en posición A.**

	POSICIÓN A													
	NUEVO	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%	
Modo 1	327,53	327,51	327,54	327,46	327,53	327,53	327,52	327,51	327,54	327,51	327,52	327,51	327,52	
Modo 2	327,55	327,53	327,56	327,48	327,53	327,54	327,54	327,53	327,59	327,53	327,54	327,55	327,54	
Modo 3	845,22	845,16	845,22	845,03	845,20	845,20	845,17	845,16	845,24	845,15	845,17	845,16	845,18	
Modo 4	845,27	845,22	845,30	845,07	845,22	845,25	845,23	845,20	845,36	845,20	845,22	845,27	845,23	
Modo 5	1053,83	1053,82	1053,84	1053,67	1053,82	1053,85	1053,83	1053,81	1053,88	1053,79	1053,84	1053,83	1053,83	
Modo 6	1407,44	1407,48	1407,61	1407,15	1406,80	1402,79	1394,62	1379,62	1353,20	1335,58	1287,19	1237,74	1198,98	
Modo 7	1407,51	1407,54	1407,66	1407,42	1407,53	1407,41	1406,86	1405,50	1401,98	1398,63	1384,91	1360,86	1324,23	
Modo 8	1407,67	1407,72	1407,78	1407,51	1407,68	1407,49	1407,60	1407,70	1407,46	1407,79	1407,59	1407,49	1407,54	
Modo 9	1407,72	1407,83	1407,80	1407,68	1407,75	1407,69	1407,75	1407,81	1407,66	1407,85	1407,73	1407,66	1407,73	
Modo 10	1535,38	1535,28	1535,37	1534,99	1535,32	1535,33	1535,28	1535,26	1535,41	1535,23	1535,27	1535,26	1535,29	
Modo 11	1535,46	1535,36	1535,51	1535,06	1535,37	1535,42	1535,38	1535,33	1535,62	1535,32	1535,37	1535,46	1535,38	
Modo 12	1627,71	1627,67	1627,73	1627,51	1627,69	1627,70	1627,68	1627,65	1627,76	1627,61	1627,63	1627,59	1627,56	
Modo 13	2107,30	2107,27	2107,31	2106,98	2107,28	2107,33	2107,30	2107,26	2107,41	2107,23	2107,31	2107,28	2107,30	
Modo 14	2339,08	2338,94	2339,05	2338,42	2338,98	2339,00	2338,92	2338,91	2339,15	2338,83	2338,90	2338,90	2338,94	
Modo 15	2339,22	2339,04	2339,27	2338,52	2339,06	2339,15	2339,07	2339,00	2339,46	2338,97	2339,05	2339,20	2339,07	
Modo 16	3160,03	3159,98	3160,05	3159,55	3160,01	3160,08	3160,03	3159,98	3160,19	3159,92	3160,06	3160,01	3160,04	
Modo 17	3217,49	3217,31	3217,43	3216,47	3217,33	3217,36	3217,25	3217,25	3217,62	3217,12	3217,22	3217,25	3217,28	
Modo 18	3217,68	3217,41	3217,72	3216,61	3217,45	3217,58	3217,45	3217,35	3218,00	3217,32	3217,42	3217,64	3217,44	
Modo 19	3244,78	3244,69	3244,83	3244,36	3244,73	3244,76	3244,68	3244,61	3244,81	3244,50	3244,53	3244,43	3244,38	
Modo 20	3502,16	3502,21	3502,30	3502,15	3502,13	3501,33	3499,80	3496,90	3491,31	3487,58	3475,81	3462,77	3450,03	
Modo 21	3502,22	3502,42	3502,39	3502,21	3502,25	3502,27	3502,23	3502,23	3502,18	3502,44	3502,24	3502,18	3502,19	
Modo 22	4144,04	4143,80	4143,93	4142,56	4143,78	4143,83	4143,69	4143,71	4144,25	4143,49	4143,66	4119,13	3902,33	
Modo 23	4144,27	4143,89	4144,29	4142,73	4143,97	4144,14	4143,94	4143,82	4144,70	4143,77	4143,92	4143,74	4143,76	
Modo 24	4211,64	4211,58	4211,65	4210,98	4211,61	4211,71	4211,64	4211,57	4211,87	4211,49	4211,68	4144,18	4143,94	
Modo 25	4618,38	4618,42	4618,48	4617,66	4617,79	4613,38	4600,52	4570,41	4506,41	4459,71	4309,09	4211,62	4211,65	
Modo 26	4630,29	4630,37	4630,40	4629,69	4629,78	4627,52	4625,92	4625,27	4624,45	4624,75	4624,40	4624,09	4624,39	
Modo 27	4846,74	4846,86	4846,72	4845,53	4844,12	4834,47	4819,91	4802,90	4787,55	4782,33	4773,47	4754,84	4699,80	
Modo 28	4846,97	4847,00	4847,12	4846,68	4847,00	4846,12	4844,35	4840,32	4831,36	4823,76	4796,21	4760,27	4733,81	
Modo 29	4847,12	4847,28	4847,43	4847,00	4847,13	4846,92	4847,15	4847,25	4846,90	4847,47	4847,01	4846,80	4846,95	
Modo 30	4847,29	4847,37	4847,55	4847,35	4847,28	4847,17	4847,32	4847,47	4847,16	4847,64	4847,30	4847,09	4847,31	
Modo 31	4854,74	4854,63	4854,82	4854,18	4854,68	4854,71	4854,60	4854,45	4854,53	4853,90	4852,88	4850,96	4849,11	
Modo 32	5101,19	5100,88	5101,00	5099,16	5100,81	5100,88	5100,72	5100,75	5101,50	5100,43	5100,67	5100,75	5100,81	
Modo 33	5101,44	5100,98	5101,43	5099,36	5101,07	5101,28	5101,02	5100,87	5101,99	5100,80	5100,99	5101,28	5101,00	
Modo 34	5261,75	5261,65	5261,75	5260,88	5261,68	5261,81	5261,72	5261,62	5262,01	5261,52	5261,78	5261,69	5261,73	
Modo 35	6076,72	6076,29	6076,42	6074,03	6076,20	6076,30	6076,11	6076,16	6077,16	6075,71	6076,08	6076,16	6076,25	
Modo 36	6076,98	6076,46	6076,92	6074,26	6076,55	6076,78	6076,45	6076,30	6077,67	6076,21	6076,43	6076,76	6076,44	
Modo 37	6309,86	6309,75	6309,86	6308,77	6309,79	6309,95	6309,84	6309,72	6310,21	6309,59	6309,90	6309,79	6309,84	
Modo 38	6404,02	6403,84	6404,12	6403,09	6403,92	6404,01	6403,87	6403,74	6404,20	6403,45	6403,23	6402,33	6401,33	
Modo 39	7061,96	7061,31	7061,51	7058,47	7061,22	7061,38	7061,14	7061,25	7062,53	7060,62	7061,15	7061,22	7061,38	
Modo 40	7062,20	7061,61	7062,04	7058,73	7061,67	7061,95	7061,54	7061,41	7063,03	7061,24	7061,54	7061,87	7061,53	
Modo 41	7355,56	7355,39	7355,54	7354,21	7355,43	7355,63	7355,49	7355,35	7355,95	7355,18	7355,58	7355,45	7355,50	
Modo 42	7900,61	7900,35	7900,72	7899,23	7900,43	7900,50	7900,24	7899,99	7900,59	7899,52	7899,25	7897,91	7896,19	
Modo 43	8049,58	8048,79	8049,03	8045,27	8048,66	8048,89	8048,60	8048,71	8050,38	8047,95	8048,65	8048,72	8048,92	
Modo 44	8049,80	8049,27	8049,57	8045,55	8049,22	8049,54	8049,06	8048,95	8050,86	8048,71	8049,10	8049,39	8049,01	
Modo 45	8398,26	8398,06	8398,21	8396,63	8398,10	8398,32	8398,14	8397,99	8387,01	8361,35	8279,03	8176,86	8065,44	
Modo 46	8454,17	8454,26	8453,91	8453,32	8452,94	8448,48	8439,57	8421,70	8398,73	8397,79	8398,26	8398,13	8398,16	
Modo 47	8454,32	8454,28	8454,38	8454,42	8454,15	8454,30	8454,38	8454,47	8454,07	8454,96	8454,26	8454,07	8454,02	
Modo 48	9032,62	9031,56	9031,81	9027,34	9031,40	9031,67	9031,37	9031,49	9033,59	9030,58	9031,46	9031,48	8880,55	
Modo 49	9032,84	9032,27	9032,31	9027,63	9032,12	9032,44	9031,87	9031,78	9034,01	9031,48	9031,96	9032,17	8950,77	
Modo 50	9278,73	9278,38	9278,82	9276,49	9278,39	9278,07	9277,09	9275,83	9275,15	9272,31	9256,02	9121,02	9031,80	
Tiempo 1(s)	1935,41	1675,00	1720,55	611,80	1576,33	1536,91	1544,95	1639,04	1561,72	1795,05	1633,29	1885,56	1668,30	
Tiempo 2(s)	429,67	426,82	422,48	246,76	443,03	418,82	409,74	406,52	400,63	433,98	445,74	445,73	443,21	



**Tabla 30.** Frecuencias propias (Hz) para eje restringido con grietas en posición B.

	POSICIÓN B												
	NUEVO	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
Modo 1	327,53	327,51	327,51	327,52	327,44	327,22	326,76	326,05	324,86	324,13	322,22	320,43	319,19
Modo 2	327,55	327,52	327,54	327,54	327,51	327,54	327,47	327,39	327,20	327,04	326,40	325,23	323,67
Modo 3	845,22	845,16	845,16	845,18	844,99	844,49	843,47	841,95	839,52	838,07	834,46	831,18	829,04
Modo 4	845,27	845,19	845,23	845,24	845,17	845,25	845,07	844,94	844,56	844,26	843,07	840,93	838,12
Modo 5	1053,83	1053,81	1053,81	1053,83	1053,78	1053,76	1053,60	1053,42	1053,04	1052,81	1052,15	1051,40	1050,71
Modo 6	1407,44	1407,58	1407,57	1407,52	1407,48	1407,58	1407,50	1407,59	1407,64	1407,67	1407,48	1407,40	1407,54
Modo 7	1407,51	1407,68	1407,65	1407,68	1407,71	1407,64	1407,54	1407,59	1407,70	1407,85	1407,58	1407,51	1407,59
Modo 8	1407,67	1407,80	1407,70	1407,80	1407,76	1407,69	1407,69	1407,79	1407,72	1407,93	1407,73	1407,64	1407,66
Modo 9	1407,72	1408,00	1407,79	1408,12	1408,03	1407,72	1407,75	1408,22	1407,76	1408,08	1407,76	1407,86	1407,99
Modo 10	1535,38	1535,25	1535,26	1535,30	1534,97	1534,17	1532,62	1530,28	1526,59	1524,34	1518,37	1511,87	1505,98
Modo 11	1535,46	1535,30	1535,38	1535,40	1535,26	1535,41	1535,12	1534,94	1534,37	1533,95	1532,34	1529,49	1525,83
Modo 12	1627,71	1627,66	1627,67	1627,67	1627,49	1627,12	1626,15	1624,68	1622,03	1620,23	1614,53	1606,36	1596,54
Modo 13	2107,30	2107,25	2107,25	2107,29	2107,19	2107,15	2106,83	2106,46	2105,69	2105,23	2103,89	2102,34	2100,93
Modo 14	2339,08	2338,87	2338,89	2338,96	2338,50	2337,48	2335,62	2333,00	2329,21	2327,15	2322,34	2318,07	2315,27
Modo 15	2339,22	2338,94	2339,08	2339,10	2338,89	2339,11	2338,67	2338,44	2337,64	2337,10	2335,09	2331,65	2327,35
Modo 16	3160,03	3159,96	3159,96	3160,01	3159,87	3159,80	3159,32	3158,75	3157,56	3156,83	3154,68	3152,13	3144,13
Modo 17	3217,49	3217,16	3217,22	3217,31	3216,73	3215,51	3213,16	3209,47	3203,20	3198,87	3185,52	3166,46	3149,76
Modo 18	3217,68	3217,26	3217,45	3217,50	3217,18	3217,47	3216,87	3216,55	3215,43	3214,72	3212,21	3208,03	3202,90
Modo 19	3244,78	3244,68	3244,69	3244,69	3244,33	3243,62	3241,95	3239,75	3236,40	3234,65	3229,79	3224,09	3217,90
Modo 20	3502,16	3502,28	3502,21	3502,29	3502,29	3502,21	3502,20	3502,25	3502,29	3502,29	3502,28	3502,21	3502,24
Modo 21	3502,22	3502,29	3502,28	3502,46	3502,44	3502,28	3502,28	3502,40	3502,37	3502,39	3502,33	3502,32	3502,26
Modo 22	4144,04	4143,54	4143,66	4143,77	4143,11	4141,89	4139,94	4137,33	4133,77	4131,98	4127,32	4121,63	4115,85
Modo 23	4144,27	4143,68	4143,94	4144,01	4143,57	4143,93	4143,12	4142,63	4140,95	4139,84	4135,99	4129,63	4121,96
Modo 24	4211,64	4211,55	4211,54	4211,63	4211,42	4211,33	4210,67	4209,91	4208,36	4207,43	4204,82	4201,88	4199,17
Modo 25	4618,38	4618,78	4618,51	4618,68	4618,41	4618,38	4617,87	4617,82	4617,03	4616,97	4615,51	4614,09	4612,41
Modo 26	4630,29	4630,73	4630,45	4630,66	4630,44	4630,51	4630,29	4630,58	4630,31	4630,54	4629,76	4628,94	4627,94
Modo 27	4846,74	4847,00	4847,04	4846,93	4846,92	4847,08	4846,81	4845,78	4837,37	4831,38	4811,44	4781,99	4746,76
Modo 28	4846,97	4847,24	4847,10	4847,16	4847,21	4847,12	4847,03	4847,03	4847,08	4847,18	4846,77	4846,75	4846,79
Modo 29	4847,12	4847,44	4847,32	4847,37	4847,25	4847,21	4847,38	4847,16	4847,19	4847,60	4847,07	4846,93	4847,05
Modo 30	4847,29	4847,74	4847,36	4847,84	4847,75	4847,26	4847,43	4847,44	4847,25	4847,69	4847,18	4847,15	4847,07
Modo 31	4854,74	4854,62	4854,63	4854,63	4854,15	4853,07	4850,26	4848,29	4847,52	4848,07	4847,24	4847,46	4847,57
Modo 32	5101,19	5100,49	5100,68	5100,81	5100,10	5098,92	5097,20	5095,01	5092,12	5090,78	5086,63	5079,88	5068,98
Modo 33	5101,44	5100,68	5100,99	5101,10	5100,52	5100,93	5099,87	5099,15	5096,77	5095,16	5089,67	5080,43	5071,17
Modo 34	5261,75	5261,59	5261,60	5261,69	5261,43	5261,32	5260,47	5259,48	5257,47	5256,25	5252,77	5248,80	5245,17
Modo 35	6076,72	6075,79	6076,06	6076,17	6075,46	6074,33	6072,82	6070,73	6067,65	6065,97	6059,66	6046,39	6028,75
Modo 36	6076,98	6076,01	6076,39	6076,55	6075,80	6076,23	6074,90	6073,84	6070,52	6068,19	6060,23	6048,48	6033,35
Modo 37	6309,86	6309,68	6309,67	6309,81	6309,47	6309,33	6308,27	6307,05	6304,53	6303,03	6298,66	6293,67	6258,42
Modo 38	6404,02	6403,81	6403,82	6403,82	6403,06	6401,43	6397,28	6390,97	6379,44	6371,42	6344,96	6305,77	6289,12
Modo 39	7061,96	7060,72	7061,08	7061,19	7060,46	7059,48	7058,27	7056,54	7053,33	7050,21	7038,83	7018,61	6991,98
Modo 40	7062,20	7060,98	7061,42	7061,65	7060,72	7061,18	7059,51	7058,01	7053,71	7051,76	7043,40	7026,64	7002,56
Modo 41	7355,56	7355,30	7355,30	7355,46	7355,05	7354,85	7353,63	7352,09	7349,05	7347,25	7341,91	7335,85	7330,29
Modo 42	7900,61	7900,31	7900,31	7900,32	7899,26	7897,12	7891,66	7883,59	7869,14	7859,19	7826,97	7779,97	7724,15
Modo 43	8049,58	8048,04	8048,53	8048,60	8047,91	8047,06	8046,18	8044,46	8038,54	8034,12	8018,45	7989,95	7951,63
Modo 44	8049,80	8048,37	8048,84	8049,17	8048,11	8048,53	8046,55	8044,49	8040,82	8038,19	8025,27	7999,68	7964,39
Modo 45	8398,26	8397,92	8397,89	8398,13	8397,61	8397,42	8395,91	8394,09	8390,49	8388,33	8381,96	8374,70	8368,06
Modo 46	8454,17	8454,43	8453,92	8454,24	8454,12	8454,34	8454,22	8454,34	8454,25	8454,55	8453,96	8454,26	8453,87
Modo 47	8454,32	8454,73	8454,22	8454,66	8454,37	8454,46	8454,28	8454,47	8454,42	8454,88	8454,22	8454,37	8454,42
Modo 48	9032,62	9030,64	9031,26	9031,30	9030,55	9029,82	9028,77	9026,07	9018,63	9012,76	8992,09	8953,83	8896,88
Modo 49	9032,84	9031,07	9031,55	9031,94	9030,80	9031,11	9028,95	9026,88	9021,58	9017,29	8996,76	8955,16	8902,22
Modo 50	9278,73	9278,37	9278,31	9278,38	9276,93	9274,39	9267,82	9258,90	9243,41	9233,24	9201,91	9160,27	9116,70
Tiempo 1(s)	1935,41	1787,47	1776,14	1578,85	1796,39	1532,78	1763,86	1580,46	1677,83	1576,95	1519,36	1539,29	1588,79
Tiempo 2(s)	429,67	420,87	407,27	405,81	437,66	418,47	414,73	412,84	424,01	412,36	407,64	389,22	420,61



**Tabla 31.** Frecuencias propias (Hz) para eje restringido con grietas en posición C.

	POSICIÓN C												
	NUEVO	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
Modo 1	327,53	327,53	327,51	327,45	327,10	325,73	323,50	320,16	315,40	312,57	304,43	295,78	287,98
Modo 2	327,55	327,57	327,53	327,52	327,52	327,48	327,32	327,02	326,39	325,91	324,12	321,27	317,33
Modo 3	845,22	845,21	845,17	845,09	844,46	842,17	838,49	833,09	825,67	821,40	809,55	797,35	786,30
Modo 4	845,27	845,31	845,21	845,24	845,16	845,04	844,62	843,88	842,35	841,23	836,99	830,19	820,48
Modo 5	1053,83	1053,85	1053,79	1053,77	1053,51	1052,59	1050,96	1048,40	1044,36	1041,67	1033,06	1021,16	1006,15
Modo 6	1407,44	1407,56	1407,63	1407,57	1407,39	1407,42	1407,49	1407,50	1407,52	1407,50	1407,47	1407,41	1407,44
Modo 7	1407,51	1407,62	1407,65	1407,59	1407,52	1407,60	1407,53	1407,51	1407,62	1407,52	1407,67	1407,58	1407,55
Modo 8	1407,67	1407,65	1407,77	1407,60	1407,63	1407,64	1407,61	1407,62	1407,63	1407,69	1407,69	1407,68	1407,66
Modo 9	1407,72	1407,71	1407,90	1407,66	1407,67	1407,84	1407,66	1407,71	1407,77	1407,70	1407,71	1407,85	1407,72
Modo 10	1535,38	1535,37	1535,29	1535,24	1534,50	1532,01	1527,76	1521,13	1511,29	1505,17	1486,04	1462,25	1435,64
Modo 11	1535,46	1535,53	1535,36	1535,38	1535,22	1534,89	1533,98	1532,46	1529,49	1527,35	1519,43	1507,03	1489,74
Modo 12	1627,71	1627,73	1627,66	1627,62	1627,19	1625,51	1622,66	1618,43	1612,40	1608,84	1598,26	1585,48	1570,13
Modo 13	2107,30	2107,33	2107,22	2107,18	2106,68	2104,90	2101,72	2096,65	2088,54	2083,03	2064,84	2038,67	2004,83
Modo 14	2339,08	2339,07	2338,95	2338,96	2338,31	2336,50	2333,39	2328,71	2322,35	2318,63	2307,64	2294,27	2276,27
Modo 15	2339,22	2339,30	2339,05	2339,09	2338,77	2338,07	2336,41	2333,74	2328,86	2325,48	2313,74	2297,04	2278,60
Modo 16	3160,03	3160,08	3159,92	3159,87	3159,16	3156,59	3151,74	3143,50	3129,19	3118,95	3083,85	3034,39	2975,99
Modo 17	3217,49	3217,48	3217,30	3217,33	3216,87	3215,76	3212,88	3206,19	3192,99	3183,81	3153,39	3114,55	3069,37
Modo 18	3217,68	3217,76	3217,43	3217,53	3216,99	3215,89	3213,52	3210,37	3205,77	3203,21	3196,02	3186,92	3156,51
Modo 19	3244,78	3244,82	3244,67	3244,63	3243,81	3240,81	3236,03	3230,10	3223,48	3219,84	3207,42	3187,51	3176,78
Modo 20	3502,16	3502,23	3502,39	3502,26	3502,19	3502,15	3502,18	3502,15	3502,22	3502,21	3502,21	3502,28	3502,18
Modo 21	3502,22	3502,28	3502,40	3502,27	3502,19	3502,22	3502,28	3502,31	3502,32	3502,25	3502,31	3502,30	3502,30
Modo 22	4144,04	4144,00	4143,76	4143,78	4143,24	4141,35	4136,84	4128,19	4110,69	4097,54	4051,83	3991,06	3925,13
Modo 23	4144,27	4144,34	4143,91	4144,11	4143,56	4143,44	4142,39	4139,90	4134,87	4130,99	4115,12	4087,85	4048,22
Modo 24	4211,64	4211,72	4211,50	4211,47	4210,59	4207,73	4203,03	4197,13	4190,79	4188,06	4182,68	4177,18	4169,26
Modo 25	4618,38	4618,51	4618,59	4618,44	4618,33	4618,26	4617,59	4617,06	4615,97	4615,14	4612,04	4604,91	4585,53
Modo 26	4630,29	4630,43	4630,53	4630,37	4630,32	4630,46	4630,19	4630,30	4630,32	4630,21	4630,14	4629,87	4629,44
Modo 27	4846,74	4846,98	4847,09	4846,97	4846,72	4846,68	4842,27	4830,52	4812,01	4800,16	4761,93	4714,45	4669,99
Modo 28	4846,97	4847,12	4847,13	4847,08	4846,98	4847,08	4846,83	4846,86	4846,98	4846,89	4846,82	4846,67	4846,68
Modo 29	4847,12	4847,18	4847,24	4847,12	4847,09	4847,26	4846,93	4846,94	4847,04	4847,09	4847,06	4847,05	4846,92
Modo 30	4847,29	4847,36	4847,53	4847,29	4847,21	4847,40	4847,01	4847,08	4847,08	4847,18	4847,22	4847,10	4847,14
Modo 31	4854,74	4854,79	4854,61	4854,56	4853,53	4849,55	4847,11	4847,17	4847,19	4847,20	4847,32	4847,46	4847,15
Modo 32	5101,19	5101,10	5100,80	5100,80	5100,15	5097,91	5092,78	5083,79	5066,72	5054,25	5010,68	4952,72	4890,90
Modo 33	5101,44	5101,49	5100,96	5101,22	5100,57	5100,68	5099,66	5096,83	5090,23	5084,90	5062,67	5025,89	4978,26
Modo 34	5261,75	5261,84	5261,56	5261,54	5260,57	5257,38	5251,81	5244,13	5234,26	5229,15	5217,76	5207,98	5197,90
Modo 35	6076,72	6076,54	6076,19	6076,18	6075,51	6073,05	6067,56	6058,22	6041,17	6029,13	5988,26	5935,36	5879,46
Modo 36	6076,98	6077,00	6076,34	6076,63	6075,70	6075,21	6073,04	6068,26	6057,75	6049,47	6015,75	5961,99	5897,30
Modo 37	6309,86	6309,98	6309,64	6309,69	6308,67	6305,47	6299,68	6291,65	6280,95	6275,24	6261,87	6250,22	6209,97
Modo 38	6404,02	6404,10	6403,83	6403,86	6402,65	6398,20	6389,87	6376,40	6355,28	6342,07	6301,28	6254,89	6239,18
Modo 39	7061,96	7061,62	7061,23	7061,24	7060,18	7058,08	7052,90	7044,06	7028,23	7017,31	6980,75	6933,86	6884,15
Modo 40	7062,20	7062,14	7061,36	7061,43	7060,62	7058,60	7054,20	7046,68	7032,50	7022,48	6986,10	6937,50	6887,78
Modo 41	7355,56	7355,69	7355,30	7355,41	7354,43	7351,48	7345,94	7338,28	7327,86	7322,23	7308,65	7296,67	7285,83
Modo 42	7900,61	7900,70	7900,36	7900,50	7899,41	7895,49	7887,54	7874,01	7851,55	7836,99	7790,79	7738,07	7690,48
Modo 43	8049,58	8049,08	8048,65	8048,75	8046,88	8043,34	8036,98	8027,95	8013,61	8005,21	7978,56	7940,01	7896,24
Modo 44	8049,80	8049,68	8048,76	8049,03	8048,21	8046,45	8041,66	8034,12	8020,57	8011,42	7980,39	7948,70	7920,21
Modo 45	8398,26	8398,39	8397,97	8398,16	8397,24	8394,90	8390,00	8383,30	8373,88	8368,80	8356,05	8344,64	8334,77
Modo 46	8454,17	8454,31	8454,56	8454,42	8453,76	8453,95	8453,92	8453,94	8453,92	8454,13	8454,09	8454,00	8453,94
Modo 47	8454,32	8454,39	8454,60	8454,70	8454,39	8454,38	8454,07	8454,10	8454,08	8454,78	8454,30	8454,37	8453,95
Modo 48	9032,62	9031,80	9031,41	9031,42	9028,81	9022,82	9012,43	8997,13	8973,05	8958,50	8914,61	8869,38	8833,57
Modo 49	9032,84	9032,51	9031,52	9031,68	9031,24	9030,02	9026,28	9020,58	9010,14	9002,98	8978,11	8944,26	8906,11
Modo 50	9278,73	9278,82	9278,44	9278,77	9278,03	9276,20	9272,30	9266,92	9258,82	9254,64	9241,98	9228,28	9214,85
Tiempo 1(s)	1935,41	1939,88	2061,79	1833,80	1720,54	1834,36	1840,93	1703,57	1679,50	1807,85	1923,18	1535,30	1570,78
Tiempo 2(s)	429,67	412,59	451,72	439,10	423,45	413,17	429,46	409,50	381,03	390,17	401,51	368,88	364,92

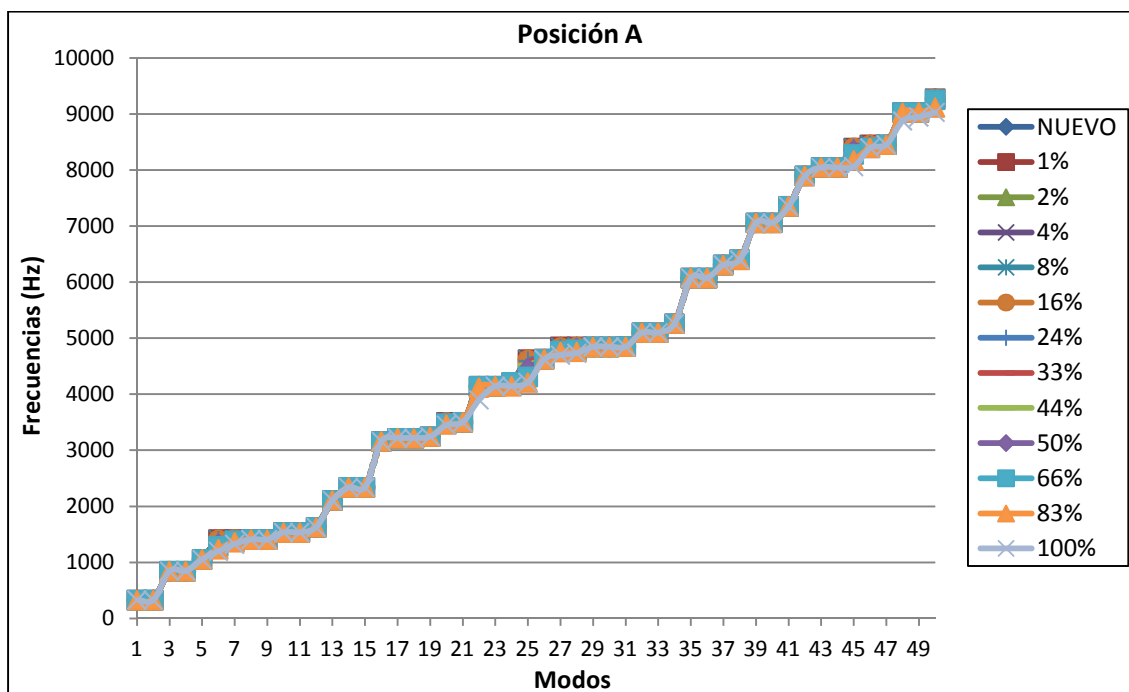
**Tabla 32.** Frecuencias propias (Hz) para eje restringido con grietas en posición D.

	POSICIÓN D												
	NUEVO	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
Modo 1	327,53	327,53	327,53	327,53	327,51	327,52	327,54	327,52	327,53	327,53	327,53	327,51	327,53
Modo 2	327,55	327,54	327,55	327,54	327,52	327,54	327,55	327,53	327,56	327,54	327,55	327,53	327,53
Modo 3	845,22	845,20	845,20	845,22	845,17	845,18	845,22	845,18	845,21	845,20	845,20	845,17	845,20
Modo 4	845,27	845,24	845,28	845,24	845,19	845,23	845,26	845,21	845,29	845,24	845,26	845,21	845,21
Modo 5	1053,83	1053,84	1053,83	1053,84	1053,79	1053,81	1053,84	1053,82	1053,86	1053,81	1053,84	1053,81	970,19
Modo 6	1407,44	1407,55	1407,43	1406,90	1404,57	1393,73	1376,29	1347,92	1306,00	1278,66	1195,68	1089,28	1053,82
Modo 7	1407,51	1407,60	1407,49	1407,50	1407,56	1406,82	1405,34	1401,16	1394,40	1388,69	1368,87	1336,44	1290,70
Modo 8	1407,67	1407,89	1407,53	1407,73	1407,65	1407,53	1407,44	1407,47	1407,50	1407,45	1407,54	1407,43	1407,56
Modo 9	1407,72	1408,03	1407,88	1408,15	1407,79	1407,68	1407,80	1407,76	1407,58	1407,66	1407,62	1407,51	1407,80
Modo 10	1535,38	1535,33	1535,32	1535,37	1535,27	1535,29	1535,37	1535,30	1535,34	1535,34	1535,33	1535,27	1535,33
Modo 11	1535,46	1535,39	1535,48	1535,41	1535,32	1535,38	1535,43	1535,35	1535,48	1535,41	1535,45	1535,34	1535,34
Modo 12	1627,71	1627,70	1627,71	1627,70	1627,66	1627,67	1627,72	1627,67	1627,72	1627,69	1627,71	1627,66	1627,69
Modo 13	2107,30	2107,31	2107,31	2107,32	2107,21	2107,26	2107,31	2107,27	2107,36	2107,26	2107,32	2107,25	2107,28
Modo 14	2339,08	2339,01	2338,97	2339,07	2338,92	2338,95	2339,04	2338,95	2339,01	2339,03	2339,00	2338,90	2338,99
Modo 15	2339,22	2339,10	2339,23	2339,13	2338,98	2339,07	2339,13	2339,04	2339,23	2339,12	2339,19	2339,02	2339,02
Modo 16	3160,03	3160,05	3160,05	3160,06	3159,90	3159,98	3160,06	3159,99	3160,12	3159,97	3160,06	3118,42	2955,00
Modo 17	3217,49	3217,38	3217,30	3217,47	3217,24	3217,31	3217,40	3217,28	3217,37	3217,41	3217,36	3159,97	3160,00
Modo 18	3217,68	3217,51	3217,68	3217,55	3217,34	3217,45	3217,52	3217,41	3217,66	3217,54	3217,64	3217,20	3217,33
Modo 19	3244,78	3244,75	3244,78	3244,76	3244,68	3244,69	3244,80	3244,70	3244,79	3244,72	3244,72	3217,39	3217,38
Modo 20	3502,16	3502,22	3502,14	3501,45	3499,12	3487,50	3467,82	3435,59	3387,20	3354,19	3254,66	3244,53	3244,03
Modo 21	3502,22	3502,32	3502,21	3502,29	3502,29	3502,24	3502,25	3502,21	3502,20	3502,18	3502,14	3502,06	3369,70
Modo 22	4144,04	4143,87	4143,75	4143,99	4143,69	4143,78	4143,87	4143,72	4143,84	4143,91	3984,72	3676,46	3502,27
Modo 23	4144,27	4144,05	4144,25	4144,10	4143,81	4143,94	4144,01	4143,90	4144,21	4144,07	4143,83	4143,61	4143,77
Modo 24	4211,64	4211,67	4211,66	4211,68	4211,46	4211,57	4211,68	4211,58	4211,78	4211,56	4144,22	4143,89	4143,89
Modo 25	4618,38	4618,72	4618,35	4618,42	4616,89	4605,99	4573,01	4494,74	4353,81	4257,87	4211,68	4211,56	4211,61
Modo 26	4630,29	4630,65	4630,28	4630,35	4629,07	4626,11	4624,82	4624,34	4624,00	4624,09	4624,08	4623,72	4526,31
Modo 27	4846,74	4847,01	4846,56	4844,81	4838,21	4809,60	4774,82	4744,51	4728,86	4723,80	4716,66	4648,95	4624,05
Modo 28	4846,97	4847,18	4846,79	4846,89	4846,94	4845,73	4841,75	4830,38	4810,45	4794,96	4739,29	4704,04	4673,31
Modo 29	4847,12	4847,71	4846,88	4847,32	4847,34	4846,98	4847,00	4846,77	4846,88	4846,81	4846,88	4846,77	4847,08
Modo 30	4847,29	4848,03	4847,55	4847,94	4847,37	4847,25	4847,48	4847,31	4847,08	4847,19	4847,19	4846,90	4847,39
Modo 31	4854,74	4854,72	4854,75	4854,72	4854,59	4854,61	4854,80	4854,63	4854,74	4854,58	4854,27	4853,27	4852,03
Modo 32	5101,19	5100,94	5100,77	5101,10	5100,70	5100,85	5100,90	5100,74	5100,89	5101,00	5100,87	5100,57	5100,78
Modo 33	5101,44	5101,18	5101,41	5101,24	5100,86	5101,01	5101,07	5100,96	5101,35	5101,21	5101,36	5100,94	5100,96
Modo 34	5261,75	5261,76	5261,75	5261,78	5261,49	5261,63	5261,78	5261,64	5261,91	5261,63	5261,78	5261,61	5261,68
Modo 35	6076,72	6076,37	6076,14	6076,56	6076,06	6076,27	6076,29	6076,10	6076,30	6076,45	6076,27	6075,89	6076,14
Modo 36	6076,98	6076,70	6076,92	6076,74	6076,28	6076,44	6076,48	6076,39	6076,87	6076,72	6076,89	6076,39	6076,42
Modo 37	6309,86	6309,88	6309,87	6309,90	6309,55	6309,73	6309,89	6309,73	6310,06	6309,73	6309,90	6309,72	6309,77
Modo 38	6404,02	6403,97	6404,02	6403,99	6403,79	6403,80	6403,96	6403,62	6403,68	6403,43	6403,20	6402,59	6402,28
Modo 39	7061,96	7061,50	7061,15	7061,67	7061,08	7061,36	7061,31	7061,10	7061,32	7061,56	7061,32	7060,82	7061,14
Modo 40	7062,20	7061,91	7062,06	7061,90	7061,37	7061,52	7061,51	7061,45	7062,04	7061,89	7062,08	7061,46	7061,54
Modo 41	7355,56	7355,59	7355,53	7355,56	7355,16	7355,36	7355,56	7355,36	7355,77	7355,38	7355,57	7355,35	7355,43
Modo 42	7900,61	7900,54	7900,59	7900,56	7900,27	7900,24	7900,41	7899,80	7899,67	7899,16	7898,27	7896,53	7780,47
Modo 43	8049,58	8049,03	8048,59	8049,19	8048,49	8048,89	8048,72	8048,51	8048,76	8049,11	8048,78	8048,08	7894,85
Modo 44	8049,80	8049,59	8049,61	8049,51	8048,89	8049,06	8048,97	8048,94	8049,68	8049,55	8049,72	8048,95	8048,58
Modo 45	8398,26	8398,28	8398,19	8398,23	8397,76	8397,99	8398,21	8397,98	8398,39	8378,27	8285,63	8089,62	8049,11
Modo 46	8454,17	8454,41	8453,92	8453,98	8453,96	8451,06	8444,14	8428,77	8401,32	8398,10	8398,25	8397,94	8398,08
Modo 47	8454,32	8454,49	8453,98	8454,45	8454,29	8454,53	8454,69	8453,98	8454,08	8454,53	8454,57	8454,26	8454,22
Modo 48	9032,62	9031,77	9031,28	9031,98	9031,16	9031,70	9031,41	9031,18	9031,47	9031,93	9031,19	8834,82	8684,52
Modo 49	9032,84	9032,47	9032,41	9032,40	9031,68	9031,93	9031,70	9031,70	9032,63	9032,47	9032,48	9013,68	8697,32
Modo 50	9278,73	9278,70	9278,67	9278,70	9278,14	9277,80	9277,40	9275,19	9265,10	9208,17	9035,21	9030,83	9031,23
Tiempo 1(s)	1935,41	1839,77	1928,28	1872,86	1775,00	1750,64	1788,11	4662,35	1813,26	1995,78	1668,49	1881,13	2020,87
Tiempo 2(s)	429,67	426,41	423,20	427,24	412,78	434,14	416,54	436,15	430,62	438,80	438,13	450,09	442,53

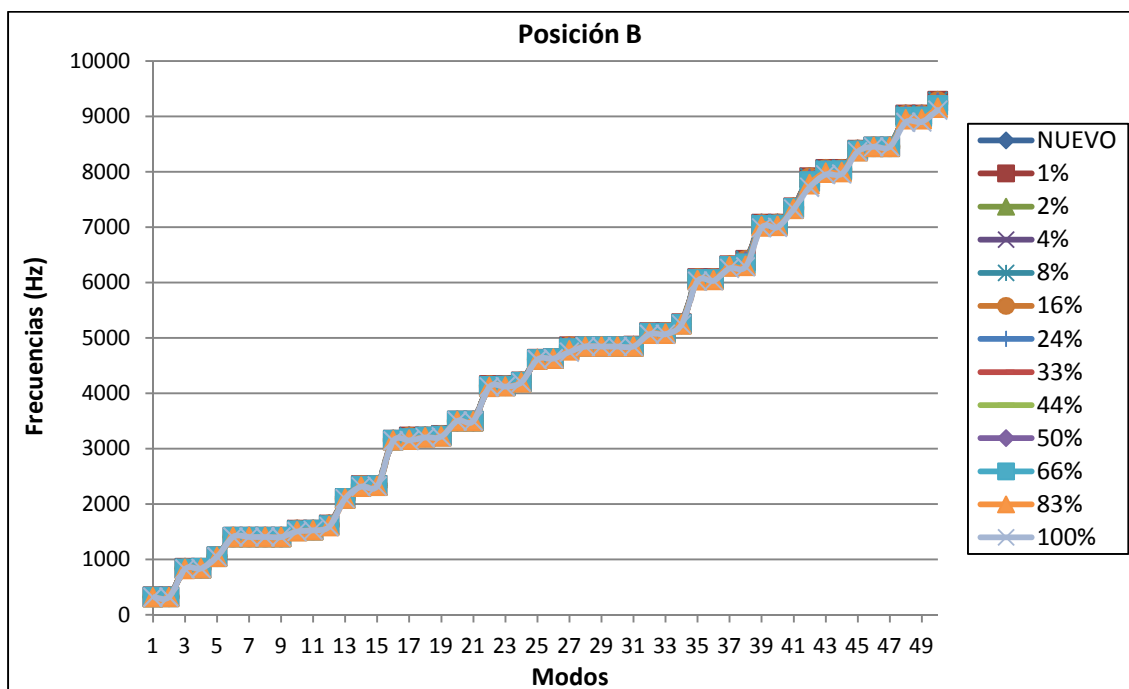
En total, hemos obtenido 2450 datos de frecuencias propias para eje restringido. En las próximas páginas mostraremos una serie de tablas y Gráficas con las que poder interpretar de una forma correcta los datos obtenidos.

Como ya ocurría para eje libre, en el eje restringido también podemos observar, que a medida que aumenta el porcentaje de grieta, se produce una disminución en los valores de la frecuencia. Esa tendencia concuerda con la teoría, que explica que un sólido con fallo siempre será menos rígido que el mismo sólido sin fallo. No obstante, también es posible observar que existen excepciones dentro del conjunto de datos que pueden ser debidas a la cercanía de los nodos en las grietas, porcentaje de convergencia, etc.

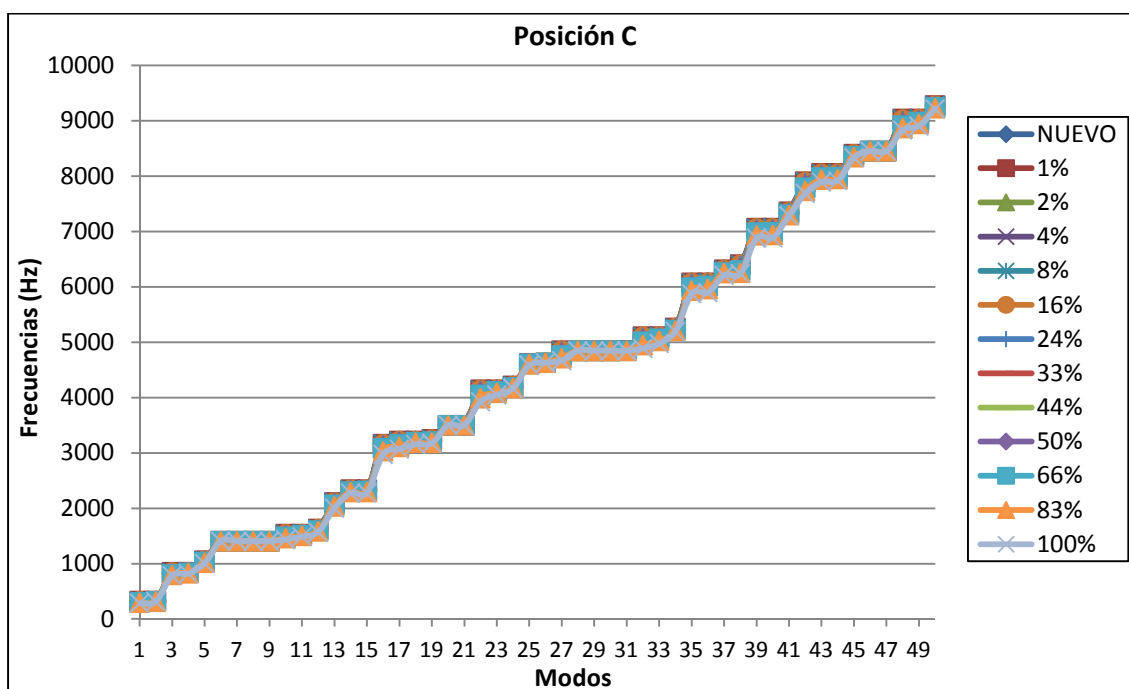
Los tiempos necesitados en el análisis modal de eje restringido ha superado, en total, las 30 horas en tiempo total de análisis. De las cinco tablas que hemos mostrado anteriormente, obtenemos los siguientes gráficos de relación frecuencia-modos para cada posición del eje:



**Figura 116.** Gráfica de frecuencias propias para posición A en eje restringido.

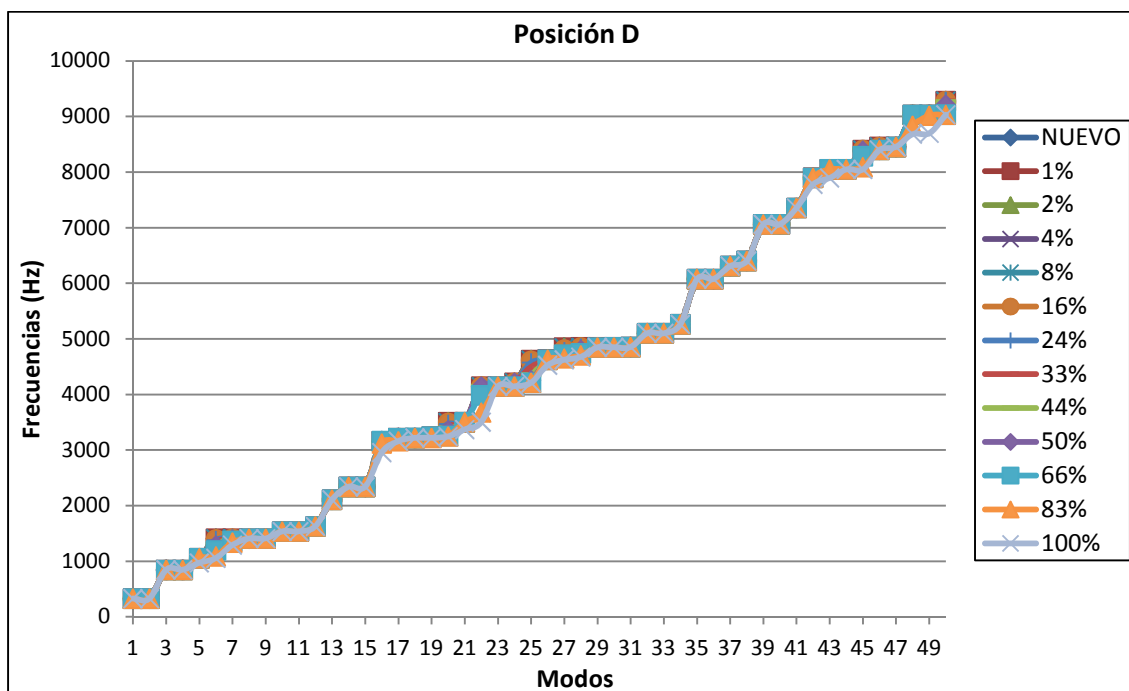


**Figura 117.** Gráfica de frecuencias propias para posición B en eje restringido.



**Figura 118.** Gráfica de frecuencias propias para posición C en eje restringido.





**Figura 119.** Gráfica de frecuencias propias para posición D en eje restringido.

Como puede observar en los gráficos anteriores, a partir del modo de vibración nº 22, el rango de las frecuencias se vuelve más disperso. Esto es un buen indicio para discernir que a partir de este modo nº22 nos encontraremos los modos donde la frecuencia propia variará mas con respecto al eje nuevo.

A continuación, nos centraremos en discernir la diferencia entre cada uno de los valores de frecuencia obtenidos comparándolos con el valor de la frecuencia propia para el caso de eje nuevo. Primero presentaremos los datos de la diferencia porcentual respecto a este eje nuevo y posteriormente las tablas con la diferencia unitaria, intentando destacar los modos en los que existan mayores diferencias.

#### 9.4.2. Resultados de diferencias porcentuales en el eje restringido.

En las siguientes páginas de este documento mostraremos el conjunto de tablas que se han construido con las diferencias porcentuales comparando el eje nuevo con su homologado con la grieta en cada modo y posición. La fórmula empleada para el cálculo de esta serie de datos es la siguiente.

$$\frac{f_{\text{eje nuevo}} - f_{\text{eje con fallo}}}{f_{\text{eje nuevo}}} \cdot 100$$

Las tablas en cuestión están sometidas a un formato condicional por los valores que se han obtenido en cada posición. Este dato es importante de considerar, especialmente porque al estar en eje restringido y no en el eje libre tendremos datos menores que cero, de ahí que el color predominante en algunas tablas sean los tonos amarillentos. En estas tablas, los tonos más verdosos son aquellos inferiores al valor 0.

Cabe destacar que estos valores rara vez bajan mas de las tres centésimas, lo que hace despreciar en un principio la presentación de tablas en valores absolutos siempre que el lector tenga en cuenta la consideración descrita.

**Tabla 33.** Diferencias porcentuales para eje restringido con grietas en posición A.

Diferencias % POS.A	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
Modo 1	0,007	0,000	0,022	0,003	0,002	0,005	0,007	-0,002	0,008	0,005	0,007	0,004
Modo 2	0,005	-0,004	0,021	0,004	0,002	0,002	0,006	-0,013	0,007	0,003	-0,002	0,003
Modo 3	0,007	0,000	0,023	0,003	0,002	0,006	0,007	-0,002	0,009	0,006	0,007	0,005
Modo 4	0,006	-0,004	0,024	0,005	0,002	0,004	0,008	-0,011	0,008	0,005	-0,001	0,004
Modo 5	0,001	-0,001	0,015	0,001	-0,002	0,000	0,002	-0,005	0,004	-0,001	0,000	0,000
Modo 6	-0,003	-0,012	0,021	0,045	0,330	0,911	1,977	3,854	5,106	8,544	12,057	14,811
Modo 7	-0,002	-0,011	0,006	-0,001	0,007	0,046	0,143	0,393	0,631	1,606	3,314	5,917
Modo 8	-0,004	-0,008	0,011	-0,001	0,013	0,005	-0,002	0,015	-0,009	0,006	0,013	0,009
Modo 9	-0,008	-0,006	0,003	-0,002	0,002	-0,002	-0,006	0,004	-0,009	-0,001	0,004	-0,001
Modo 10	0,007	0,001	0,025	0,004	0,003	0,007	0,008	-0,002	0,010	0,007	0,008	0,006
Modo 11	0,007	-0,003	0,026	0,006	0,003	0,005	0,008	-0,010	0,009	0,006	0,000	0,005
Modo 12	0,002	-0,001	0,012	0,001	0,001	0,002	0,004	-0,003	0,006	0,005	0,007	0,009
Modo 13	0,001	0,000	0,015	0,001	-0,001	0,000	0,002	-0,005	0,003	0,000	0,001	0,000
Modo 14	0,006	0,001	0,028	0,004	0,003	0,007	0,007	-0,003	0,011	0,008	0,008	0,006
Modo 15	0,008	-0,002	0,030	0,007	0,003	0,006	0,009	-0,010	0,011	0,007	0,001	0,006
Modo 16	0,002	-0,001	0,015	0,001	-0,002	0,000	0,002	-0,005	0,003	-0,001	0,001	0,000
Modo 17	0,006	0,002	0,032	0,005	0,004	0,007	0,007	-0,004	0,011	0,008	0,007	0,007
Modo 18	0,008	-0,001	0,033	0,007	0,003	0,007	0,010	-0,010	0,011	0,008	0,001	0,007
Modo 19	0,003	-0,002	0,013	0,002	0,001	0,003	0,005	-0,001	0,009	0,008	0,011	0,012
Modo 20	-0,001	-0,004	0,000	0,001	0,024	0,067	0,150	0,310	0,416	0,752	1,125	1,489
Modo 21	-0,006	-0,005	0,000	-0,001	-0,001	0,000	0,000	0,001	-0,006	-0,001	0,001	0,001
Modo 22	0,006	0,003	0,036	0,006	0,005	0,008	0,008	-0,005	0,013	0,009	0,601	5,833
Modo 23	0,009	0,000	0,037	0,007	0,003	0,008	0,011	-0,010	0,012	0,008	0,013	0,012
Modo 24	0,001	0,000	0,016	0,001	-0,002	0,000	0,002	-0,005	0,004	-0,001	1,602	1,607
Modo 25	-0,001	-0,002	0,016	0,013	0,108	0,387	1,039	2,424	3,436	6,697	8,807	8,807
Modo 26	-0,002	-0,002	0,013	0,011	0,060	0,094	0,108	0,126	0,120	0,127	0,134	0,127
Modo 27	-0,002	0,000	0,025	0,054	0,253	0,554	0,905	1,221	1,329	1,512	1,896	3,032
Modo 28	-0,001	-0,003	0,006	-0,001	0,018	0,054	0,137	0,322	0,479	1,047	1,789	2,335
Modo 29	-0,003	-0,006	0,002	0,000	0,004	-0,001	-0,003	0,005	-0,007	0,002	0,007	0,004
Modo 30	-0,002	-0,005	-0,001	0,000	0,002	-0,001	-0,004	0,003	-0,007	0,000	0,004	0,000
Modo 31	0,002	-0,002	0,012	0,001	0,001	0,003	0,006	0,004	0,017	0,038	0,078	0,116
Modo 32	0,006	0,004	0,040	0,007	0,006	0,009	0,009	-0,006	0,015	0,010	0,009	0,007
Modo 33	0,009	0,000	0,041	0,007	0,003	0,008	0,011	-0,011	0,013	0,009	0,003	0,009
Modo 34	0,002	0,000	0,017	0,001	-0,001	0,001	0,002	-0,005	0,004	-0,001	0,001	0,000
Modo 35	0,007	0,005	0,044	0,009	0,007	0,010	0,009	-0,007	0,017	0,011	0,009	0,008
Modo 36	0,009	0,001	0,045	0,007	0,003	0,009	0,011	-0,011	0,013	0,009	0,004	0,009
Modo 37	0,002	0,000	0,017	0,001	-0,001	0,000	0,002	-0,006	0,004	-0,001	0,001	0,000
Modo 38	0,003	-0,002	0,015	0,002	0,000	0,002	0,004	-0,003	0,009	0,012	0,026	0,042
Modo 39	0,009	0,006	0,049	0,010	0,008	0,012	0,010	-0,008	0,019	0,011	0,010	0,008
Modo 40	0,008	0,002	0,049	0,008	0,004	0,009	0,011	-0,012	0,014	0,009	0,005	0,009
Modo 41	0,002	0,000	0,018	0,002	-0,001	0,001	0,003	-0,005	0,005	0,000	0,001	0,001
Modo 42	0,003	-0,001	0,017	0,002	0,001	0,005	0,008	0,000	0,014	0,017	0,034	0,056
Modo 43	0,010	0,007	0,054	0,011	0,009	0,012	0,011	-0,010	0,020	0,012	0,011	0,008
Modo 44	0,007	0,003	0,053	0,007	0,003	0,009	0,011	-0,013	0,014	0,009	0,005	0,010
Modo 45	0,002	0,001	0,019	0,002	-0,001	0,001	0,003	0,134	0,439	1,420	2,636	3,963
Modo 46	-0,001	0,003	0,010	0,015	0,067	0,173	0,384	0,656	0,667	0,661	0,663	0,663
Modo 47	0,000	-0,001	-0,001	0,002	0,000	-0,001	-0,002	0,003	-0,008	0,001	0,003	0,004
Modo 48	0,012	0,009	0,058	0,014	0,011	0,014	0,013	-0,011	0,023	0,013	0,013	1,684
Modo 49	0,006	0,006	0,058	0,008	0,004	0,011	0,012	-0,013	0,015	0,010	0,007	0,909
Modo 50	0,004	-0,001	0,024	0,004	0,007	0,018	0,031	0,039	0,069	0,245	1,700	2,661

**Tabla 34.** Diferencias porcentuales para eje restringido con grietas en posición B.

Diferencias % POS.B	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
Modo 1	0,006	0,007	0,005	0,029	0,095	0,236	0,453	0,817	1,041	1,621	2,170	2,549
Modo 2	0,008	0,003	0,002	0,011	0,002	0,024	0,047	0,106	0,155	0,350	0,706	1,183
Modo 3	0,007	0,007	0,005	0,028	0,087	0,207	0,387	0,675	0,846	1,273	1,661	1,915
Modo 4	0,009	0,004	0,003	0,012	0,002	0,023	0,039	0,084	0,119	0,259	0,513	0,845
Modo 5	0,002	0,002	0,000	0,005	0,007	0,022	0,039	0,075	0,097	0,159	0,231	0,296
Modo 6	-0,010	-0,009	-0,006	-0,003	-0,010	-0,004	-0,011	-0,014	-0,016	-0,003	0,003	-0,007
Modo 7	-0,012	-0,010	-0,012	-0,014	-0,009	-0,002	-0,006	-0,013	-0,024	-0,005	0,000	-0,006
Modo 8	-0,009	-0,002	-0,009	-0,006	-0,001	-0,001	-0,009	-0,004	-0,018	-0,004	0,002	0,001
Modo 9	-0,020	-0,005	-0,028	-0,022	0,000	-0,002	-0,036	-0,003	-0,026	-0,003	-0,010	-0,019
Modo 10	0,008	0,008	0,005	0,027	0,079	0,180	0,332	0,572	0,719	1,108	1,531	1,915
Modo 11	0,010	0,005	0,004	0,013	0,003	0,022	0,034	0,071	0,098	0,203	0,389	0,627
Modo 12	0,003	0,002	0,002	0,014	0,036	0,096	0,186	0,349	0,460	0,810	1,312	1,915
Modo 13	0,002	0,002	0,000	0,005	0,007	0,022	0,040	0,076	0,098	0,162	0,235	0,302
Modo 14	0,009	0,008	0,005	0,025	0,068	0,148	0,260	0,422	0,510	0,716	0,898	1,018
Modo 15	0,012	0,006	0,005	0,014	0,005	0,024	0,033	0,068	0,091	0,177	0,324	0,507
Modo 16	0,002	0,002	0,001	0,005	0,007	0,022	0,041	0,078	0,101	0,169	0,250	0,503
Modo 17	0,010	0,008	0,006	0,024	0,062	0,135	0,249	0,444	0,579	0,994	1,586	2,105
Modo 18	0,013	0,007	0,006	0,016	0,007	0,025	0,035	0,070	0,092	0,170	0,300	0,459
Modo 19	0,003	0,003	0,003	0,014	0,036	0,087	0,155	0,258	0,312	0,462	0,638	0,828
Modo 20	-0,003	-0,001	-0,004	-0,004	-0,001	-0,001	-0,003	-0,004	-0,004	-0,003	-0,001	-0,002
Modo 21	-0,002	-0,002	-0,007	-0,006	-0,002	-0,002	-0,005	-0,004	-0,005	-0,003	-0,003	-0,001
Modo 22	0,012	0,009	0,007	0,022	0,052	0,099	0,162	0,248	0,291	0,403	0,541	0,680
Modo 23	0,014	0,008	0,006	0,017	0,008	0,028	0,040	0,080	0,107	0,200	0,353	0,538
Modo 24	0,002	0,002	0,000	0,005	0,007	0,023	0,041	0,078	0,100	0,162	0,232	0,296
Modo 25	-0,009	-0,003	-0,006	-0,001	0,000	0,011	0,012	0,029	0,031	0,062	0,093	0,129
Modo 26	-0,010	-0,003	-0,008	-0,003	-0,005	0,000	-0,006	0,000	-0,005	0,011	0,029	0,051
Modo 27	-0,005	-0,006	-0,004	-0,004	-0,007	-0,001	0,020	0,193	0,317	0,728	1,336	2,063
Modo 28	-0,006	-0,003	-0,004	-0,005	-0,003	-0,001	-0,001	-0,002	-0,004	0,004	0,005	0,004
Modo 29	-0,007	-0,004	-0,005	-0,003	-0,002	-0,005	-0,001	-0,001	-0,010	0,001	0,004	0,001
Modo 30	-0,009	-0,001	-0,011	-0,009	0,001	-0,003	-0,003	0,001	-0,008	0,002	0,003	0,005
Modo 31	0,002	0,002	0,002	0,012	0,034	0,092	0,133	0,149	0,137	0,154	0,150	0,148
Modo 32	0,014	0,010	0,007	0,021	0,044	0,078	0,121	0,178	0,204	0,285	0,418	0,631
Modo 33	0,015	0,009	0,007	0,018	0,010	0,031	0,045	0,092	0,123	0,231	0,412	0,593
Modo 34	0,003	0,003	0,001	0,006	0,008	0,024	0,043	0,081	0,105	0,171	0,246	0,315
Modo 35	0,015	0,011	0,009	0,021	0,039	0,064	0,099	0,149	0,177	0,281	0,499	0,789
Modo 36	0,016	0,010	0,007	0,019	0,012	0,034	0,052	0,106	0,145	0,276	0,469	0,718
Modo 37	0,003	0,003	0,001	0,006	0,008	0,025	0,045	0,084	0,108	0,177	0,257	0,815
Modo 38	0,003	0,003	0,003	0,015	0,040	0,105	0,204	0,384	0,509	0,922	1,534	1,794
Modo 39	0,018	0,012	0,011	0,021	0,035	0,052	0,077	0,122	0,166	0,328	0,614	0,991
Modo 40	0,017	0,011	0,008	0,021	0,014	0,038	0,059	0,120	0,148	0,266	0,504	0,844
Modo 41	0,004	0,004	0,001	0,007	0,010	0,026	0,047	0,089	0,113	0,186	0,268	0,344
Modo 42	0,004	0,004	0,004	0,017	0,044	0,113	0,215	0,398	0,524	0,932	1,527	2,233
Modo 43	0,019	0,013	0,012	0,021	0,031	0,042	0,064	0,137	0,192	0,387	0,741	1,217
Modo 44	0,018	0,012	0,008	0,021	0,016	0,040	0,066	0,112	0,144	0,305	0,623	1,061
Modo 45	0,004	0,004	0,002	0,008	0,010	0,028	0,050	0,093	0,118	0,194	0,281	0,360
Modo 46	-0,003	0,003	-0,001	0,001	-0,002	-0,001	-0,002	-0,001	-0,004	0,002	-0,001	0,004
Modo 47	-0,005	0,001	-0,004	-0,001	-0,002	0,000	-0,002	-0,001	-0,007	0,001	-0,001	-0,001
Modo 48	0,022	0,015	0,015	0,023	0,031	0,043	0,073	0,155	0,220	0,449	0,872	1,503
Modo 49	0,020	0,014	0,010	0,023	0,019	0,043	0,066	0,125	0,172	0,399	0,860	1,446
Modo 50	0,004	0,005	0,004	0,019	0,047	0,118	0,214	0,381	0,490	0,828	1,277	1,746



**Tabla 35.** Diferencias porcentuales para eje restringido con grietas en posición C.

Diferencias % POS.C	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
Modo 1	0,002	0,009	0,025	0,133	0,552	1,233	2,251	3,706	4,570	7,053	9,694	12,078
Modo 2	-0,005	0,006	0,007	0,009	0,022	0,070	0,161	0,355	0,499	1,048	1,918	3,120
Modo 3	0,001	0,007	0,015	0,090	0,361	0,797	1,436	2,313	2,818	4,220	5,664	6,971
Modo 4	-0,005	0,007	0,003	0,012	0,027	0,077	0,164	0,345	0,477	0,979	1,783	2,932
Modo 5	-0,002	0,004	0,006	0,030	0,118	0,272	0,515	0,899	1,154	1,971	3,100	4,524
Modo 6	-0,009	-0,013	-0,009	0,004	0,001	-0,004	-0,004	-0,006	-0,004	-0,002	0,002	0,000
Modo 7	-0,008	-0,010	-0,006	-0,001	-0,006	-0,001	0,000	-0,008	-0,001	-0,011	-0,005	-0,003
Modo 8	0,001	-0,007	0,005	0,003	0,002	0,004	0,004	0,003	-0,001	-0,001	-0,001	0,001
Modo 9	0,001	-0,013	0,004	0,004	-0,009	0,004	0,001	-0,004	0,001	0,001	-0,009	0,000
Modo 10	0,001	0,006	0,009	0,057	0,219	0,496	0,928	1,569	1,968	3,214	4,763	6,496
Modo 11	-0,005	0,007	0,005	0,016	0,037	0,096	0,195	0,389	0,528	1,044	1,852	2,978
Modo 12	-0,001	0,003	0,006	0,032	0,135	0,310	0,570	0,941	1,159	1,809	2,594	3,537
Modo 13	-0,001	0,004	0,006	0,029	0,114	0,265	0,505	0,890	1,152	2,015	3,257	4,863
Modo 14	0,000	0,006	0,005	0,033	0,110	0,243	0,443	0,715	0,874	1,344	1,916	2,685
Modo 15	-0,003	0,007	0,006	0,019	0,049	0,120	0,234	0,443	0,587	1,089	1,803	2,591
Modo 16	-0,002	0,003	0,005	0,028	0,109	0,262	0,523	0,976	1,300	2,411	3,976	5,824
Modo 17	0,000	0,006	0,005	0,019	0,054	0,143	0,351	0,761	1,047	1,992	3,199	4,604
Modo 18	-0,002	0,008	0,005	0,021	0,056	0,129	0,227	0,370	0,450	0,673	0,956	1,901
Modo 19	-0,001	0,003	0,005	0,030	0,122	0,270	0,452	0,656	0,769	1,151	1,765	2,096
Modo 20	-0,002	-0,007	-0,003	-0,001	0,000	-0,001	0,000	-0,002	-0,001	-0,001	-0,003	-0,001
Modo 21	-0,002	-0,005	-0,001	0,001	0,000	-0,002	-0,003	-0,003	-0,001	-0,003	-0,002	-0,002
Modo 22	0,001	0,007	0,006	0,019	0,065	0,174	0,382	0,805	1,122	2,225	3,692	5,283
Modo 23	-0,002	0,009	0,004	0,017	0,020	0,045	0,105	0,227	0,320	0,703	1,361	2,318
Modo 24	-0,002	0,003	0,004	0,025	0,093	0,204	0,345	0,495	0,560	0,688	0,818	1,006
Modo 25	-0,003	-0,005	-0,001	0,001	0,003	0,017	0,029	0,052	0,070	0,137	0,292	0,711
Modo 26	-0,003	-0,005	-0,002	-0,001	-0,004	0,002	0,000	-0,001	0,002	0,003	0,009	0,018
Modo 27	-0,005	-0,007	-0,005	0,000	0,001	0,092	0,335	0,717	0,961	1,750	2,729	3,647
Modo 28	-0,003	-0,003	-0,002	0,000	-0,002	0,003	0,002	0,000	0,002	0,003	0,006	0,006
Modo 29	-0,001	-0,002	0,000	0,001	-0,003	0,004	0,004	0,002	0,001	0,001	0,001	0,004
Modo 30	-0,001	-0,005	0,000	0,002	-0,002	0,006	0,004	0,004	0,002	0,001	0,004	0,003
Modo 31	-0,001	0,003	0,004	0,025	0,107	0,157	0,156	0,156	0,155	0,153	0,150	0,156
Modo 32	0,002	0,008	0,008	0,020	0,064	0,165	0,341	0,676	0,920	1,774	2,910	4,122
Modo 33	-0,001	0,009	0,004	0,017	0,015	0,035	0,090	0,220	0,324	0,760	1,481	2,415
Modo 34	-0,002	0,004	0,004	0,022	0,083	0,189	0,335	0,522	0,620	0,836	1,022	1,213
Modo 35	0,003	0,009	0,009	0,020	0,060	0,151	0,304	0,585	0,783	1,456	2,326	3,246
Modo 36	0,000	0,011	0,006	0,021	0,029	0,065	0,143	0,316	0,453	1,008	1,892	2,957
Modo 37	-0,002	0,003	0,003	0,019	0,070	0,161	0,289	0,458	0,549	0,761	0,945	1,583
Modo 38	-0,001	0,003	0,002	0,021	0,091	0,221	0,431	0,761	0,967	1,604	2,329	2,574
Modo 39	0,005	0,010	0,010	0,025	0,055	0,128	0,253	0,478	0,632	1,150	1,814	2,518
Modo 40	0,001	0,012	0,011	0,022	0,051	0,113	0,220	0,421	0,562	1,078	1,766	2,470
Modo 41	-0,002	0,004	0,002	0,015	0,055	0,131	0,235	0,377	0,453	0,638	0,801	0,948
Modo 42	-0,001	0,003	0,001	0,015	0,065	0,165	0,337	0,621	0,805	1,390	2,057	2,660
Modo 43	0,006	0,012	0,010	0,034	0,078	0,157	0,269	0,447	0,551	0,882	1,361	1,905
Modo 44	0,001	0,013	0,010	0,020	0,042	0,101	0,195	0,363	0,477	0,862	1,256	1,610
Modo 45	-0,002	0,003	0,001	0,012	0,040	0,098	0,178	0,290	0,351	0,503	0,638	0,756
Modo 46	-0,002	-0,005	-0,003	0,005	0,003	0,003	0,003	0,003	0,000	0,001	0,002	0,003
Modo 47	-0,001	-0,003	-0,004	-0,001	-0,001	0,003	0,003	0,003	-0,005	0,000	-0,001	0,004
Modo 48	0,009	0,013	0,013	0,042	0,108	0,224	0,393	0,659	0,821	1,306	1,807	2,204
Modo 49	0,004	0,015	0,013	0,018	0,031	0,073	0,136	0,251	0,331	0,606	0,981	1,403
Modo 50	-0,001	0,003	0,000	0,008	0,027	0,069	0,127	0,215	0,260	0,396	0,544	0,688



**Tabla 36.** Diferencias porcentuales para eje restringido con grietas en posición D.

Diferencias % POS.D	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
Modo 1	0,003	0,002	0,001	0,006	0,005	0,000	0,004	0,002	0,003	0,002	0,006	0,002
Modo 2	0,002	-0,002	0,002	0,007	0,004	-0,001	0,005	-0,004	0,002	0,000	0,006	0,005
Modo 3	0,002	0,003	0,001	0,006	0,005	0,000	0,004	0,002	0,002	0,002	0,006	0,002
Modo 4	0,003	-0,001	0,002	0,009	0,005	0,001	0,006	-0,002	0,003	0,000	0,007	0,007
Modo 5	-0,001	0,000	-0,001	0,004	0,002	-0,001	0,001	-0,003	0,002	-0,001	0,002	7,937
Modo 6	-0,008	0,001	0,038	0,204	0,974	2,213	4,229	7,207	9,150	15,046	22,606	25,125
Modo 7	-0,006	0,001	0,001	-0,004	0,049	0,154	0,451	0,931	1,337	2,745	5,049	8,299
Modo 8	-0,016	0,010	-0,004	0,001	0,010	0,016	0,014	0,012	0,016	0,009	0,017	0,008
Modo 9	-0,022	-0,011	-0,031	-0,005	0,003	-0,006	-0,003	0,010	0,004	0,007	0,015	-0,006
Modo 10	0,003	0,004	0,001	0,007	0,006	0,001	0,005	0,003	0,003	0,003	0,007	0,003
Modo 11	0,005	-0,001	0,003	0,009	0,005	0,002	0,007	-0,001	0,003	0,001	0,008	0,008
Modo 12	0,001	0,000	0,001	0,003	0,002	-0,001	0,002	-0,001	0,001	0,000	0,003	0,001
Modo 13	0,000	0,000	-0,001	0,004	0,002	0,000	0,001	-0,003	0,002	-0,001	0,002	0,001
Modo 14	0,003	0,005	0,000	0,007	0,006	0,002	0,006	0,003	0,002	0,003	0,008	0,004
Modo 15	0,005	0,000	0,004	0,010	0,006	0,004	0,008	0,000	0,004	0,001	0,009	0,009
Modo 16	-0,001	-0,001	-0,001	0,004	0,002	-0,001	0,001	-0,003	0,002	-0,001	1,317	6,488
Modo 17	0,003	0,006	0,001	0,008	0,006	0,003	0,007	0,004	0,002	0,004	1,788	1,787
Modo 18	0,005	0,000	0,004	0,011	0,007	0,005	0,008	0,001	0,004	0,001	0,015	0,011
Modo 19	0,001	0,000	0,001	0,003	0,003	-0,001	0,002	0,000	0,002	0,002	0,844	0,844
Modo 20	-0,002	0,001	0,020	0,087	0,419	0,981	1,901	3,283	4,225	7,067	7,356	7,371
Modo 21	-0,003	0,000	-0,002	-0,002	-0,001	-0,001	0,000	0,001	0,001	0,002	0,005	3,784
Modo 22	0,004	0,007	0,001	0,008	0,006	0,004	0,008	0,005	0,003	3,845	11,283	15,487
Modo 23	0,005	0,000	0,004	0,011	0,008	0,006	0,009	0,001	0,005	0,011	0,016	0,012
Modo 24	-0,001	0,000	-0,001	0,004	0,002	-0,001	0,001	-0,003	0,002	1,601	1,609	1,609
Modo 25	-0,007	0,001	-0,001	0,032	0,268	0,982	2,677	5,729	7,806	8,806	8,809	8,808
Modo 26	-0,008	0,000	-0,001	0,026	0,090	0,118	0,129	0,136	0,134	0,134	0,142	2,246
Modo 27	-0,006	0,004	0,040	0,176	0,766	1,484	2,109	2,432	2,537	2,684	4,081	4,595
Modo 28	-0,004	0,004	0,002	0,001	0,026	0,108	0,342	0,753	1,073	2,222	2,949	3,583
Modo 29	-0,012	0,005	-0,004	-0,005	0,003	0,002	0,007	0,005	0,006	0,005	0,007	0,001
Modo 30	-0,015	-0,005	-0,013	-0,002	0,001	-0,004	0,000	0,004	0,002	0,002	0,008	-0,002
Modo 31	0,000	0,000	0,000	0,003	0,003	-0,001	0,002	0,000	0,003	0,010	0,030	0,056
Modo 32	0,005	0,008	0,002	0,010	0,007	0,006	0,009	0,006	0,004	0,006	0,012	0,008
Modo 33	0,005	0,001	0,004	0,011	0,008	0,007	0,009	0,002	0,005	0,002	0,010	0,009
Modo 34	0,000	0,000	-0,001	0,005	0,002	-0,001	0,002	-0,003	0,002	-0,001	0,003	0,001
Modo 35	0,006	0,010	0,003	0,011	0,007	0,007	0,010	0,007	0,004	0,007	0,014	0,010
Modo 36	0,005	0,001	0,004	0,012	0,009	0,008	0,010	0,002	0,004	0,001	0,010	0,009
Modo 37	0,000	0,000	-0,001	0,005	0,002	0,000	0,002	-0,003	0,002	-0,001	0,002	0,001
Modo 38	0,001	0,000	0,000	0,004	0,003	0,001	0,006	0,005	0,009	0,013	0,022	0,027
Modo 39	0,007	0,011	0,004	0,012	0,008	0,009	0,012	0,009	0,006	0,009	0,016	0,012
Modo 40	0,004	0,002	0,004	0,012	0,010	0,010	0,011	0,002	0,004	0,002	0,010	0,009
Modo 41	0,000	0,000	0,000	0,005	0,003	0,000	0,003	-0,003	0,002	0,000	0,003	0,002
Modo 42	0,001	0,000	0,001	0,004	0,005	0,003	0,010	0,012	0,018	0,030	0,052	1,521
Modo 43	0,007	0,012	0,005	0,014	0,009	0,011	0,013	0,010	0,006	0,010	0,019	1,922
Modo 44	0,003	0,002	0,004	0,011	0,009	0,010	0,011	0,001	0,003	0,001	0,011	0,015
Modo 45	0,000	0,001	0,000	0,006	0,003	0,001	0,003	-0,002	0,238	1,341	3,675	4,157
Modo 46	-0,003	0,003	0,002	0,002	0,037	0,119	0,300	0,625	0,663	0,661	0,665	0,663
Modo 47	-0,002	0,004	-0,002	0,000	-0,002	-0,004	0,004	0,003	-0,002	-0,003	0,001	0,001
Modo 48	0,009	0,015	0,007	0,016	0,010	0,013	0,016	0,013	0,008	0,016	2,190	3,854
Modo 49	0,004	0,005	0,005	0,013	0,010	0,013	0,013	0,002	0,004	0,004	0,212	3,714
Modo 50	0,000	0,001	0,000	0,006	0,010	0,014	0,038	0,147	0,760	2,624	2,672	2,667

Observando las tablas, los valores más altos de diferencia porcentual respecto al eje nuevo se dan en:

- Modo 6 al porcentaje de 100% en la Posición D, con un 25.13%
- Modo 6 al porcentaje de 83% en la Posición D, con un 22.61%
- Modo 22 al porcentaje de 100% en la Posición D, con un 15.49%
- Modo 6 al porcentaje de 66% en la Posición D, con un 15.05%

#### 9.4.2.1. Medias de diferencias porcentuales por posición en el eje.

A continuación vamos a presentar unas tablas que muestran valores de las medias de diferencias porcentuales de frecuencias propias obtenidas con anterioridad para cada una de las posiciones estudiadas del eje restringido y para cada uno de los porcentajes de grieta, además de la media de diferencia porcentual por posición de las grietas en el eje:

**Tabla 37.** Medias de diferencias porcentuales para cada porcentaje y posición.

POSICIÓN A											
1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
0,003	-0,001	0,023	0,006	0,020	0,050	0,102	0,186	0,260	0,458	0,733	1,084
0,244											
POSICIÓN B											
1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
0,005	0,004	0,001	0,010	0,020	0,048	0,084	0,154	0,197	0,339	0,538	0,765
0,180											
POSICIÓN C											
1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
-0,001	0,003	0,004	0,020	0,066	0,155	0,292	0,509	0,648	1,093	1,664	2,313
0,564											
POSICIÓN D											
1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
0,000	0,002	0,002	0,016	0,057	0,126	0,249	0,427	0,562	0,979	1,552	2,334
0,525											

En estas tablas podemos ver que la diferencia porcentual, por lo general, será siempre mayor cuanto más grande sea la grieta, apoyando la teoría de que una pieza con fallo siempre presentará frecuencias de vibración menores que la misma pieza sin grieta. Como conclusión, podemos destacar que la posición donde se produce una variación media de frecuencia mayor con respecto al eje sin fallo es la posición C, con una variación media de un 0,564%.

#### 9.4.2.2. Medias de diferencias porcentuales por modo de vibración.

Otra tabla que podemos representar es la media de las diferencias porcentuales para cada uno de los porcentajes y para cada modo, en este caso, se realizara un media ponderada de cada uno de los 50 modos de vibración en las 4 diferentes posiciones. Además, tras esto haremos la media en cada uno de los modos, dato que se puede ver en la última columna de la derecha en la siguiente tabla:



**Tabla 38.** Medias de diferencias porcentuales para cada modo de vibración.

Media %	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%	Media
Modo 1	0,005	0,004	0,013	0,043	0,164	0,369	0,679	1,130	1,405	2,170	2,969	3,658	1,051
Modo 2	0,002	0,001	0,008	0,008	0,007	0,024	0,055	0,111	0,166	0,350	0,657	1,078	0,206
Modo 3	0,004	0,004	0,011	0,032	0,114	0,252	0,459	0,747	0,919	1,375	1,835	2,223	0,665
Modo 4	0,003	0,001	0,008	0,009	0,009	0,026	0,054	0,104	0,152	0,311	0,575	0,947	0,183
Modo 5	0,000	0,001	0,005	0,010	0,031	0,073	0,139	0,242	0,314	0,532	0,833	3,189	0,448
Modo 6	-0,007	-0,009	0,011	0,063	0,324	0,779	1,548	2,760	3,559	5,896	8,667	9,982	2,798
Modo 7	-0,007	-0,007	-0,003	-0,005	0,010	0,049	0,147	0,326	0,486	1,084	2,090	3,552	0,643
Modo 8	-0,007	-0,002	0,001	-0,001	0,006	0,006	0,002	0,007	-0,003	0,002	0,008	0,005	0,002
Modo 9	-0,012	-0,009	-0,013	-0,006	-0,001	-0,001	-0,011	0,002	-0,007	0,001	0,000	-0,006	-0,005
Modo 10	0,005	0,005	0,010	0,024	0,077	0,171	0,318	0,536	0,675	1,083	1,577	2,105	0,549
Modo 11	0,004	0,002	0,010	0,011	0,012	0,031	0,061	0,112	0,160	0,313	0,562	0,904	0,182
Modo 12	0,001	0,001	0,005	0,012	0,044	0,102	0,191	0,321	0,407	0,656	0,979	1,366	0,340
Modo 13	0,000	0,001	0,005	0,010	0,030	0,072	0,137	0,240	0,314	0,544	0,874	1,291	0,293
Modo 14	0,005	0,005	0,010	0,017	0,047	0,100	0,179	0,284	0,349	0,518	0,707	0,928	0,262
Modo 15	0,005	0,003	0,011	0,013	0,016	0,038	0,071	0,125	0,173	0,319	0,534	0,778	0,174
Modo 16	0,000	0,001	0,005	0,009	0,029	0,071	0,142	0,262	0,352	0,645	1,386	3,204	0,509
Modo 17	0,005	0,006	0,011	0,014	0,031	0,072	0,154	0,301	0,410	0,750	1,645	2,125	0,460
Modo 18	0,006	0,003	0,012	0,014	0,018	0,042	0,070	0,108	0,139	0,213	0,318	0,595	0,128
Modo 19	0,001	0,001	0,005	0,012	0,040	0,090	0,154	0,228	0,273	0,406	0,814	0,945	0,248
Modo 20	-0,002	-0,003	0,003	0,021	0,110	0,262	0,512	0,897	1,159	1,954	2,119	2,214	0,770
Modo 21	-0,003	-0,003	-0,002	-0,002	-0,001	-0,001	-0,002	-0,001	-0,003	-0,001	0,000	0,945	0,077
Modo 22	0,006	0,006	0,012	0,014	0,032	0,071	0,140	0,263	0,357	1,621	4,029	6,821	1,114
Modo 23	0,007	0,004	0,013	0,013	0,010	0,022	0,041	0,075	0,111	0,231	0,436	0,720	0,140
Modo 24	0,000	0,001	0,005	0,009	0,025	0,057	0,097	0,141	0,166	0,612	1,065	1,130	0,276
Modo 25	-0,005	-0,002	0,002	0,011	0,095	0,349	0,939	2,059	2,836	3,926	4,500	4,614	1,610
Modo 26	-0,006	-0,003	0,000	0,008	0,035	0,054	0,058	0,065	0,062	0,069	0,079	0,611	0,086
Modo 27	-0,005	-0,002	0,014	0,057	0,253	0,532	0,842	1,141	1,286	1,668	2,511	3,334	0,969
Modo 28	-0,003	-0,001	0,000	-0,001	0,009	0,041	0,120	0,268	0,387	0,819	1,187	1,482	0,359
Modo 29	-0,006	-0,002	-0,002	-0,002	0,001	0,000	0,002	0,002	-0,003	0,002	0,005	0,002	0,000
Modo 30	-0,007	-0,004	-0,006	-0,002	0,000	0,000	-0,001	0,003	-0,003	0,001	0,005	0,001	-0,001
Modo 31	0,001	0,001	0,004	0,010	0,036	0,063	0,074	0,077	0,078	0,089	0,102	0,119	0,055
Modo 32	0,007	0,007	0,014	0,015	0,030	0,064	0,120	0,213	0,286	0,519	0,837	1,192	0,275
Modo 33	0,007	0,005	0,014	0,013	0,009	0,020	0,039	0,076	0,116	0,250	0,476	0,757	0,149
Modo 34	0,001	0,002	0,005	0,009	0,023	0,053	0,096	0,149	0,183	0,251	0,318	0,383	0,123
Modo 35	0,008	0,009	0,016	0,015	0,029	0,058	0,106	0,183	0,245	0,439	0,712	1,013	0,236
Modo 36	0,007	0,006	0,015	0,015	0,013	0,029	0,054	0,103	0,154	0,323	0,594	0,923	0,186
Modo 37	0,001	0,002	0,005	0,008	0,020	0,047	0,084	0,133	0,166	0,234	0,301	0,600	0,133
Modo 38	0,001	0,001	0,005	0,010	0,034	0,082	0,161	0,287	0,374	0,638	0,978	1,109	0,307
Modo 39	0,010	0,010	0,019	0,017	0,027	0,050	0,088	0,150	0,206	0,375	0,614	0,882	0,204
Modo 40	0,008	0,007	0,018	0,016	0,020	0,043	0,075	0,133	0,182	0,339	0,571	0,833	0,187
Modo 41	0,001	0,002	0,005	0,007	0,017	0,039	0,072	0,114	0,143	0,206	0,268	0,324	0,100
Modo 42	0,002	0,001	0,006	0,010	0,029	0,071	0,143	0,258	0,340	0,592	0,918	1,617	0,332
Modo 43	0,010	0,011	0,020	0,020	0,031	0,055	0,089	0,146	0,192	0,323	0,533	1,263	0,225
Modo 44	0,007	0,008	0,018	0,015	0,017	0,040	0,070	0,116	0,159	0,294	0,474	0,674	0,158
Modo 45	0,001	0,002	0,006	0,007	0,013	0,032	0,059	0,129	0,287	0,864	1,808	2,309	0,460
Modo 46	-0,002	0,001	0,002	0,006	0,026	0,073	0,171	0,321	0,332	0,332	0,332	0,333	0,161
Modo 47	-0,002	0,000	-0,003	0,000	-0,001	0,000	0,001	0,002	-0,006	0,000	0,001	0,002	-0,001
Modo 48	0,013	0,013	0,023	0,024	0,040	0,073	0,123	0,204	0,268	0,446	1,220	2,311	0,397
Modo 49	0,008	0,010	0,021	0,015	0,016	0,035	0,057	0,091	0,130	0,255	0,515	1,868	0,252
Modo 50	0,002	0,002	0,007	0,009	0,023	0,055	0,103	0,195	0,395	1,023	1,548	1,941	0,442

Observamos que los modos donde la media de diferencias porcentuales es mayor son el 1, 6, 22, y 25. Así, a la vista de esta tabla, podemos concluir que dichos modos van a ser los importantes y relevantes a la hora del estudio de las frecuencias del eje, ya que nos darán los valores más destacados.

### **9.4.3 Resultados de diferencias unitarias en el eje restringido.**

De la misma manera que hemos procedido en el apartado anterior con las diferencias porcentuales, en este apartado vamos a presentar los resultados obtenidos para las diferencias unitarias en las grietas respecto a la frecuencia propia obtenida para el eje nuevo en su versión restringida.

De nuevo, como ya ocurrió en las diferencias porcentuales, tendremos algunos datos de índole negativa que alteraran la fisonomía de las tablas condicionadas. Los datos negativos en esta ocasión, como cabe esperar en diferencia unitaria, son mayores que sus homólogos de diferencia porcentual, aunque siguen siendo, en comparación a los datos positivos que nos dan la diferencia unitaria del eje, de rango menor.

Recordamos nuevamente al lector que, al considerar los datos de la posición E, debe tener en cuenta que se trata de una grieta longitudinal (paralela al eje de rotación de nuestro eje ferroviario) y no radial, como son el resto de las grietas realizadas en nuestro modelo. Esto debe de tenerse en cuenta, solo en el análisis o en diversos cálculos, si no también a la hora de interpretar los datos que ponemos a continuación junto con el resto de diferencias unitarias de las grietas en el eje restringido.

**Tabla 39.** Diferencias unitarias para eje restringido con grietas en posición A.

Diferencias Unit. A	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
Modo 1	0,024	-0,001	0,072	0,009	0,006	0,017	0,023	-0,007	0,027	0,016	0,024	0,012
Modo 2	0,015	-0,014	0,070	0,014	0,005	0,008	0,021	-0,041	0,023	0,011	-0,005	0,009
Modo 3	0,057	0,000	0,195	0,026	0,019	0,047	0,059	-0,018	0,073	0,049	0,061	0,039
Modo 4	0,049	-0,031	0,200	0,044	0,019	0,033	0,064	-0,095	0,069	0,041	-0,008	0,035
Modo 5	0,010	-0,010	0,160	0,010	-0,020	0,000	0,020	-0,050	0,040	-0,010	0,000	0,000
Modo 6	-0,040	-0,170	0,290	0,640	4,650	12,820	27,820	54,240	71,860	120,250	169,700	208,460
Modo 7	-0,030	-0,150	0,090	-0,020	0,100	0,650	2,010	5,530	8,880	22,600	46,650	83,280
Modo 8	-0,050	-0,110	0,160	-0,010	0,180	0,070	-0,030	0,210	-0,120	0,080	0,180	0,130
Modo 9	-0,110	-0,080	0,040	-0,030	0,030	-0,030	-0,090	0,060	-0,130	-0,010	0,060	-0,010
Modo 10	0,100	0,010	0,390	0,060	0,050	0,100	0,120	-0,030	0,150	0,110	0,120	0,090
Modo 11	0,100	-0,050	0,400	0,090	0,040	0,080	0,130	-0,160	0,140	0,090	0,000	0,080
Modo 12	0,040	-0,020	0,200	0,020	0,010	0,030	0,060	-0,050	0,100	0,080	0,120	0,150
Modo 13	0,030	-0,010	0,320	0,020	-0,030	0,000	0,040	-0,110	0,070	-0,010	0,020	0,000
Modo 14	0,140	0,030	0,660	0,100	0,080	0,160	0,170	-0,070	0,250	0,180	0,180	0,140
Modo 15	0,180	-0,050	0,700	0,160	0,070	0,150	0,220	-0,240	0,250	0,170	0,020	0,150
Modo 16	0,050	-0,020	0,480	0,020	-0,050	0,000	0,050	-0,160	0,110	-0,030	0,020	-0,010
Modo 17	0,180	0,060	1,020	0,160	0,130	0,240	0,240	-0,130	0,370	0,270	0,240	0,210
Modo 18	0,270	-0,040	1,070	0,230	0,100	0,230	0,330	-0,320	0,360	0,260	0,040	0,240
Modo 19	0,090	-0,050	0,420	0,050	0,020	0,100	0,170	-0,030	0,280	0,250	0,350	0,400
Modo 20	-0,050	-0,140	0,010	0,030	0,830	2,360	5,260	10,850	14,580	26,350	39,390	52,130
Modo 21	-0,200	-0,170	0,010	-0,030	-0,050	-0,010	-0,010	0,040	-0,220	-0,020	0,040	0,030
Modo 22	0,240	0,110	1,480	0,260	0,210	0,350	0,330	-0,210	0,550	0,380	24,910	241,710
Modo 23	0,380	-0,020	1,540	0,300	0,130	0,330	0,450	-0,430	0,500	0,350	0,530	0,510
Modo 24	0,060	-0,010	0,660	0,030	-0,070	0,000	0,070	-0,230	0,150	-0,040	67,460	67,700
Modo 25	-0,040	-0,100	0,720	0,590	5,000	17,860	47,970	111,970	158,670	309,290	406,760	406,730
Modo 26	-0,080	-0,110	0,600	0,510	2,770	4,370	5,020	5,840	5,540	5,890	6,200	5,900
Modo 27	-0,120	0,020	1,210	2,620	12,270	26,830	43,840	59,190	64,410	73,270	91,900	146,940
Modo 28	-0,030	-0,150	0,290	-0,030	0,850	2,620	6,650	15,610	23,210	50,760	86,700	113,160
Modo 29	-0,160	-0,310	0,120	-0,010	0,200	-0,030	-0,130	0,220	-0,350	0,110	0,320	0,170
Modo 30	-0,080	-0,260	-0,060	0,010	0,120	-0,030	-0,180	0,130	-0,350	-0,010	0,200	-0,020
Modo 31	0,110	-0,080	0,560	0,060	0,030	0,140	0,290	0,210	0,840	1,860	3,780	5,630
Modo 32	0,310	0,190	2,030	0,380	0,310	0,470	0,440	-0,310	0,760	0,520	0,440	0,380
Modo 33	0,460	0,010	2,080	0,370	0,160	0,420	0,570	-0,550	0,640	0,450	0,160	0,440
Modo 34	0,100	0,000	0,870	0,070	-0,060	0,030	0,130	-0,260	0,230	-0,030	0,060	0,020
Modo 35	0,430	0,300	2,690	0,520	0,420	0,610	0,560	-0,440	1,010	0,640	0,560	0,470
Modo 36	0,520	0,060	2,720	0,430	0,200	0,530	0,680	-0,690	0,770	0,550	0,220	0,540
Modo 37	0,110	0,000	1,090	0,070	-0,090	0,020	0,140	-0,350	0,270	-0,040	0,070	0,020
Modo 38	0,180	-0,100	0,930	0,100	0,010	0,150	0,280	-0,180	0,570	0,790	1,690	2,690
Modo 39	0,650	0,450	3,490	0,740	0,580	0,820	0,710	-0,570	1,340	0,810	0,740	0,580
Modo 40	0,590	0,160	3,470	0,530	0,250	0,660	0,790	-0,830	0,960	0,660	0,330	0,670
Modo 41	0,170	0,020	1,350	0,130	-0,070	0,070	0,210	-0,390	0,380	-0,020	0,110	0,060
Modo 42	0,260	-0,110	1,380	0,180	0,110	0,370	0,620	0,020	1,090	1,360	2,700	4,420
Modo 43	0,790	0,550	4,310	0,920	0,690	0,980	0,870	-0,800	1,630	0,930	0,860	0,660
Modo 44	0,530	0,230	4,250	0,580	0,260	0,740	0,850	-1,060	1,090	0,700	0,410	0,790
Modo 45	0,200	0,050	1,630	0,160	-0,060	0,120	0,270	11,250	36,910	119,230	221,400	332,820
Modo 46	-0,090	0,260	0,850	1,230	5,690	14,600	32,470	55,440	56,380	55,910	56,040	56,010
Modo 47	0,040	-0,060	-0,100	0,170	0,020	-0,060	-0,150	0,250	-0,640	0,060	0,250	0,300
Modo 48	1,060	0,810	5,280	1,220	0,950	1,250	1,130	-0,970	2,040	1,160	1,140	152,070
Modo 49	0,570	0,530	5,210	0,720	0,400	0,970	1,060	-1,170	1,360	0,880	0,670	82,070
Modo 50	0,350	-0,090	2,240	0,340	0,660	1,640	2,900	3,580	6,420	22,710	157,710	246,930

**Tabla 40.** Diferencias unitarias para eje restringido con grietas en posición B.

Diferencias Unit. B	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
Modo 1	0,021	0,023	0,017	0,096	0,312	0,773	1,485	2,675	3,408	5,310	7,109	8,348
Modo 2	0,025	0,011	0,008	0,035	0,007	0,080	0,155	0,347	0,507	1,145	2,314	3,874
Modo 3	0,060	0,060	0,040	0,236	0,735	1,750	3,274	5,706	7,150	10,757	14,043	16,186
Modo 4	0,078	0,036	0,029	0,099	0,019	0,191	0,326	0,707	1,006	2,191	4,334	7,145
Modo 5	0,020	0,020	0,000	0,050	0,070	0,230	0,410	0,790	1,020	1,680	2,430	3,120
Modo 6	-0,140	-0,130	-0,080	-0,040	-0,140	-0,060	-0,150	-0,200	-0,230	-0,040	0,040	-0,100
Modo 7	-0,170	-0,140	-0,170	-0,200	-0,130	-0,030	-0,080	-0,190	-0,340	-0,070	0,000	-0,080
Modo 8	-0,130	-0,030	-0,130	-0,090	-0,020	-0,020	-0,120	-0,050	-0,260	-0,060	0,030	0,010
Modo 9	-0,280	-0,070	-0,400	-0,310	0,000	-0,030	-0,500	-0,040	-0,360	-0,040	-0,140	-0,270
Modo 10	0,130	0,120	0,080	0,410	1,210	2,760	5,100	8,790	11,040	17,010	23,510	29,400
Modo 11	0,160	0,080	0,060	0,200	0,050	0,340	0,520	1,090	1,510	3,120	5,970	9,630
Modo 12	0,050	0,040	0,040	0,220	0,590	1,560	3,030	5,680	7,480	13,180	21,350	31,170
Modo 13	0,050	0,050	0,010	0,110	0,150	0,470	0,840	1,610	2,070	3,410	4,960	6,370
Modo 14	0,210	0,190	0,120	0,580	1,600	3,460	6,080	9,870	11,930	16,740	21,010	23,810
Modo 15	0,280	0,140	0,120	0,330	0,110	0,550	0,780	1,580	2,120	4,130	7,570	11,870
Modo 16	0,070	0,070	0,020	0,160	0,230	0,710	1,280	2,470	3,200	5,350	7,900	15,900
Modo 17	0,330	0,270	0,180	0,760	1,980	4,330	8,020	14,290	18,620	31,970	51,030	67,730
Modo 18	0,420	0,230	0,180	0,500	0,210	0,810	1,130	2,250	2,960	5,470	9,650	14,780
Modo 19	0,100	0,090	0,090	0,450	1,160	2,830	5,030	8,380	10,130	14,990	20,690	26,880
Modo 20	-0,120	-0,050	-0,130	-0,130	-0,050	-0,040	-0,090	-0,130	-0,130	-0,120	-0,050	-0,080
Modo 21	-0,070	-0,060	-0,240	-0,220	-0,060	-0,060	-0,180	-0,150	-0,170	-0,110	-0,100	-0,040
Modo 22	0,500	0,380	0,270	0,930	2,150	4,100	6,710	10,270	12,060	16,720	22,410	28,190
Modo 23	0,590	0,330	0,260	0,700	0,340	1,150	1,640	3,320	4,430	8,280	14,640	22,310
Modo 24	0,090	0,100	0,010	0,220	0,310	0,970	1,730	3,280	4,210	6,820	9,760	12,470
Modo 25	-0,400	-0,130	-0,300	-0,030	0,000	0,510	0,560	1,350	1,410	2,870	4,290	5,970
Modo 26	-0,440	-0,160	-0,370	-0,150	-0,220	0,000	-0,290	-0,020	-0,250	0,530	1,350	2,350
Modo 27	-0,260	-0,300	-0,190	-0,180	-0,340	-0,070	0,960	9,370	15,360	35,300	64,750	99,980
Modo 28	-0,270	-0,130	-0,190	-0,240	-0,150	-0,060	-0,060	-0,110	-0,210	0,200	0,220	0,180
Modo 29	-0,320	-0,200	-0,250	-0,130	-0,090	-0,260	-0,040	-0,070	-0,480	0,050	0,190	0,070
Modo 30	-0,450	-0,070	-0,550	-0,460	0,030	-0,140	-0,150	0,040	-0,400	0,110	0,140	0,220
Modo 31	0,120	0,110	0,110	0,590	1,670	4,480	6,450	7,220	6,670	7,500	7,280	7,170
Modo 32	0,700	0,510	0,380	1,090	2,270	3,990	6,180	9,070	10,410	14,560	21,310	32,210
Modo 33	0,760	0,450	0,340	0,920	0,510	1,570	2,290	4,670	6,280	11,770	21,010	30,270
Modo 34	0,160	0,150	0,060	0,320	0,430	1,280	2,270	4,280	5,500	8,980	12,950	16,580
Modo 35	0,930	0,660	0,550	1,260	2,390	3,900	5,990	9,070	10,750	17,060	30,330	47,970
Modo 36	0,970	0,590	0,430	1,180	0,750	2,080	3,140	6,460	8,790	16,750	28,500	43,630
Modo 37	0,180	0,190	0,050	0,390	0,530	1,590	2,810	5,330	6,830	11,200	16,190	51,440
Modo 38	0,210	0,200	0,200	0,960	2,590	6,740	13,050	24,580	32,600	59,060	98,250	114,900
Modo 39	1,240	0,880	0,770	1,500	2,480	3,690	5,420	8,630	11,750	23,130	43,350	69,980
Modo 40	1,220	0,780	0,550	1,480	1,020	2,690	4,190	8,490	10,440	18,800	35,560	59,640
Modo 41	0,260	0,260	0,100	0,510	0,710	1,930	3,470	6,510	8,310	13,650	19,710	25,270
Modo 42	0,300	0,300	0,290	1,350	3,490	8,950	17,020	31,470	41,420	73,640	120,640	176,460
Modo 43	1,540	1,050	0,980	1,670	2,520	3,400	5,120	11,040	15,460	31,130	59,630	97,950
Modo 44	1,430	0,960	0,630	1,690	1,270	3,250	5,310	8,980	11,610	24,530	50,120	85,410
Modo 45	0,340	0,370	0,130	0,650	0,840	2,350	4,170	7,770	9,930	16,300	23,560	30,200
Modo 46	-0,260	0,250	-0,070	0,050	-0,170	-0,050	-0,170	-0,080	-0,380	0,210	-0,090	0,300
Modo 47	-0,410	0,100	-0,340	-0,050	-0,140	0,040	-0,150	-0,100	-0,560	0,100	-0,050	-0,100
Modo 48	1,980	1,360	1,320	2,070	2,800	3,850	6,550	13,990	19,860	40,530	78,790	135,740
Modo 49	1,770	1,290	0,900	2,040	1,730	3,890	5,960	11,260	15,550	36,080	77,680	130,620
Modo 50	0,360	0,420	0,350	1,800	4,340	10,910	19,830	35,320	45,490	76,820	118,460	162,030



**Tabla 41.** Diferencias unitarias para eje restringido con grietas en posición C.

Diferencias Unit. C	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
Modo 1	0,007	0,028	0,081	0,436	1,809	4,039	7,373	12,137	14,969	23,102	31,750	39,558
Modo 2	-0,018	0,020	0,024	0,031	0,071	0,228	0,527	1,162	1,634	3,432	6,282	10,221
Modo 3	0,009	0,055	0,128	0,759	3,048	6,735	12,135	19,548	23,818	35,670	47,874	58,923
Modo 4	-0,042	0,055	0,029	0,103	0,229	0,647	1,387	2,912	4,034	8,276	15,071	24,782
Modo 5	-0,020	0,040	0,060	0,320	1,240	2,870	5,430	9,470	12,160	20,770	32,670	47,680
Modo 6	-0,120	-0,190	-0,130	0,050	0,020	-0,050	-0,060	-0,080	-0,060	-0,030	0,030	0,000
Modo 7	-0,110	-0,140	-0,080	-0,010	-0,090	-0,020	0,000	-0,110	-0,010	-0,160	-0,070	-0,040
Modo 8	0,020	-0,100	0,070	0,040	0,030	0,060	0,050	0,040	-0,020	-0,020	-0,010	0,010
Modo 9	0,010	-0,180	0,060	0,050	-0,120	0,060	0,010	-0,050	0,020	0,010	-0,130	0,000
Modo 10	0,010	0,090	0,140	0,880	3,370	7,620	14,250	24,090	30,210	49,340	73,130	99,740
Modo 11	-0,070	0,100	0,080	0,240	0,570	1,480	3,000	5,970	8,110	16,030	28,430	45,720
Modo 12	-0,020	0,050	0,090	0,520	2,200	5,050	9,280	15,310	18,870	29,450	42,230	57,580
Modo 13	-0,030	0,080	0,120	0,620	2,400	5,580	10,650	18,760	24,270	42,460	68,630	102,470
Modo 14	0,010	0,130	0,120	0,770	2,580	5,690	10,370	16,730	20,450	31,440	44,810	62,810
Modo 15	-0,080	0,170	0,130	0,450	1,150	2,810	5,480	10,360	13,740	25,480	42,180	60,620
Modo 16	-0,050	0,110	0,160	0,870	3,440	8,290	16,530	30,840	41,080	76,180	125,640	184,040
Modo 17	0,010	0,190	0,160	0,620	1,730	4,610	11,300	24,500	33,680	64,100	102,940	148,120
Modo 18	-0,080	0,250	0,150	0,690	1,790	4,160	7,310	11,910	14,470	21,660	30,760	61,170
Modo 19	-0,040	0,110	0,150	0,970	3,970	8,750	14,680	21,300	24,940	37,360	57,270	68,000
Modo 20	-0,070	-0,230	-0,100	-0,030	0,010	-0,020	0,010	-0,060	-0,050	-0,050	-0,120	-0,020
Modo 21	-0,060	-0,180	-0,050	0,030	0,000	-0,060	-0,090	-0,100	-0,030	-0,090	-0,080	-0,080
Modo 22	0,040	0,280	0,260	0,800	2,690	7,200	15,850	33,350	46,500	92,210	152,980	218,910
Modo 23	-0,070	0,360	0,160	0,710	0,830	1,880	4,370	9,400	13,280	29,150	56,420	96,050
Modo 24	-0,080	0,140	0,170	1,050	3,910	8,610	14,510	20,850	23,580	28,960	34,460	42,380
Modo 25	-0,130	-0,210	-0,060	0,050	0,120	0,790	1,320	2,410	3,240	6,340	13,470	32,850
Modo 26	-0,140	-0,240	-0,080	-0,030	-0,170	0,100	-0,010	-0,030	0,080	0,150	0,420	0,850
Modo 27	-0,240	-0,350	-0,230	0,020	0,060	4,470	16,220	34,730	46,580	84,810	132,290	176,750
Modo 28	-0,150	-0,160	-0,110	-0,010	-0,110	0,140	0,110	-0,010	0,080	0,150	0,300	0,290
Modo 29	-0,060	-0,120	0,000	0,030	-0,140	0,190	0,180	0,080	0,030	0,060	0,070	0,200
Modo 30	-0,070	-0,240	0,000	0,080	-0,110	0,280	0,210	0,210	0,110	0,070	0,190	0,150
Modo 31	-0,050	0,130	0,180	1,210	5,190	7,630	7,570	7,550	7,540	7,420	7,280	7,590
Modo 32	0,090	0,390	0,390	1,040	3,280	8,410	17,400	34,470	46,940	90,510	148,470	210,290
Modo 33	-0,050	0,480	0,220	0,870	0,760	1,780	4,610	11,210	16,540	38,770	75,550	123,180
Modo 34	-0,090	0,190	0,210	1,180	4,370	9,940	17,620	27,490	32,600	43,990	53,770	63,850
Modo 35	0,180	0,530	0,540	1,210	3,670	9,160	18,500	35,550	47,590	88,460	141,360	197,260
Modo 36	-0,020	0,640	0,350	1,280	1,770	3,940	8,720	19,230	27,510	61,230	114,990	179,680
Modo 37	-0,120	0,220	0,170	1,190	4,390	10,180	18,210	28,910	34,620	47,990	59,640	99,890
Modo 38	-0,080	0,190	0,160	1,370	5,820	14,150	27,620	48,740	61,950	102,740	149,130	164,840
Modo 39	0,340	0,730	0,720	1,780	3,880	9,060	17,900	33,730	44,650	81,210	128,100	177,810
Modo 40	0,060	0,840	0,770	1,580	3,600	8,000	15,520	29,700	39,720	76,100	124,700	174,420
Modo 41	-0,130	0,260	0,150	1,130	4,080	9,620	17,280	27,700	33,330	46,910	58,890	69,730
Modo 42	-0,090	0,250	0,110	1,200	5,120	13,070	26,600	49,060	63,620	109,820	162,540	210,130
Modo 43	0,500	0,930	0,830	2,700	6,240	12,600	21,630	35,970	44,370	71,020	109,570	153,340
Modo 44	0,120	1,040	0,770	1,590	3,350	8,140	15,680	29,230	38,380	69,410	101,100	129,590
Modo 45	-0,130	0,290	0,100	1,020	3,360	8,260	14,960	24,380	29,460	42,210	53,620	63,490
Modo 46	-0,140	-0,390	-0,250	0,410	0,220	0,250	0,230	0,250	0,040	0,080	0,170	0,230
Modo 47	-0,070	-0,280	-0,380	-0,070	-0,060	0,250	0,220	0,240	-0,460	0,020	-0,050	0,370
Modo 48	0,820	1,210	1,200	3,810	9,800	20,190	35,490	59,570	74,120	118,010	163,240	199,050
Modo 49	0,330	1,320	1,160	1,600	2,820	6,560	12,260	22,700	29,860	54,730	88,580	126,730
Modo 50	-0,090	0,290	-0,040	0,700	2,530	6,430	11,810	19,910	24,090	36,750	50,450	63,880



**Tabla 42.** Diferencias unitarias para eje restringido con grietas en posición D.

Diferencias Unit. D	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
Modo 1	0,009	0,008	0,004	0,021	0,018	-0,001	0,014	0,005	0,009	0,007	0,020	0,008
Modo 2	0,007	-0,005	0,006	0,024	0,013	-0,002	0,018	-0,012	0,007	-0,001	0,020	0,017
Modo 3	0,021	0,025	0,006	0,052	0,044	-0,001	0,038	0,016	0,020	0,019	0,053	0,020
Modo 4	0,029	-0,011	0,021	0,072	0,040	0,007	0,054	-0,021	0,025	0,002	0,060	0,056
Modo 5	-0,010	0,000	-0,010	0,040	0,020	-0,010	0,010	-0,030	0,020	-0,010	0,020	83,644
Modo 6	-0,110	0,010	0,540	2,870	13,710	31,150	59,520	101,440	128,780	211,760	318,160	353,620
Modo 7	-0,090	0,020	0,010	-0,050	0,690	2,170	6,350	13,110	18,820	38,640	71,070	116,810
Modo 8	-0,220	0,140	-0,060	0,020	0,140	0,230	0,200	0,170	0,220	0,130	0,240	0,110
Modo 9	-0,310	-0,160	-0,430	-0,070	0,040	-0,080	-0,040	0,140	0,060	0,100	0,210	-0,080
Modo 10	0,050	0,060	0,010	0,110	0,090	0,010	0,080	0,040	0,040	0,050	0,110	0,050
Modo 11	0,070	-0,020	0,050	0,140	0,080	0,030	0,110	-0,020	0,050	0,010	0,120	0,120
Modo 12	0,010	0,000	0,010	0,050	0,040	-0,010	0,040	-0,010	0,020	0,000	0,050	0,020
Modo 13	-0,010	-0,010	-0,020	0,090	0,040	-0,010	0,030	-0,060	0,040	-0,020	0,050	0,020
Modo 14	0,070	0,110	0,010	0,160	0,130	0,040	0,130	0,070	0,050	0,080	0,180	0,090
Modo 15	0,120	-0,010	0,090	0,240	0,150	0,090	0,180	-0,010	0,100	0,030	0,200	0,200
Modo 16	-0,020	-0,020	-0,030	0,130	0,050	-0,030	0,040	-0,090	0,060	-0,030	41,610	205,030
Modo 17	0,110	0,190	0,020	0,250	0,180	0,090	0,210	0,120	0,080	0,130	57,520	57,490
Modo 18	0,170	0,000	0,130	0,340	0,230	0,160	0,270	0,020	0,140	0,040	0,480	0,350
Modo 19	0,030	0,000	0,020	0,100	0,090	-0,020	0,080	-0,010	0,060	0,060	27,390	27,400
Modo 20	-0,060	0,020	0,710	3,040	14,660	34,340	66,570	114,960	147,970	247,500	257,630	258,130
Modo 21	-0,100	0,010	-0,070	-0,070	-0,020	-0,030	0,010	0,020	0,040	0,080	0,160	132,520
Modo 22	0,170	0,290	0,050	0,350	0,260	0,170	0,320	0,200	0,130	159,320	467,580	641,770
Modo 23	0,220	0,020	0,170	0,460	0,330	0,260	0,370	0,060	0,200	0,440	0,660	0,500
Modo 24	-0,030	-0,020	-0,040	0,180	0,070	-0,040	0,060	-0,140	0,080	67,420	67,750	67,750
Modo 25	-0,340	0,030	-0,040	1,490	12,390	45,370	123,640	264,570	360,510	406,700	406,820	406,770
Modo 26	-0,360	0,010	-0,060	1,220	4,180	5,470	5,950	6,290	6,200	6,210	6,570	103,980
Modo 27	-0,270	0,180	1,930	8,530	37,140	71,920	102,230	117,880	122,940	130,080	197,790	222,690
Modo 28	-0,210	0,180	0,080	0,030	1,240	5,220	16,590	36,520	52,010	107,680	142,930	173,660
Modo 29	-0,590	0,240	-0,200	-0,220	0,140	0,120	0,350	0,240	0,310	0,240	0,350	0,040
Modo 30	-0,740	-0,260	-0,650	-0,080	0,040	-0,190	-0,020	0,210	0,100	0,100	0,390	-0,100
Modo 31	0,020	-0,010	0,020	0,150	0,130	-0,060	0,110	0,000	0,160	0,470	1,470	2,710
Modo 32	0,250	0,420	0,090	0,490	0,340	0,290	0,450	0,300	0,190	0,320	0,620	0,410
Modo 33	0,260	0,030	0,200	0,580	0,430	0,370	0,480	0,090	0,230	0,080	0,500	0,480
Modo 34	-0,010	0,000	-0,030	0,260	0,120	-0,030	0,110	-0,160	0,120	-0,030	0,140	0,070
Modo 35	0,350	0,580	0,160	0,660	0,450	0,430	0,620	0,420	0,270	0,450	0,830	0,580
Modo 36	0,280	0,060	0,240	0,700	0,540	0,500	0,590	0,110	0,260	0,090	0,590	0,560
Modo 37	-0,020	-0,010	-0,040	0,310	0,130	-0,030	0,130	-0,200	0,130	-0,040	0,140	0,090
Modo 38	0,050	0,000	0,030	0,230	0,220	0,060	0,400	0,340	0,590	0,820	1,430	1,740
Modo 39	0,460	0,810	0,290	0,880	0,600	0,650	0,860	0,640	0,400	0,640	1,140	0,820
Modo 40	0,290	0,140	0,300	0,830	0,680	0,690	0,750	0,160	0,310	0,120	0,740	0,660
Modo 41	-0,030	0,030	0,000	0,400	0,200	0,000	0,200	-0,210	0,180	-0,010	0,210	0,130
Modo 42	0,070	0,020	0,050	0,340	0,370	0,200	0,810	0,940	1,450	2,340	4,080	120,140
Modo 43	0,550	0,990	0,390	1,090	0,690	0,860	1,070	0,820	0,470	0,800	1,500	154,730
Modo 44	0,210	0,190	0,290	0,910	0,740	0,830	0,860	0,120	0,250	0,080	0,850	1,220
Modo 45	-0,020	0,070	0,030	0,500	0,270	0,050	0,280	-0,130	19,990	112,630	308,640	349,150
Modo 46	-0,240	0,250	0,190	0,210	3,110	10,030	25,400	52,850	56,070	55,920	56,230	56,090
Modo 47	-0,170	0,340	-0,130	0,030	-0,210	-0,370	0,340	0,240	-0,210	-0,250	0,060	0,100
Modo 48	0,850	1,340	0,640	1,460	0,920	1,210	1,440	1,150	0,690	1,430	197,800	348,100
Modo 49	0,370	0,430	0,440	1,160	0,910	1,140	1,140	0,210	0,370	0,360	19,160	335,520
Modo 50	0,030	0,060	0,030	0,590	0,930	1,330	3,540	13,630	70,560	243,520	247,900	247,500

Para el caso de diferencias unitarias, las diferencias más altas respecto al eje nuevo serán:

- Modo 22 al porcentaje de 100% en la Posición D, con un 641.77Hz.
- Modo 25 al porcentaje de 83% en la Posición E, con un 406.82Hz.
- Modo 25 al porcentaje de 100% en la Posición E, con un 406.77Hz.
- Modo 25 al porcentaje de 83% en la Posición E, con un 406.76Hz.

#### 9.4.3.1. Medias de diferencias unitarias por posición en el eje restringido.

A continuación vamos a presentar unas tablas que muestran valores de las medias de diferencias unitarias de las frecuencias propias obtenidas con anterioridad para cada una de las posiciones estudiadas del eje restringido y para cada uno de los porcentajes de la grieta, además de la media de la diferencia unitaria por posición de las grietas en el eje restringido:

**Tabla 43.** Medias de diferencias unitarias para cada porcentaje y posición.

POSICIÓN A											
1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
0,167	0,027	1,197	0,296	0,763	1,878	3,710	6,474	9,271	16,397	27,830	44,319
9,361											
POSICIÓN B											
1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
0,279	0,233	0,125	0,508	0,842	1,947	3,326	6,137	7,910	14,174	23,692	35,301
7,873											
POSICIÓN C											
1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
-0,005	0,184	0,177	0,758	2,214	5,196	9,844	17,424	22,325	38,274	58,620	81,102
19,676											
POSICIÓN D											
1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
0,023	0,135	0,109	0,626	1,956	4,291	8,460	14,540	19,831	35,930	58,204	89,470
19,465											

En estas tablas podemos ver como la diferencia unitaria será mayor cuanto más grande sea la grieta, apoyando la teoría de que una pieza con fallo siempre tendrá frecuencias de vibración menores que la misma pieza sin grieta. En esta ocasión, la posición donde se produce la variación media de frecuencia mayor es la posición C, con una variación de un 19.676Hz.

#### 9.4.3.2. Medias de diferencias unitarias por modo de vibración.

Llegados a este punto, representamos, como ya lo hicimos para el eje libre, la media de las diferencias unitarias para cada uno de los porcentajes de grieta y para uno de los modos. Como en los anteriores casos, se realizara una media ponderada de cada uno de los 50 modos de vibración para que los resultados sean más visibles. Además, tras esto haremos la media en cada uno de los modos, dato que se puede ver en la última columna de la siguiente tabla:



**Tabla 44.** Medias de diferencias unitarias para cada modo de vibración.

Media Unit.	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%	Media
Modo 1	0,015	0,014	0,044	0,141	0,536	1,207	2,224	3,703	4,603	7,109	9,726	11,982	3,442
Modo 2	0,007	0,003	0,027	0,026	0,024	0,078	0,180	0,364	0,543	1,147	2,153	3,530	0,674
Modo 3	0,037	0,035	0,092	0,268	0,962	2,133	3,876	6,313	7,765	11,624	15,508	18,792	5,617
Modo 4	0,028	0,012	0,070	0,079	0,077	0,219	0,458	0,876	1,283	2,627	4,864	8,005	1,550
Modo 5	0,000	0,012	0,052	0,105	0,327	0,772	1,467	2,545	3,310	5,607	8,780	33,611	4,716
Modo 6	-0,102	-0,120	0,155	0,880	4,560	10,965	21,783	38,850	50,088	82,985	121,983	140,495	39,377
Modo 7	-0,100	-0,103	-0,038	-0,070	0,142	0,693	2,070	4,585	6,837	15,253	29,413	49,993	9,056
Modo 8	-0,095	-0,025	0,010	-0,010	0,083	0,085	0,025	0,093	-0,045	0,033	0,110	0,065	0,027
Modo 9	-0,172	-0,123	-0,183	-0,090	-0,012	-0,020	-0,155	0,028	-0,102	0,015	0,000	-0,090	-0,075
Modo 10	0,073	0,070	0,155	0,365	1,180	2,623	4,888	8,223	10,360	16,628	24,218	32,320	8,425
Modo 11	0,065	0,028	0,147	0,168	0,185	0,483	0,940	1,720	2,453	4,813	8,630	13,888	2,793
Modo 12	0,020	0,017	0,085	0,202	0,710	1,657	3,102	5,233	6,618	10,678	15,938	22,230	5,541
Modo 13	0,010	0,028	0,108	0,210	0,640	1,510	2,890	5,050	6,613	11,460	18,415	27,215	6,179
Modo 14	0,107	0,115	0,227	0,402	1,097	2,337	4,188	6,650	8,170	12,110	16,545	21,713	6,139
Modo 15	0,125	0,062	0,260	0,295	0,370	0,900	1,665	2,922	4,052	7,452	12,492	18,210	4,067
Modo 16	0,013	0,035	0,158	0,295	0,918	2,243	4,475	8,265	11,113	20,368	43,793	101,240	16,076
Modo 17	0,157	0,177	0,345	0,447	1,005	2,317	4,942	9,695	13,187	24,117	52,932	68,387	14,809
Modo 18	0,195	0,110	0,382	0,440	0,582	1,340	2,260	3,465	4,482	6,857	10,232	19,135	4,124
Modo 19	0,045	0,038	0,170	0,393	1,310	2,915	4,990	7,410	8,853	13,165	26,425	30,670	8,032
Modo 20	-0,075	-0,100	0,122	0,727	3,862	9,160	17,937	31,405	40,592	68,420	74,212	77,540	26,984
Modo 21	-0,108	-0,100	-0,088	-0,073	-0,033	-0,040	-0,068	-0,048	-0,095	-0,035	0,005	33,107	2,702
Modo 22	0,237	0,265	0,515	0,585	1,327	2,955	5,803	10,902	14,810	67,158	166,970	282,645	46,181
Modo 23	0,280	0,173	0,533	0,543	0,408	0,905	1,708	3,088	4,603	9,555	18,063	29,843	5,808
Modo 24	0,010	0,053	0,200	0,370	1,055	2,385	4,093	5,940	7,005	25,790	44,858	47,575	11,611
Modo 25	-0,227	-0,102	0,080	0,525	4,378	16,132	43,373	95,075	130,958	181,300	207,835	213,080	74,367
Modo 26	-0,255	-0,125	0,023	0,388	1,640	2,485	2,667	3,020	2,892	3,195	3,635	28,270	3,986
Modo 27	-0,223	-0,113	0,680	2,747	12,282	25,787	40,812	55,292	62,322	80,865	121,683	161,590	46,977
Modo 28	-0,165	-0,065	0,018	-0,062	0,458	1,980	5,823	13,003	18,773	39,698	57,538	71,823	17,401
Modo 29	-0,283	-0,098	-0,082	-0,083	0,027	0,005	0,090	0,118	-0,123	0,115	0,232	0,120	0,003
Modo 30	-0,335	-0,207	-0,315	-0,112	0,020	-0,020	-0,035	0,148	-0,135	0,067	0,230	0,062	-0,053
Modo 31	0,050	0,037	0,217	0,502	1,755	3,047	3,605	3,745	3,803	4,312	4,952	5,775	2,650
Modo 32	0,337	0,377	0,722	0,750	1,550	3,290	6,117	10,882	14,575	26,477	42,710	60,822	14,051
Modo 33	0,357	0,242	0,710	0,685	0,465	1,035	1,987	3,855	5,922	12,767	24,305	38,592	7,577
Modo 34	0,040	0,085	0,278	0,457	1,215	2,805	5,033	7,837	9,612	13,228	16,730	20,130	6,454
Modo 35	0,473	0,518	0,985	0,913	1,733	3,525	6,418	11,150	14,905	26,653	43,270	61,570	14,343
Modo 36	0,437	0,337	0,935	0,897	0,815	1,762	3,282	6,277	9,332	19,655	36,075	56,102	11,326
Modo 37	0,037	0,100	0,317	0,490	1,240	2,940	5,322	8,422	10,462	14,777	19,010	37,860	8,415
Modo 38	0,090	0,073	0,330	0,665	2,160	5,275	10,338	18,370	23,928	40,853	62,625	71,043	19,646
Modo 39	0,672	0,718	1,318	1,225	1,885	3,555	6,222	10,608	14,535	26,448	43,333	62,298	14,401
Modo 40	0,540	0,480	1,273	1,105	1,387	3,010	5,312	9,380	12,857	23,920	40,332	58,847	13,204
Modo 41	0,068	0,143	0,400	0,543	1,230	2,905	5,290	8,403	10,550	15,133	19,730	23,798	7,349
Modo 42	0,135	0,115	0,457	0,767	2,272	5,647	11,262	20,372	26,895	46,790	72,490	127,788	26,249
Modo 43	0,845	0,880	1,627	1,595	2,535	4,460	7,172	11,757	15,483	25,970	42,890	101,670	18,074
Modo 44	0,572	0,605	1,485	1,193	1,405	3,240	5,675	9,318	12,833	23,680	38,120	54,253	12,698
Modo 45	0,098	0,195	0,473	0,582	1,103	2,695	4,920	10,818	24,073	72,593	151,805	193,915	38,606
Modo 46	-0,182	0,093	0,180	0,475	2,213	6,208	14,482	27,115	28,028	28,030	28,088	28,157	13,574
Modo 47	-0,153	0,025	-0,238	0,020	-0,097	-0,035	0,065	0,157	-0,468	-0,017	0,052	0,167	-0,043
Modo 48	1,178	1,180	2,110	2,140	3,618	6,625	11,153	18,435	24,178	40,283	110,243	208,740	35,823
Modo 49	0,760	0,893	1,928	1,380	1,465	3,140	5,105	8,250	11,785	23,013	46,523	168,735	22,748
Modo 50	0,162	0,170	0,645	0,857	2,115	5,077	9,520	18,110	36,640	94,950	143,630	180,085	40,997

Observamos que los modos donde la media de diferencias unitarias es mayor son el 22, 25, 27 y 50. Por lo tanto, a la vista de esta tabla, podemos concluir que dichos modos van a ser los importantes y relevantes a la hora del estudio de las frecuencias del eje, ya que nos darán los valores más destacados para las diferencias unitarias en el caso de eje restringido.

#### 9.4.4. Relación frecuencia / área de grietas radiales en eje restringido.

El apartado que mostramos a continuación relacionaremos las áreas de grietas con los valores de frecuencia en el eje restringido tal y como hicimos para eje libre.

##### 9.4.4.1. Relación frecuencia / área de grieta en la posición A.

A continuación veremos las gráficas que relacionan lo explicado anteriormente para las grietas en la posición A del eje restringido, que desglosaremos en tres representaciones de 17 modos cada una:

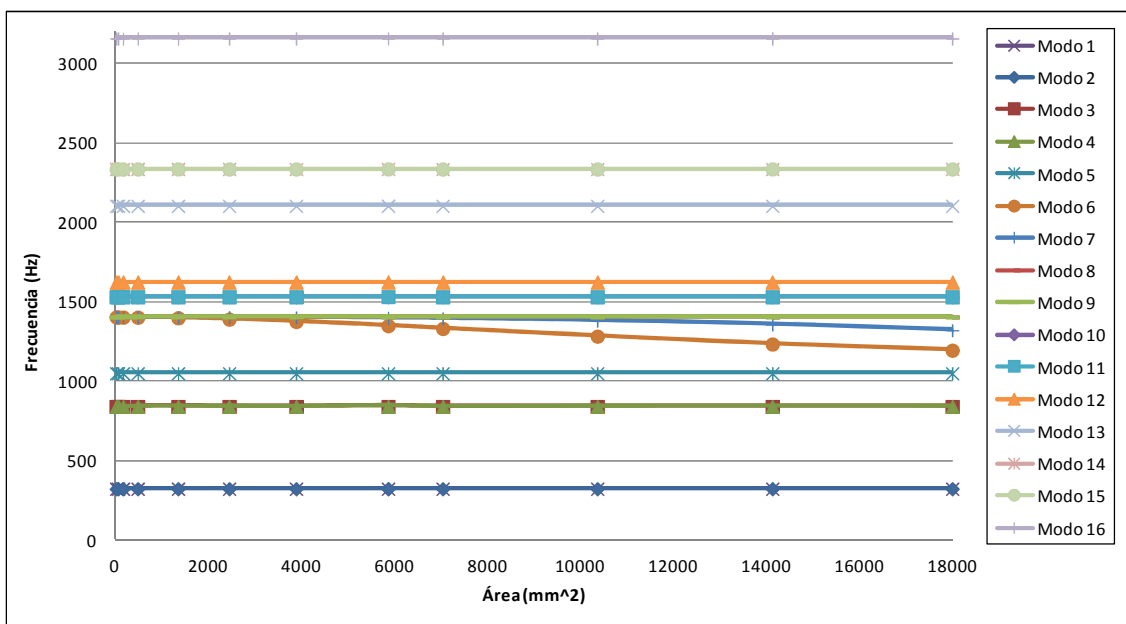


Figura 120. Gráfica frecuencia / área en posición A de los modos 1 al 16.

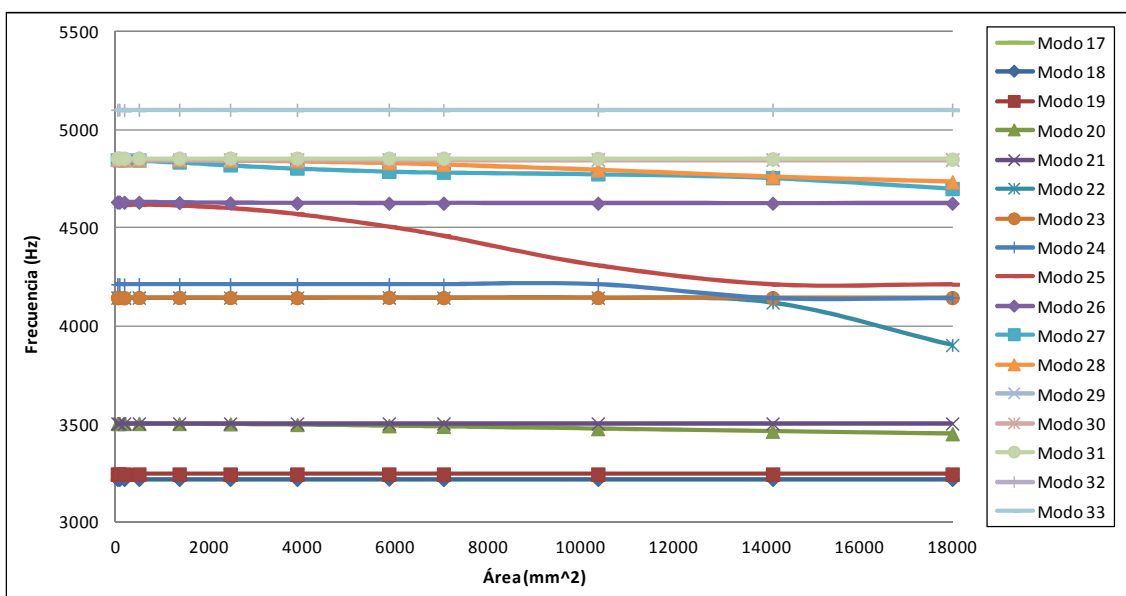
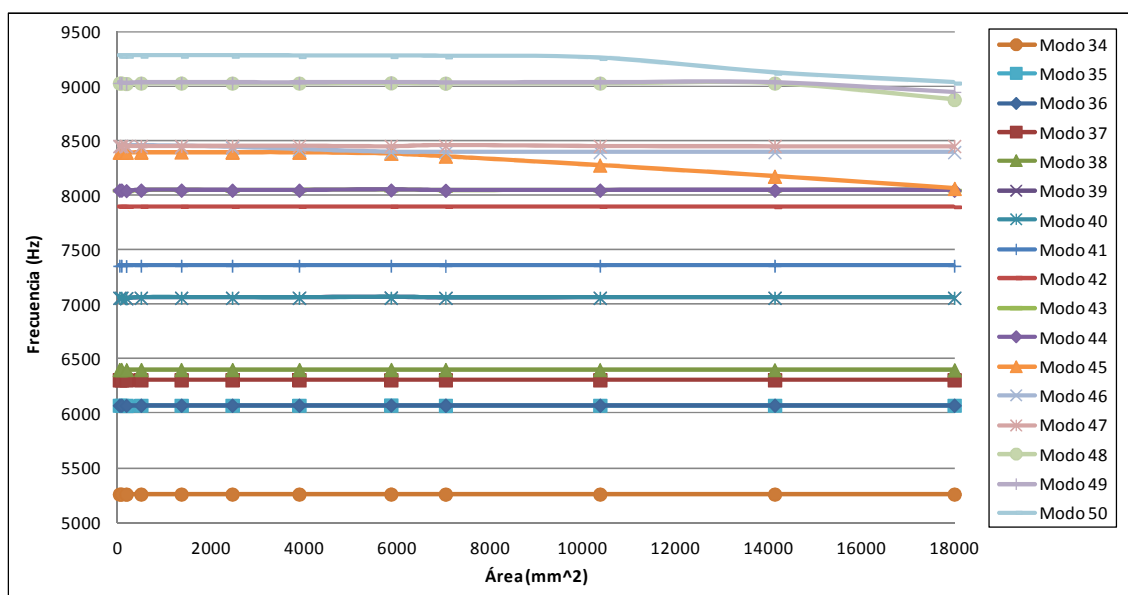


Figura 121. Gráfica frecuencia / área en posición A de los modos 16 al 33.



**Figura 122.** Gráfica frecuencia / área en posición A de los modos 34 al 50.

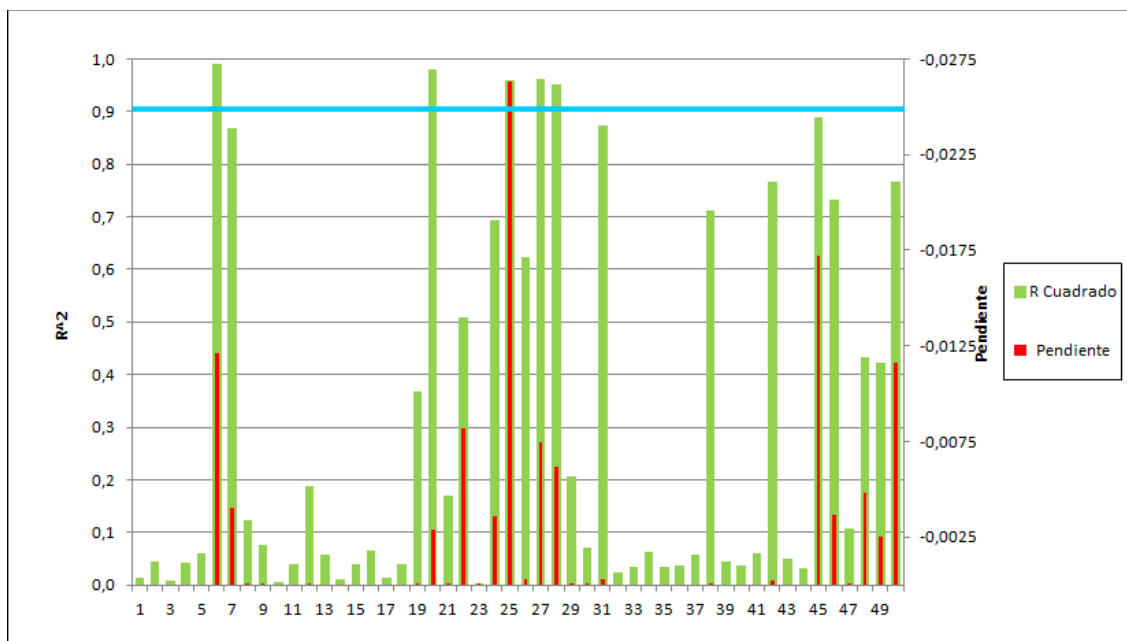
Tras realizar estas Gráficas obtendremos, como ya hicimos en el eje libre, las funciones que definen su línea de tendencia con su ecuación y el valor del R-cuadrado, obteniendo los valores de cada uno de los 50 modos a los que se ha probado el eje restringido, mostrando los datos recogidos en la siguiente tabla



**Tabla 45.** Función, pendiente y 'R-cuadrado' de cada modo de la posición A.

Posición A			
Modo	Función	Pendiente (Hz/mm <sup>2</sup> )	R-Cuadrado
1	$y = 4E-07x + 327,51$	0,0000004	0,0138
2	$y = 9E-07x + 327,53$	0,0000007	0,0452
3	$y = 8E-07x + 845,17$	0,0000008	0,009
4	$y = 2E-06x + 845,22$	0,0000002	0,0432
5	$y = 2E-06x + 1053,8$	0,0000002	0,0597
6	$y = -0,0121x + 1415,6$	-0,0121	0,9909
7	$y = -0,004x + 1414,6$	-0,004	0,869
8	$y = -7E-06x + 1407,6$	-0,0000007	0,1232
9	$y = -3E-06x + 1407,8$	-0,0000003	0,0755
10	$y = 1E-06x + 1535,3$	0,0000001	0,0064
11	$y = 4E-06x + 1535,4$	0,0000004	0,0385
12	$y = -5E-06x + 1627,7$	-0,0000005	0,18866
13	$y = 4E-06x + 2107,3$	0,0000004	0,0565
14	$y = 3E-06x + 2338,9$	0,0000003	0,0096
15	$y = 7E-06x + 2339$	0,0000007	0,0383
16	$y = 7E-06x + 3160$	0,0000007	0,0653
17	$y = 5E-06x + 3217,2$	0,000005	0,014
18	$y = 1E-05x + 3217,4$	0,000001	0,0384
19	$y = -2E-05x + 3244,7$	-0,000002	0,3666
20	$y = -0,0029x + 3504,9$	-0,0029	0,9808
21	$y = -6E-06x + 3502,3$	-0,0000006	0,1707
22	$y = -0,0082x + 4165,2$	-0,0082	0,5076
23	$y = -3E-07x + 4143,9$	-0,00000003	0,00002
24	$y = -0,0036x + 4219,6$	-0,0036	0,693
25	$y = -0,0263x + 4636,2$	-0,0263	0,9585
26	$y = -0,0003x + 4628,6$	-0,0003	0,6228
27	$y = -0,0075x + 4842,9$	-0,0075	0,9628
28	$y = -0,0062x + 4855,1$	-0,0062	0,9511
29	$y = -2E-05x + 4847,2$	-0,000002	0,205
30	$y = -7E-06x + 4847,4$	-0,0000007	0,072
31	$y = -0,0003x + 4855,1$	-0,0003	0,8735
32	$y = 1E-05x + 5100,6$	0,000001	0,0248
33	$y = 2E-05x + 5100,9$	0,000002	0,0354
34	$y = 1E-05x + 5261,6$	0,000001	0,063
35	$y = 2E-05x + 6076$	0,000002	0,0338
36	$y = 2E-05x + 6076,3$	0,000002	0,0364
37	$y = 1E-05x + 6309,7$	0,000001	0,0586
38	$y = -0,0001x + 6404,1$	-0,0001	0,7119
39	$y = 3E-05x + 7060,9$	0,000003	0,0446
40	$y = 3E-05x + 7061,3$	0,000003	0,0363
41	$y = 2E-05x + 7355,3$	0,000002	0,0602
42	$y = -0,0002x + 7900,6$	-0,0002	0,7669
43	$y = 4E-05x + 8048,3$	0,000004	0,051
44	$y = 4E-05x + 8048,8$	0,000004	0,0328
45	$y = -0,0172x + 8429$	-0,0172	0,8878
46	$y = -0,0037x + 8446,2$	-0,0037	0,7323
47	$y = -1E-05x + 8454,4$	-0,000001	0,1066
48	$y = -0,0048x + 9044$	-0,0048	0,4322
49	$y = -0,0025x + 9038,5$	-0,0025	0,4237
50	$y = -0,0116x + 9303,3$	-0,0116	0,7664

Con los valores de la tabla ya somos capaces de construir una gráfica en la que vemos exactamente cuáles van a ser los modos más fiables a la hora de estudiar si el eje va a presentar fallo o no y aproximar el tamaño del fallo en caso de que lo tenga. El valor de R-cuadrado nos ofrece la fiabilidad de las funciones de las líneas de tendencia y la pendiente refleja la tendencia y variación de las frecuencias respecto al área de la grieta:

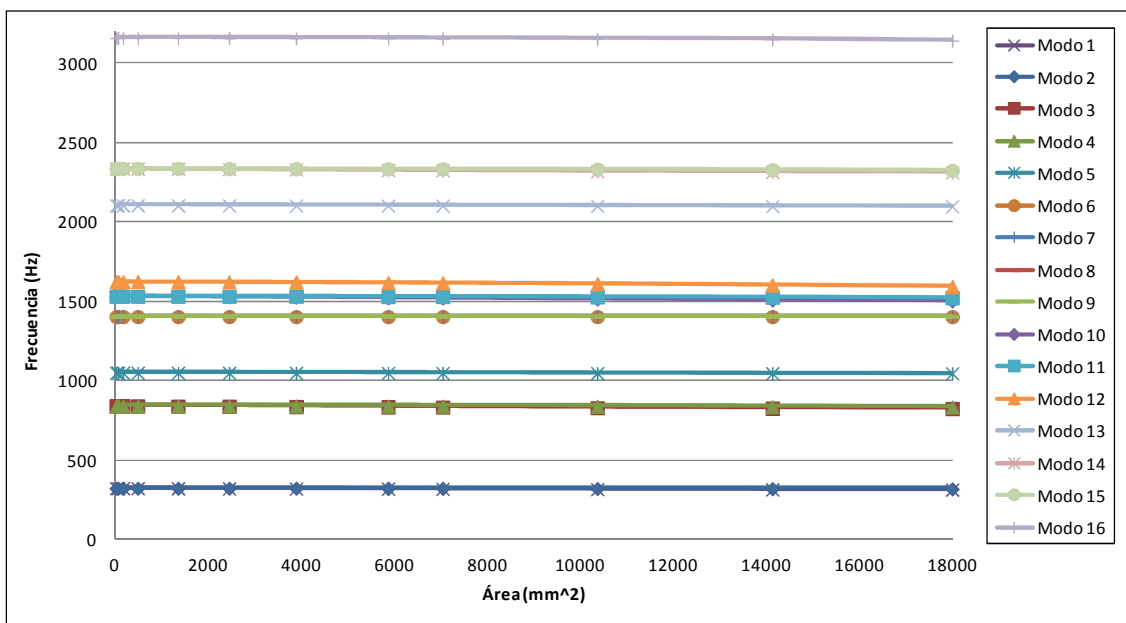


**Figura 123.** Gráfica representativa de Pendiente y R-cuadrado para posición A.

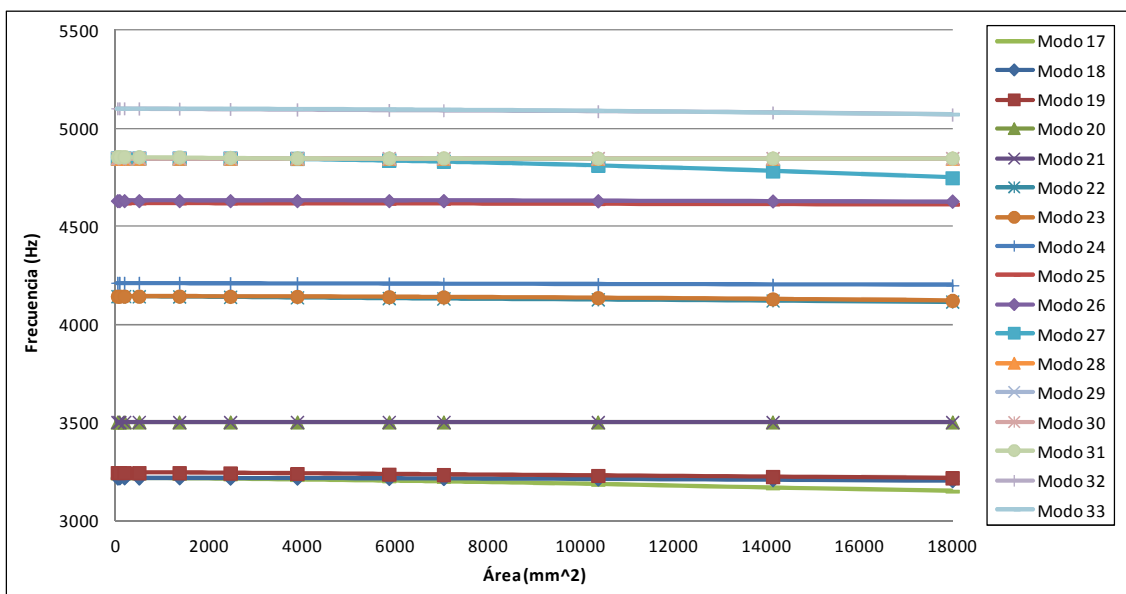
Hemos delimitado la gráfica con una línea azul para quedarnos con los modos que presentan un R-cuadrado mayor de 0,9, que van a ser los que consideraremos fiables para la relación frecuencia/área. Tenemos, por tanto, cinco modos con una fiabilidad de más del 90%, en el que podremos saber si el eje se encuentra fisurado o no. Los modos son: el 6, 20, 25, 27 y 28. Además, según las frecuencias que obtengamos, utilizando las funciones de la anterior tabla es posible conocer cuál es el tamaño aproximado de la grieta que está sufriendo el eje en ese momento.

#### 9.4.4.2. Relación frecuencia / área de grieta en la posición B.

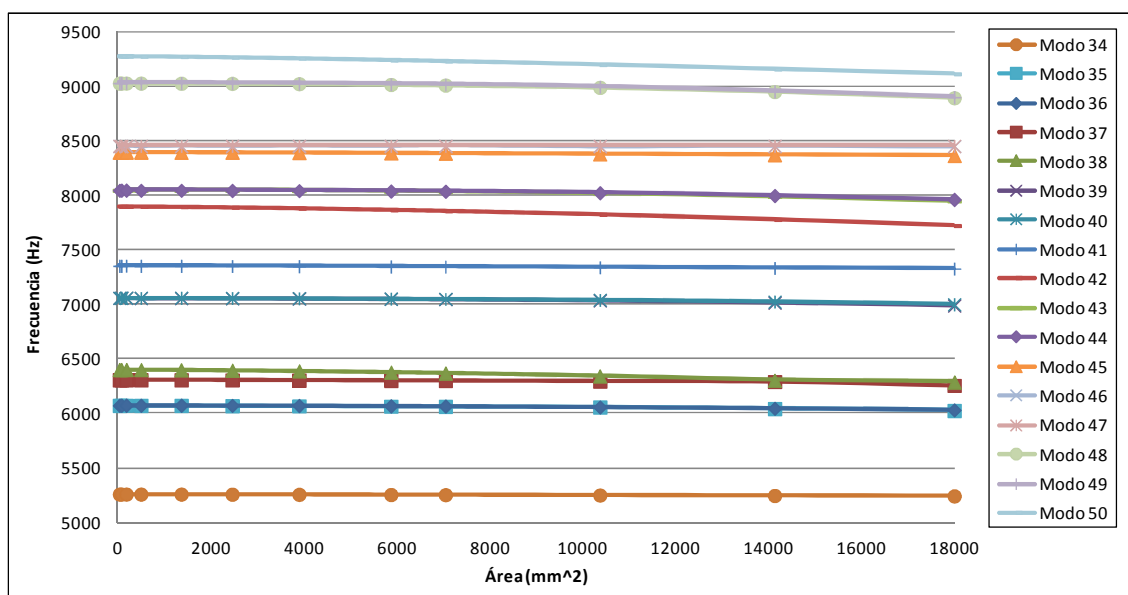
Obtenidos los pertinentes resultados y datos de la posición A, realizamos lo propio con las grietas de la posición B en el caso del eje restringido, tomando las mismas consideraciones para su estudio, realizando otras tres representaciones Gráficas de 17 modos en las que se van a relacionar el área de las grietas en la posición B con la frecuencia propia obtenida para cada modo de vibración, Gráficas que visualizamos a continuación:



**Figura 124.** Gráfica frecuencia / área en posición B de los modos 1 al 16.



**Figura 125.** Gráfica frecuencia / área en posición A de los modos 16 al 33.



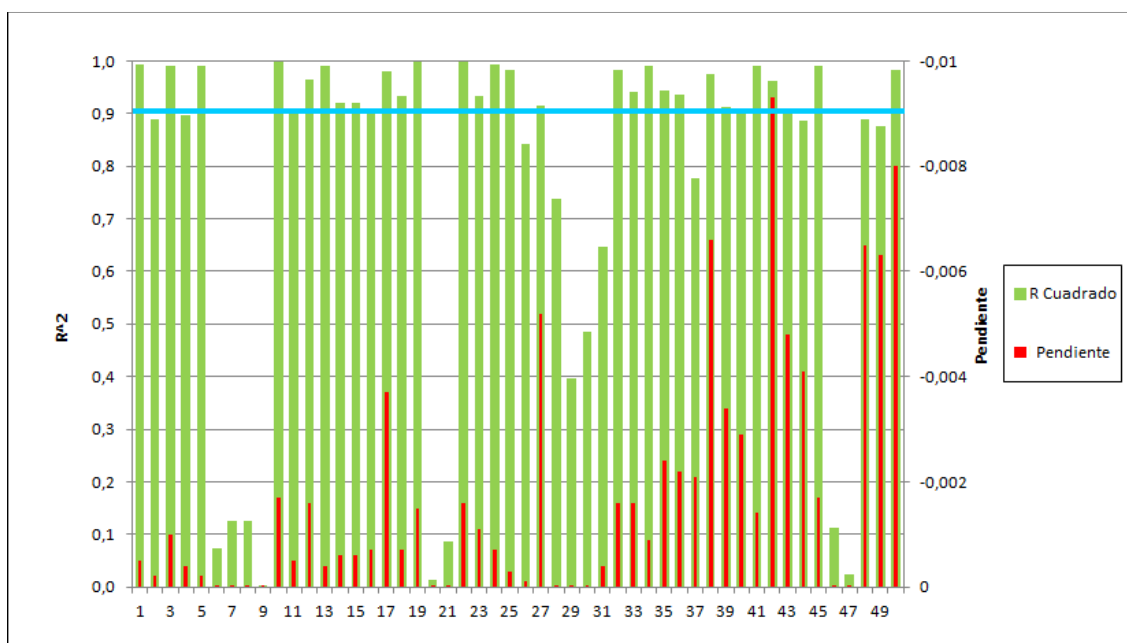
**Figura 126.** Gráfica frecuencia / área en posición B de los modos 34 al 50.

Tras obtener estas Gráficas, como ya hicimos en el eje libre, sacamos las funciones que definen su línea de tendencia con su ecuación y el valor del R-cuadrado, obteniendo así cada uno de los valores de los 50 modos en los que se ha probado el eje restringido, mostrando los datos recogidos en la siguiente tabla

**Tabla 46.** Función, pendiente y 'R-cuadrado' de cada modo de la posición B.

Posición B			
Modo	Función	Pendiente (Hz/mm <sup>2</sup> )	R-Cuadrado
1	$y = -0,0005x + 327,69$	-0,0005	0,9937
2	$y = -0,0002x + 327,85$	-0,0002	0,8899
3	$y = -0,001x + 845,34$	-0,001	0,9918
4	$y = -0,0004x + 845,78$	-0,0004	0,8965
5	$y = -0,0002x + 1053,9$	-0,0002	0,9905
6	$y = -3E-06x + 1407,6$	-0,000003	0,0738
7	$y = -5E-06x + 1407,7$	-0,000005	0,1256
8	$y = -5E-06x + 1407,8$	-0,000005	0,1263
9	$y = -2E-06x + 1407,9$	-0,000002	0,004
10	$y = -0,0017x + 1536$	-0,0017	0,9973
11	$y = -0,0005x + 1536,1$	-0,0005	0,9067
12	$y = -0,0016x + 1629,4$	-0,0016	0,9651
13	$y = -0,0004x + 2107,5$	-0,0004	0,99
14	$y = -0,0006x + 2339,9$	-0,0006	0,9203
15	$y = -0,0006x + 2339,9$	-0,0006	0,9203
16	$y = -0,0007x + 3160,9$	-0,0007	0,909
17	$y = -0,0037x + 3220,5$	-0,0037	0,9792
18	$y = -0,0007x + 3218,4$	-0,0007	0,9326
19	$y = -0,0015x + 3245,2$	-0,0015	0,9987
20	$y = -7E-07x + 3502,3$	-0,0000007	0,013
21	$y = -3E-06x + 3502,4$	-0,000003	0,0867
22	$y = -0,0016x + 4143,7$	-0,0016	0,9985
23	$y = -0,0011x + 4145,4$	-0,0011	0,9325
24	$y = -0,0007x + 4212$	-0,0007	0,9921
25	$y = -0,0003x + 4618,8$	-0,0003	0,9841
26	$y = -0,0001x + 4630,8$	-0,0001	0,8424
27	$y = -0,0052x + 4855,4$	-0,0052	0,9139
28	$y = -2E-05x + 4847,2$	-0,00002	0,7376
29	$y = -2E-05x + 4847,4$	-0,00002	0,3957
30	$y = -3E-05x + 4847,6$	-0,00003	0,4855
31	$y = -0,0004x + 4853$	-0,0004	0,6454
32	$y = -0,0016x + 5101,3$	-0,0016	0,9827
33	$y = -0,0016x + 5103$	-0,0016	0,9406
34	$y = -0,0009x + 5262,3$	-0,0009	0,991
35	$y = -0,0024x + 6078,3$	-0,0024	0,9427
36	$y = -0,0022x + 6079,2$	-0,0022	0,9365
37	$y = -0,0021x + 6313,2$	-0,0021	0,7767
38	$y = -0,0066x + 6409,7$	-0,0066	0,9759
39	$y = -0,0034x + 7065,7$	-0,0034	0,9119
40	$y = -0,0029x + 7065,4$	-0,0029	0,9097
41	$y = -0,0014x + 7356,3$	-0,0014	0,9907
42	$y = -0,0093x + 7910,1$	-0,0093	0,9629
43	$y = -0,0048x + 8055,7$	-0,0048	0,9025
44	$y = -0,0041x + 8055,2$	-0,0041	0,8859
45	$y = -0,0017x + 8399,2$	-0,0017	0,9905
46	$y = -1E-05x + 8454,3$	-0,00001	0,1129
47	$y = -5E-06x + 8454,5$	-0,000005	0,0236
48	$y = -0,0065x + 9041,5$	-0,0065	0,8896
49	$y = -0,0063x + 9042,1$	-0,0063	0,8755
50	$y = -0,0088x + 9285,6$	-0,008	0,9818

Con los valores de la tabla ya somos capaces de construir una gráfica en la que vemos exactamente cuáles van a ser los modos más fiables a la hora de estudiar si el eje va a presentar fallo o no y aproximar el tamaño del fallo en caso de que lo tenga. El valor de R-cuadrado nos ofrece la fiabilidad de las funciones de las líneas de tendencia y la pendiente refleja la tendencia y variación de las frecuencias respecto al área de la grieta:



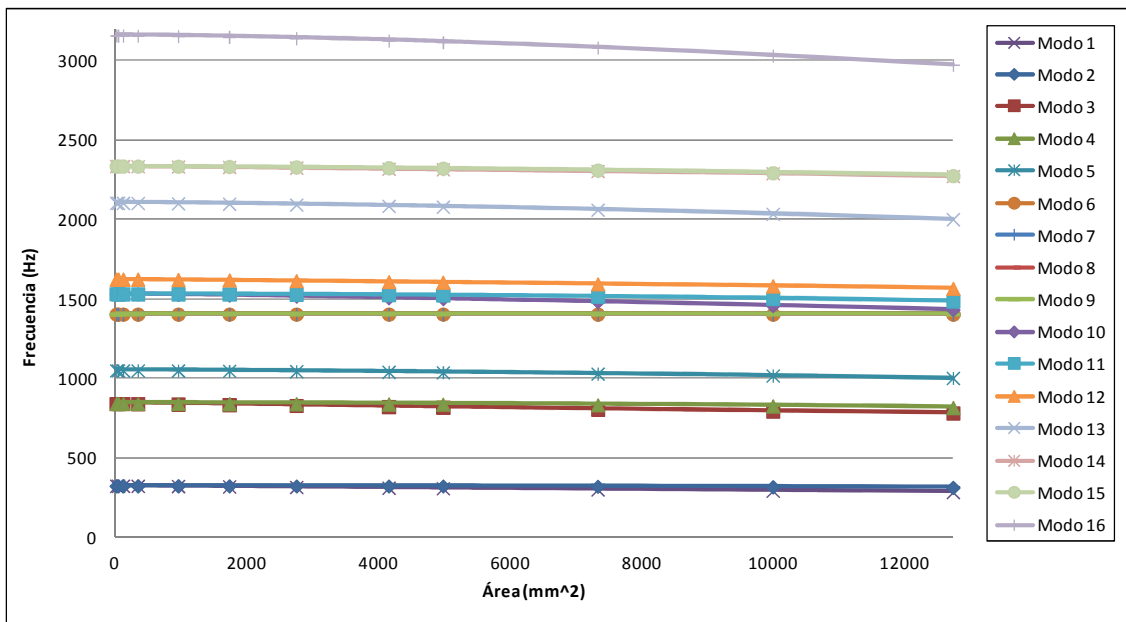
**Figura 127.** Gráfica representativa de Pendiente y R-cuadrado para posición B.

Hemos delimitado la gráfica con una línea azul para quedarnos con los modos que presentan un R-cuadrado mayor de 0,9, que van a ser los que consideraremos fiables para la relación frecuencia/área. Tenemos, por tanto, treinta y un modos con una fiabilidad de más del 90%, en el que podremos saber si el eje se encuentra fisurado o no. Los modos son: el 1, 3, 5, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 22, 23, 24, 25, 27, 32, 33, 34, 35, 36, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 45 y 50. Además, según las frecuencias que obtengamos, utilizando las funciones de la anterior tabla es posible conocer cuál es el tamaño aproximado de la grieta que está sufriendo el eje en ese momento.

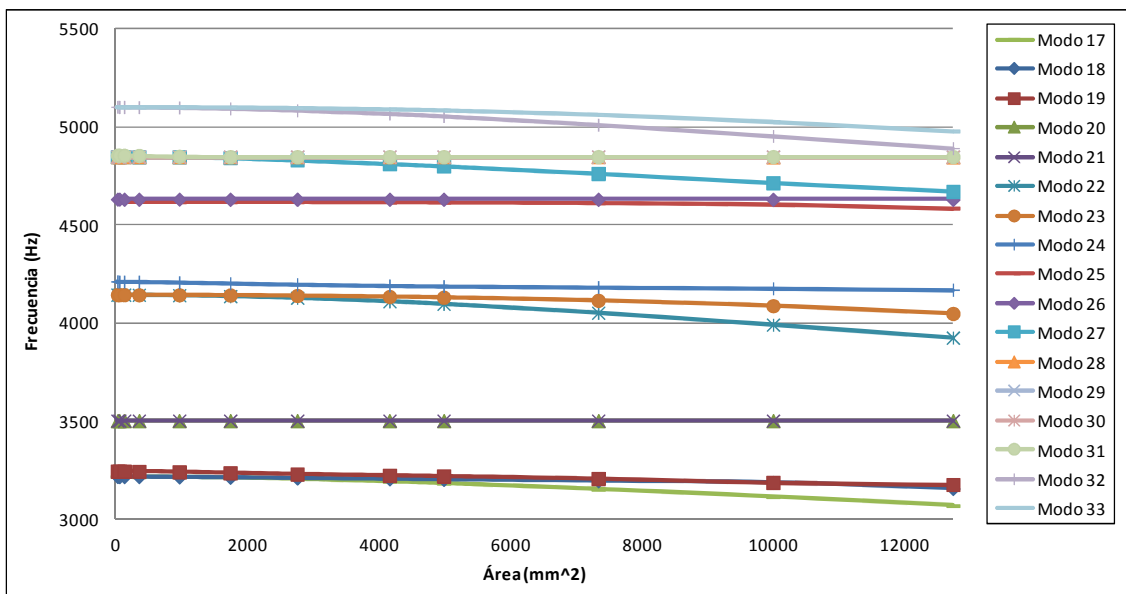


#### 9.4.4.3. Relación frecuencia / área de grieta en la posición C.

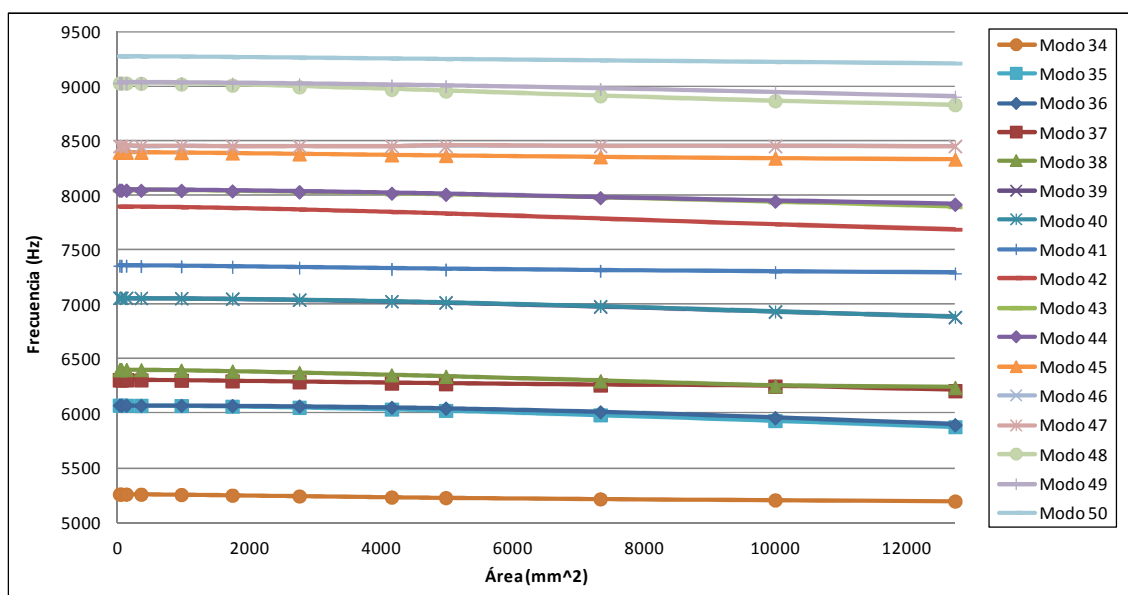
A continuación repetiremos el procedimiento con las grietas en la posición C, creando en primer lugar las representaciones Gráficas de frecuencia con respecto al área de la grieta:



**Figura 128.** Gráfica frecuencia / área en posición C de los modos 1 al 16.



**Figura 129.** Gráfica frecuencia / área en posición C de los modos 17 al 33.



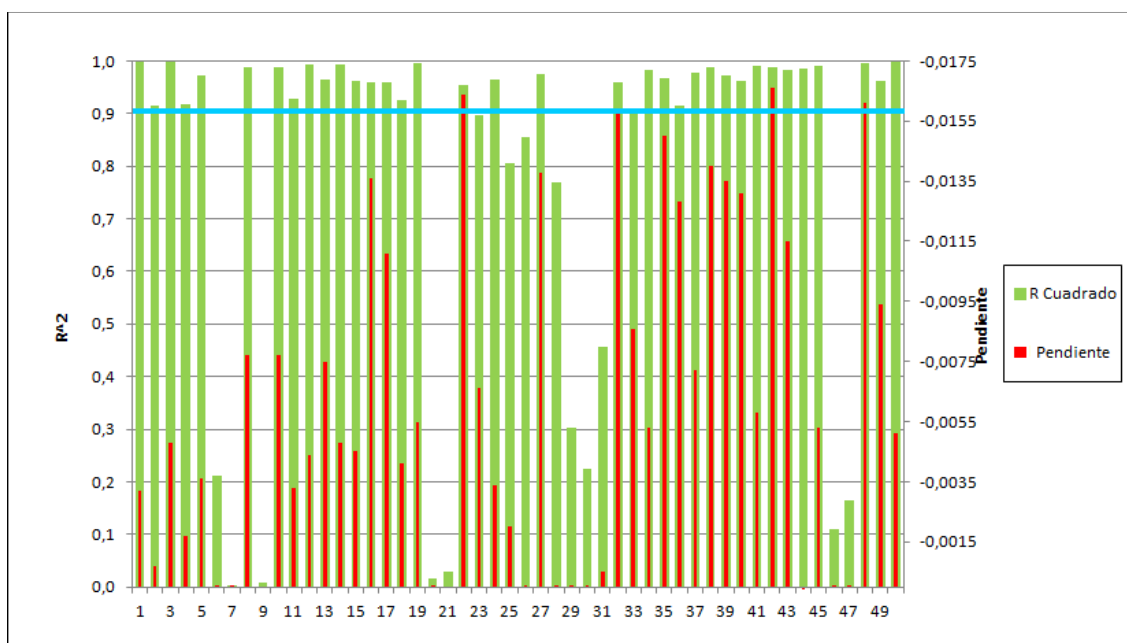
**Figura 130.** Gráfica frecuencia / área en posición C de los modos 36 al 50.

Como en el caso de las posiciones anteriores, tras obtener las representaciones Gráficas de su relación frecuencia / área de la grieta, obtendremos las funciones que definen su línea de tendencia con la pendiente y los respectivos valores del R-cuadrado, que se presentarán a continuación modo de tabla:

**Tabla 47.** Función, pendiente y 'R-cuadrado' de cada modo de la posición C.

Posición C			
Modo	Función	Pendiente (Hz/mm <sup>2</sup> )	R-Cuadrado
1	$y = -0,0032x + 328,24$	-0,0032	0,9984
2	$y = -0,0007x + 328,3$	-0,0007	0,9163
3	$y = -0,0048x + 845,8$	-0,0048	0,9985
4	$y = -0,0017x + 847,03$	-0,0017	0,917
5	$y = -0,0036x + 1056,1$	-0,0036	0,9722
6	$y = -8E-06x + 1407,5$	-0,000008	0,2117
7	$y = -7E-07x + 1407,6$	-0,0000007	0,0026
8	$y = -0,0077x + 1539$	-0,0077	0,989
9	$y = 2E-06x + 1407,7$	0,000002	0,0073
10	$y = -0,0077x + 1539$	-0,0077	0,989
11	$y = -0,0033x + 1538,5$	-0,0033	0,928
12	$y = -0,0044x + 1629,4$	-0,0044	0,994
13	$y = -0,0075x + 2112,7$	-0,0075	0,9638
14	$y = -0,0048x + 2340,7$	-0,0048	0,9928
15	$y = -0,0045x + 2342,7$	-0,0045	0,9609
16	$y = -0,0136x + 3170,7$	-0,0136	0,9591
17	$y = -0,0111x + 3226,7$	-0,0111	0,9602
18	$y = -0,0041x + 3220,2$	-0,0041	0,9258
19	$y = -0,0055x + 3245,6$	-0,0055	0,9966
20	$y = -2E-06x + 3502,2$	-0,000002	0,0164
21	$y = 2E-06x + 3502,3$	0,000002	0,0295
22	$y = -0,0164x + 4158,2$	-0,0164	0,9544
23	$y = -0,0066x + 4151,5$	-0,0066	0,8958
24	$y = -0,0034x + 4209,7$	-0,0034	0,964
25	$y = -0,002x + 4621$	-0,002	0,8044
26	$y = -7E-05x + 4630,5$	-0,00007	0,8545
27	$y = -0,0138x + 4857,5$	-0,0138	0,9748
28	$y = -3E-05x + 4847,1$	-0,00003	0,768
29	$y = -1E-05x + 4847,1$	-0,00001	0,3017
30	$y = -2E-05x + 4847,3$	-0,00002	0,2246
31	$y = -0,0005x + 4851,9$	-0,0005	0,4565
32	$y = -0,0158x + 5113,9$	-0,0158	0,96
33	$y = -0,0086x + 5111,1$	-0,0086	0,8984
34	$y = -0,0053x + 5260,5$	-0,0053	0,9828
35	$y = -0,015x + 6087,6$	-0,015	0,9679
36	$y = -0,0128x + 6090,3$	-0,0128	0,9153
37	$y = -0,0072x + 6311,5$	-0,0072	0,9784
38	$y = -0,014x + 6408,6$	-0,014	0,9886
39	$y = -0,0135x + 7071$	-0,0135	0,9713
40	$y = -0,0131x + 7072$	-0,0131	0,9621
41	$y = -0,0058x + 7355$	-0,0058	0,9896
42	$y = -0,0166x + 7909,6$	-0,0166	0,9876
43	$y = -0,0115x + 8054,6$	-0,0115	0,9835
44	$y = -0,0103x + 8055,1$	0,0103	0,9848
45	$y = -0,0053x + 8398$	-0,0053	0,9916
46	$y = -2E-05x + 8454,1$	-0,00002	0,1099
47	$y = -2E-05x + 8454,4$	-0,00002	0,1656
48	$y = -0,0161x + 9035,9$	-0,0161	0,9968
49	$y = -0,0094x + 9039,2$	-0,0094	0,9632
50	$y = -0,0051x + 9279,9$	-0,0051	0,9986

Con los valores de la tabla 52 ya somos capaces de construir una gráfica en la que vemos exactamente cuáles serán los modos de vibración más fiables a la hora de estudiar si el eje va a presentar fallo o no, pudiendo aproximar el tamaño del fallo en caso de que lo tenga. El valor de R-cuadrado nos ofrece la fiabilidad con las funciones de líneas de tendencia mientras que la pendiente refleja la tendencia y variación de las frecuencias respecto al área de la grieta:

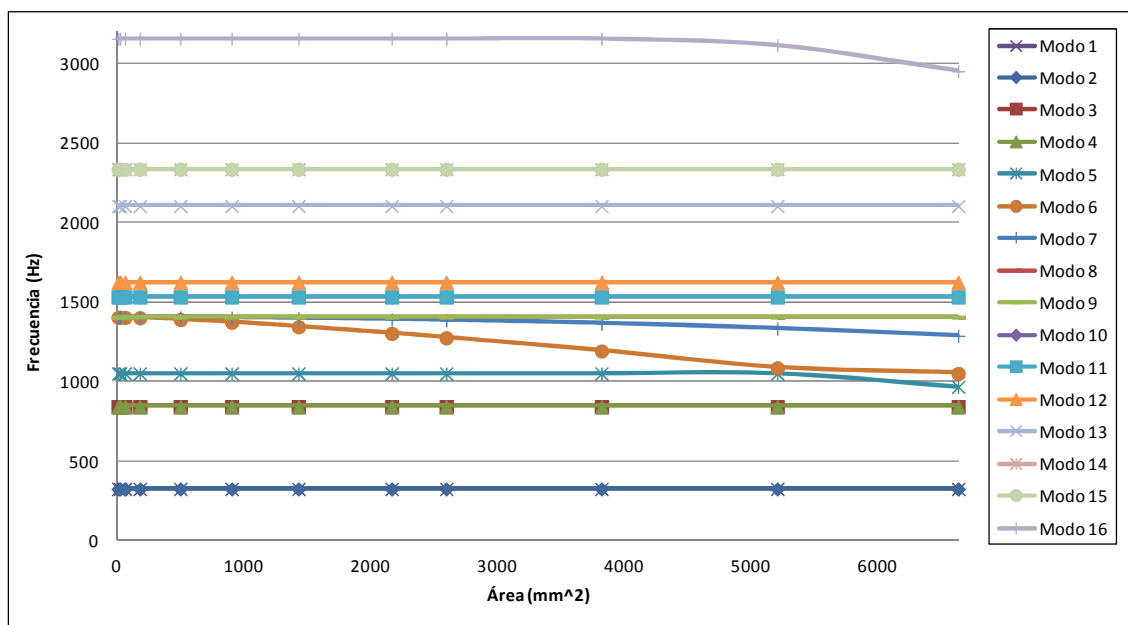


**Figura 131.** Gráfica representativa de Pendiente y R-cuadrado para posición C.

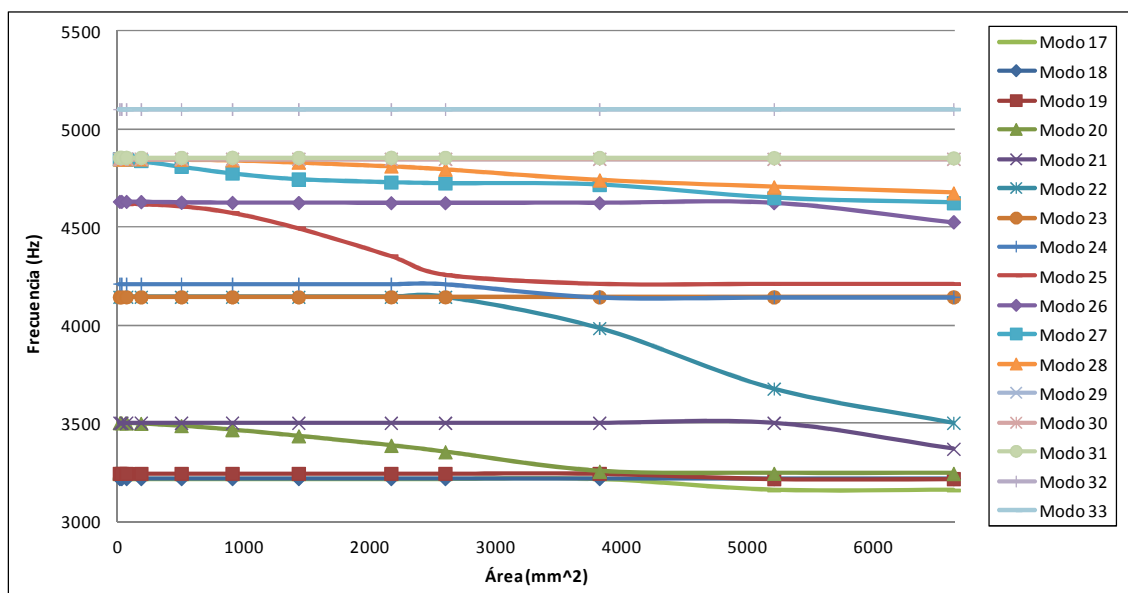
Hemos delimitado la gráfica con una línea azul para quedarnos con los modos que presentan un R-cuadrado mayor de 0,9, que van a ser los que consideraremos fiables para la relación frecuencia/área. Tenemos, por tanto, treinta y cinco modos con una fiabilidad de más del 90%, en el que podremos saber si el eje se encuentra fisurado o no. Los modos son: el 1, 2, 3, 4, 5, 8, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 22, 24, 27, 32, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 48, 49 y 50. Como en los casos anteriores, mediante las frecuencias obtenidas y con las funciones de la anterior tabla sería posible conocer cuál es el tamaño aproximado de la grieta que está sufriendo el eje en un determinado momento.

#### 9.4.4.4. Relación frecuencia / área de grieta en la posición D.

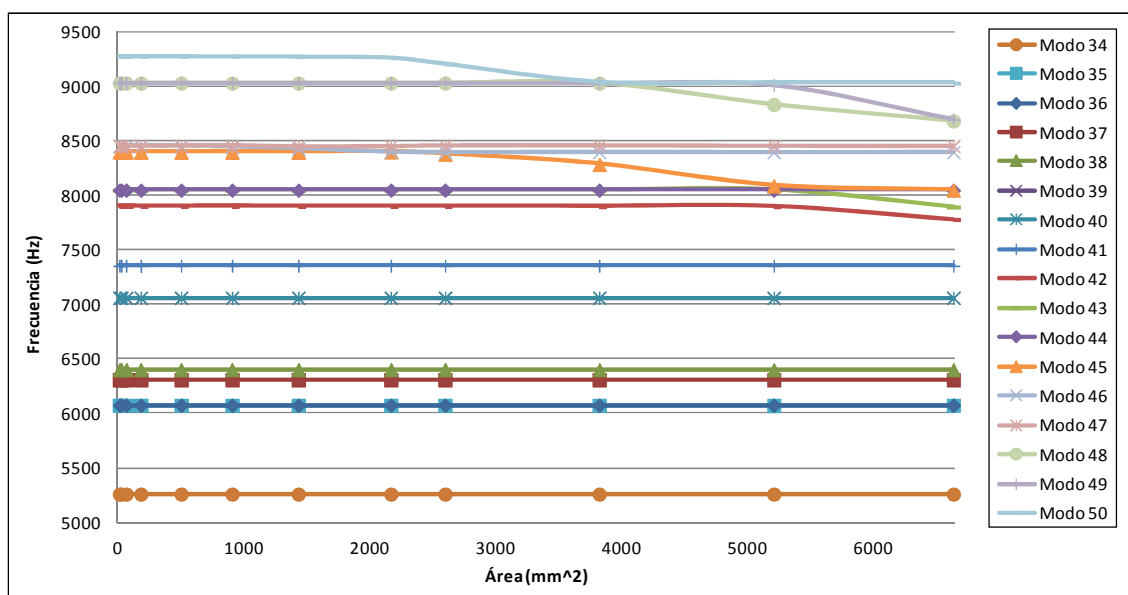
A continuación repetiremos el procedimiento con las grietas en la posición D, creando en primer lugar las representaciones Gráficas de frecuencia con respecto al área de la grieta:



**Figura 132.** Gráfica frecuencia / área en posición D de los modos 1 al 16.



**Figura 133.** Gráfica frecuencia / área en posición D de los modos 17 al 33.



**Figura 134.** Gráfica frecuencia / área en posición D de los modos 33 al 50.

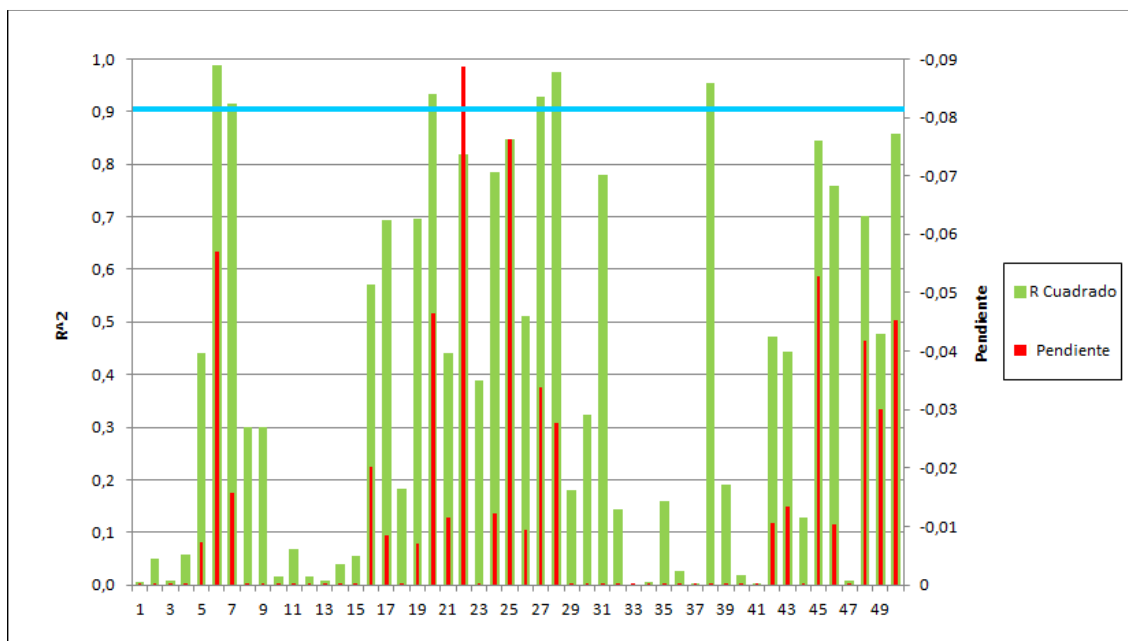
Como en el caso de las posiciones anteriores, tras obtener las representaciones Gráficas de su relación frecuencia / área de la grieta, obtendremos las funciones que definen su línea de tendencia con la ecuación y los respectivos valores del R-cuadrado, que se presentarán a continuación modo de tabla:



**Tabla 48.** Función, pendiente y 'R-cuadrado' de cada modo de la posición D.

Posición D			
Modo	Función	Pendiente (Hz/mm <sup>2</sup> )	R-Cuadrado
1	$y = -2E-07x + 327,52$	-0,0000002	0,0047
2	$y = -1E-06x + 327,54$	-0,000001	0,0487
3	$y = -7E-07x + 845,2$	-0,0000007	0,0091
4	$y = -3E-06x + 845,24$	-0,000003	0,0577
5	$y = -0,0072x + 1061$	-0,0072	0,4399
6	$y = -0,0571x + 1417,5$	-0,0571	0,9892
7	$y = -0,0158x + 1416,2$	-0,0158	0,9158
8	$y = -5E-05x + 1407,9$	-0,00005	0,3007
9	$y = -5E-05x + 1407,9$	-0,00005	0,3007
10	$y = -2E-06x + 1535,3$	-0,000002	0,0161
11	$y = -6E-06x + 1535,4$	-0,000006	0,0676
12	$y = -1E-06x + 1627,7$	-0,000001	0,0167
13	$y = -2E-06x + 2107,3$	-0,000002	0,0072
14	$y = -5E-06x + 2339$	-0,000005	0,0397
15	$y = -9E-06x + 2339,1$	-0,000009	0,0558
16	$y = -0,0202x + 3179$	-0,0202	0,57
17	$y = -0,0084x + 3224,2$	-0,0084	0,6944
18	$y = -3E-05x + 3217,5$	-0,00003	0,1836
19	$y = -0,004x + 3248$	-0,007	0,6951
20	$y = -0,0465x + 3497,9$	-0,0465	0,9321
21	$y = -0,0115x + 3513,6$	-0,0115	0,4416
22	$y = -0,0888x + 4212,2$	-0,0888	0,8198
23	$y = -5E-05x + 4144,1$	-0,00005	0,3899
24	$y = -0,0122x + 4218,7$	-0,0122	0,7857
25	$y = -0,0762x + 4598,7$	-0,0762	0,8475
26	$y = -0,0094x + 4636,5$	-0,0094	0,5122
27	$y = -0,0337x + 4828,3$	-0,0337	0,9275
28	$y = -0,0277x + 4856,6$	-0,0277	0,9755
29	$y = -5E-05x + 4847,1$	-0,00005	0,1795
30	$y = -8E-05x + 4847,6$	-0,00008	0,3243
31	$y = -0,0003x + 4855$	-0,0003	0,7807
32	$y = -2E-05x + 5100,9$	-0,00002	0,145
33	$y = -2E-05x + 5101,2$	-0,00002	0,411
34	$y = -3E-06x + 5261,7$	-0,000003	0,0044
35	$y = -3E-05x + 6076,3$	-0,00003	0,1584
36	$y = -2E-05x + 6076,6$	-0,00002	0,0259
37	$y = -4E-06x + 6309,8$	-0,000004	0,0038
38	$y = -0,0003x + 6404$	-0,0003	0,955
39	$y = -5E-05x + 7061,4$	-0,00005	0,1895
40	$y = -2E-05x + 7061,8$	-0,00002	0,0195
41	$y = -4E-06x + 7355,5$	-0,000004	0,0035
42	$y = -0,0107x + 7910,6$	-0,0107	0,4734
43	$y = -0,0133x + 8062$	-0,0133	0,443
44	$y = -6E-05x + 8049,4$	-0,00006	0,1285
45	$y = -0,0527x + 8435,6$	-0,0527	0,8447
46	$y = -0,0104x + 8448,3$	-0,0104	0,7575
47	$y = -9E-06x + 8454,4$	-0,000009	0,0072
48	$y = -0,0417x + 9068$	-0,0417	0,7018
49	$y = -0,03x + 9061,5$	-0,03	0,4768
50	$y = -0,0453x + 9298,5$	-0,0453	0,8578

Con los valores de la tabla 53 ya somos capaces de construir una gráfica en la que vemos exactamente cuáles serán los modos de vibración más fiables a la hora de estudiar si el eje va a presentar fallo o no, pudiendo aproximar el tamaño del fallo en caso de que lo tenga. El valor de R-cuadrado nos ofrece la fiabilidad con las funciones de líneas de tendencia mientras que la pendiente refleja la tendencia y variación de las frecuencias respecto al área de la grieta:



**Figura 135.** Gráfica representativa de Pendiente y R-cuadrado para posición D.

Hemos delimitado la gráfica con una línea azul para quedarnos con los modos que presentan un R-cuadrado mayor de 0,9, que van a ser los que consideraremos fiables para la relación frecuencia/área. Tenemos, por tanto, seis modos con una fiabilidad de más del 90%, en el que podremos saber si el eje se encuentra fisurado o no. Los modos son: el 6, 7, 20, 27, 28 y 38. Como en los casos anteriores, mediante las frecuencias obtenidas y con las funciones de la anterior tabla sería posible conocer cuál es el tamaño aproximado de la grieta que está sufriendo el eje en un determinado momento.

## 9.5. RESULTADOS EN ANÁLISIS DE GRIETAS LONGITUDINALES.

Una de las características de este proyecto es el análisis de una grieta longitudinal en el centro del eje ferroviario a estudio. Si bien esta grieta muestra sus particularidades, la metodología de análisis es equiparable al de las grietas radiales. En los siguientes apartados mostraremos los resultados obtenidos para este caso:

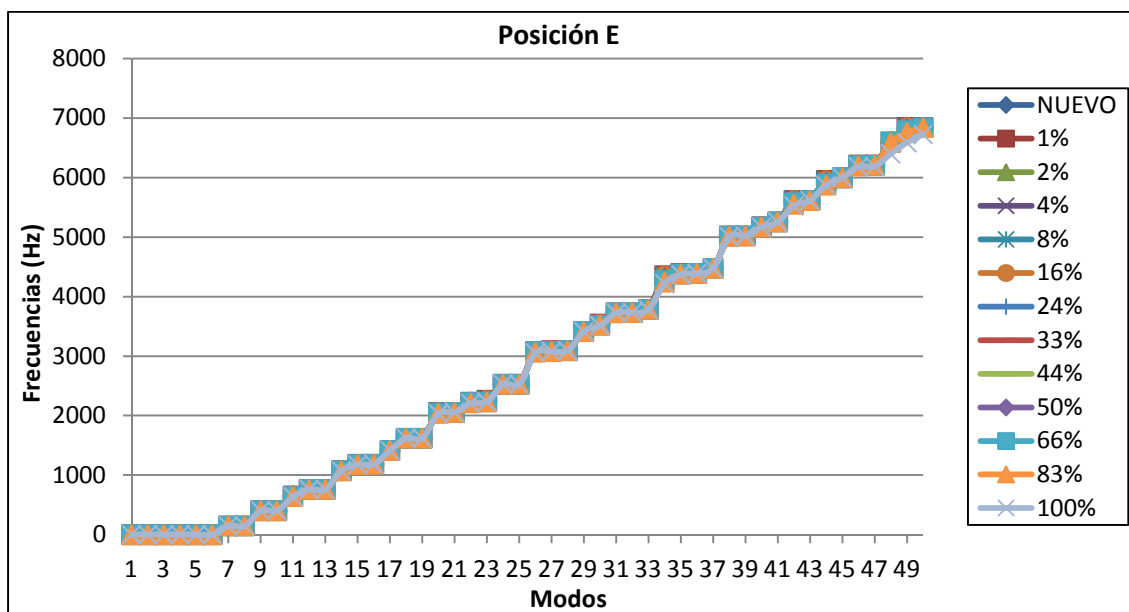
### 9.5.1. Resultados globales de frecuencias para eje libre.

A continuación se presentan las frecuencias obtenidas para la grieta longitudinal en la posición E, incluyendo los datos del análisis del eje nuevo y los valores del tiempo de análisis.

**Tabla 49.** Frecuencias propias (Hz) para eje libre con grieta longitudinal (posición E).

	POSICIÓN E												
	NUEVO	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
Modo 7	148,21	148,21	148,21	148,21	148,19	148,16	148,13	148,10	148,07	148,05	148,03	148,04	148,05
Modo 8	148,21	148,21	148,21	148,22	148,22	148,22	148,23	148,24	148,26	148,26	148,29	148,31	148,33
Modo 9	403,49	403,49	403,49	403,49	403,49	403,47	403,44	403,38	403,27	403,20	402,93	402,57	402,16
Modo 10	403,50	403,50	403,50	403,49	403,49	403,49	403,50	403,49	403,49	403,49	403,48	403,47	403,47
Modo 11	653,31	653,31	653,30	653,27	653,13	652,62	651,74	650,40	648,32	647,11	643,77	640,79	638,87
Modo 12	761,33	761,33	761,33	761,31	761,26	761,18	761,10	761,02	760,96	760,95	760,96	761,04	761,15
Modo 13	761,34	761,34	761,34	761,34	761,36	761,39	761,45	761,51	761,60	761,65	761,77	761,90	762,02
Modo 14	1074,62	1074,62	1074,62	1074,61	1074,58	1074,52	1074,43	1074,33	1074,18	1074,10	1073,87	1073,63	1073,39
Modo 15	1183,60	1183,61	1183,61	1183,60	1183,56	1183,45	1183,26	1182,91	1182,27	1181,81	1180,27	1178,20	1175,86
Modo 16	1183,61	1183,61	1183,61	1183,61	1183,60	1183,60	1183,61	1183,60	1183,59	1183,57	1183,54	1183,49	1183,46
Modo 17	1414,21	1414,21	1414,22	1414,25	1414,31	1414,45	1414,60	1414,75	1414,90	1414,96	1415,05	1415,08	1415,08
Modo 18	1621,45	1621,47	1621,47	1621,43	1621,35	1621,21	1621,10	1620,97	1620,89	1620,86	1620,89	1621,00	1621,19
Modo 19	1621,47	1621,48	1621,50	1621,50	1621,50	1621,56	1621,65	1621,74	1621,86	1621,89	1621,98	1622,07	1622,12
Modo 20	2054,54	2054,57	2054,57	2054,57	2054,47	2054,22	2053,76	2052,90	2051,25	2050,02	2045,59	2039,33	2032,37
Modo 21	2054,56	2054,58	2054,60	2054,58	2054,56	2054,56	2054,58	2054,55	2054,52	2054,49	2054,40	2054,30	2054,25
Modo 22	2228,03	2228,04	2228,04	2228,06	2228,11	2228,24	2228,41	2228,62	2228,91	2229,07	2224,49	2213,95	2207,90
Modo 23	2262,67	2262,66	2262,63	2262,52	2261,93	2259,77	2256,08	2250,53	2242,06	2237,25	2229,53	2230,03	2230,50
Modo 24	2529,68	2529,70	2529,70	2529,65	2529,52	2529,33	2529,18	2529,02	2528,93	2528,90	2528,94	2529,11	2529,33
Modo 25	2529,71	2529,72	2529,75	2529,75	2529,76	2529,85	2529,96	2530,05	2530,13	2530,10	2529,96	2529,74	2529,43
Modo 26	3078,39	3078,41	3078,43	3078,47	3078,58	3078,80	3079,00	3079,12	3079,09	3079,01	3076,28	3065,44	3053,34
Modo 27	3094,17	3094,18	3094,19	3094,16	3093,98	3093,39	3092,30	3090,34	3086,83	3084,44	3078,63	3078,18	3077,89
Modo 28	3094,20	3094,19	3094,21	3094,19	3094,18	3094,20	3094,19	3094,11	3094,02	3093,94	3093,73	3093,53	3093,36
Modo 29	3417,42	3417,41	3417,41	3417,38	3417,28	3417,07	3416,82	3416,47	3416,01	3415,75	3415,01	3414,20	3413,38
Modo 30	3538,94	3538,98	3538,98	3538,91	3538,60	3537,61	3535,93	3533,37	3529,46	3527,17	3521,06	3515,78	3512,55
Modo 31	3730,93	3730,92	3730,92	3730,85	3730,67	3730,41	3730,19	3729,98	3729,87	3729,83	3729,59	3728,02	3726,22
Modo 32	3730,96	3730,96	3730,97	3730,99	3731,05	3731,17	3731,28	3731,22	3730,96	3730,71	3729,85	3729,91	3729,97
Modo 33	3784,58	3784,62	3784,64	3784,65	3784,68	3784,80	3784,89	3784,90	3784,79	3784,65	3784,24	3783,85	3783,63
Modo 34	4352,94	4352,94	4352,90	4352,69	4351,66	4347,91	4341,19	4330,46	4313,04	4302,55	4272,52	4242,70	4219,04
Modo 35	4388,86	4388,87	4388,87	4388,82	4388,56	4387,69	4386,46	4384,90	4383,06	4382,09	4379,38	4375,84	4370,96
Modo 36	4388,89	4388,88	4388,89	4388,88	4388,88	4388,89	4388,86	4388,72	4388,52	4388,39	4388,04	4387,73	4387,50
Modo 37	4473,46	4473,48	4473,51	4473,52	4473,58	4473,76	4474,02	4474,33	4474,75	4474,97	4475,60	4476,28	4476,95
Modo 38	5022,35	5022,35	5022,34	5022,27	5022,09	5021,81	5021,61	5021,42	5021,26	5020,60	5017,73	5013,74	5009,36
Modo 39	5022,37	5022,37	5022,42	5022,42	5022,49	5022,58	5022,55	5022,24	5021,35	5021,19	5020,92	5020,37	5019,43
Modo 40	5175,64	5175,64	5175,67	5175,75	5175,95	5176,23	5176,22	5175,72	5174,38	5173,42	5170,38	5167,61	5165,99
Modo 41	5258,22	5258,25	5258,27	5258,22	5258,10	5257,92	5257,71	5257,42	5257,03	5256,76	5256,00	5255,02	5253,64
Modo 42	5618,72	5618,74	5618,75	5618,67	5618,33	5617,04	5614,62	5610,38	5602,49	5596,97	5577,98	5552,57	5525,35
Modo 43	5618,76	5618,75	5618,78	5618,76	5618,75	5618,73	5618,68	5618,50	5618,23	5618,07	5617,64	5617,27	5617,09
Modo 44	5956,61	5956,58	5956,53	5956,28	5955,03	5950,62	5943,33	5932,74	5917,53	5909,34	5889,37	5874,85	5867,57
Modo 45	5996,99	5997,02	5997,06	5997,07	5997,13	5997,34	5997,64	5997,98	5998,45	5998,68	5999,35	6000,10	6000,80
Modo 46	6211,88	6211,89	6211,89	6211,80	6211,58	6211,30	6211,14	6210,91	6209,31	6207,88	6202,70	6195,71	6183,15
Modo 47	6211,94	6211,90	6211,97	6211,97	6212,03	6212,05	6211,84	6211,08	6210,65	6210,43	6209,46	6206,16	6188,10
Modo 48	6603,70	6603,70	6603,72	6603,80	6603,96	6604,06	6603,72	6602,69	6600,43	6598,90	6594,18	6589,93	6400,15
Modo 49	6842,28	6842,31	6842,32	6842,19	6841,70	6839,88	6836,55	6830,81	6820,48	6813,43	6789,87	6758,84	6587,35
Modo 50	6842,35	6842,33	6842,35	6842,34	6842,30	6842,26	6842,17	6841,87	6841,48	6841,22	6840,64	6840,12	6725,03
Tiempo 1(s)	1935,41	2034,44	2047,96	2150,85	1903,61	1860,88	1832,71	1724,15	1738,51	2282,96	2144,26	2005,36	2260,84
Tiempo 2(s)	429,67	560,81	546,77	574,04	540,89	552,27	558,90	533,93	530,40	557,81	557,05	571,81	581,24

En total, hemos obtenido 528 datos de frecuencias propias para eje libre en el caso de grieta longitudinal. Podemos observar, que a medida que aumenta el porcentaje de grieta, por lo general, se produce una disminución en los valores de la frecuencia. Esa tendencia es la marcada por la teoría, que nos explica que un sólido con fallo siempre será menos rígido que el mismo sólido sin fallo, y es totalmente opuesta a la evolución de la frecuencia propia a medida que se aumentan los modos de vibración, evolución que mostramos a continuación:



**Figura 136.** Gráfica de frecuencias propias para posición E en eje libre.

Es interesante destacar que la divergencia entre las diferentes amplitudes de grieta analizadas en este estudio y los modos de vibración se producen mas tarde que en el caso de las grietas radiales, ya que no comienza a ser tangible esta diferencia hasta el modo 33 en el presente caso, cuando en las grietas radiales son perceptibles desde el modo 25.

Por ultimo, situaremos en 6 horas 40 minutos el tiempo en que nuestro equipo realizó de forma exclusiva la simulación para el caso de grieta longitudinal sin restricciones.

### 9.5.2. Resultados de diferencias porcentuales en el eje libre.

En la tabla que se mostrará a continuación veremos cómo varían los diferentes valores de las diferencias porcentuales para la grieta longitudinal en cada modo y posición. Dichos valores están representados en una escala de colores con formato condicional, siendo los tonos verdes para los valores más pequeños y rojo para los valores más grandes. La fórmula aplicada en estas diferencias porcentuales es:

$$\frac{f_{\text{eje nuevo}} - f_{\text{eje con fallo}}}{f_{\text{eje nuevo}}} \cdot 100$$



Por motivos de espacio hemos incluido en la tabla, en su última columna, la media de las diferencias porcentuales producidas en cada modo de vibración, medias que se pueden ver a continuación:

**Tabla 50.** Diferencias porcentuales para eje libre con grieta longitudinal (posición E).

Diferen.%	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%	Media
Modo 7	0,001	0,002	0,005	0,015	0,034	0,056	0,078	0,099	0,108	0,121	0,121	0,113	0,063
Modo 8	0,000	0,000	-0,001	-0,003	-0,007	-0,011	-0,019	-0,028	-0,033	-0,048	-0,063	-0,078	-0,024
Modo 9	0,000	0,000	0,000	0,001	0,005	0,013	0,028	0,055	0,073	0,139	0,230	0,331	0,073
Modo 10	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,001	0,001	0,002	0,003	0,005	0,007	0,002
Modo 11	0,000	0,002	0,006	0,027	0,105	0,240	0,445	0,764	0,949	1,461	1,917	2,209	0,677
Modo 12	0,000	0,001	0,002	0,009	0,020	0,030	0,040	0,048	0,050	0,049	0,039	0,024	0,026
Modo 13	0,000	0,000	-0,001	-0,003	-0,008	-0,015	-0,023	-0,034	-0,041	-0,057	-0,074	-0,090	-0,029
Modo 14	0,000	0,000	0,001	0,004	0,009	0,018	0,027	0,041	0,048	0,070	0,092	0,114	0,035
Modo 15	-0,001	-0,001	0,000	0,003	0,013	0,029	0,058	0,112	0,151	0,281	0,456	0,654	0,146
Modo 16	0,000	0,000	0,000	0,001	0,001	0,000	0,001	0,002	0,003	0,006	0,010	0,013	0,003
Modo 17	0,000	-0,001	-0,003	-0,007	-0,017	-0,028	-0,038	-0,049	-0,053	-0,059	-0,062	-0,062	-0,031
Modo 18	-0,001	-0,001	0,001	0,006	0,015	0,022	0,030	0,035	0,036	0,035	0,028	0,016	0,018
Modo 19	-0,001	-0,002	-0,002	-0,002	-0,006	-0,011	-0,017	-0,024	-0,026	-0,031	-0,037	-0,040	-0,016
Modo 20	-0,001	-0,001	-0,001	0,003	0,016	0,038	0,080	0,160	0,220	0,436	0,740	1,079	0,231
Modo 21	-0,001	-0,002	-0,001	0,000	0,000	-0,001	0,000	0,002	0,003	0,008	0,013	0,015	0,003
Modo 22	0,000	0,000	-0,001	-0,004	-0,009	-0,017	-0,026	-0,039	-0,047	0,159	0,632	0,903	0,129
Modo 23	0,000	0,002	0,007	0,033	0,128	0,291	0,537	0,911	1,123	1,465	1,443	1,422	0,613
Modo 24	-0,001	-0,001	0,001	0,006	0,014	0,020	0,026	0,030	0,031	0,029	0,023	0,014	0,016
Modo 25	0,000	-0,002	-0,002	-0,002	-0,006	-0,010	-0,013	-0,017	-0,015	-0,010	-0,001	0,011	-0,006
Modo 26	-0,001	-0,001	-0,003	-0,006	-0,013	-0,020	-0,024	-0,023	-0,020	0,069	0,421	0,814	0,099
Modo 27	0,000	-0,001	0,000	0,006	0,025	0,060	0,124	0,237	0,314	0,502	0,517	0,526	0,193
Modo 28	0,000	0,000	0,000	0,001	0,000	0,000	0,003	0,006	0,008	0,015	0,022	0,027	0,007
Modo 29	0,000	0,000	0,001	0,004	0,010	0,018	0,028	0,041	0,049	0,071	0,094	0,118	0,036
Modo 30	-0,001	-0,001	0,001	0,010	0,038	0,085	0,157	0,268	0,333	0,505	0,654	0,746	0,233
Modo 31	0,000	0,000	0,002	0,007	0,014	0,020	0,025	0,028	0,029	0,036	0,078	0,126	0,031
Modo 32	0,000	0,000	-0,001	-0,002	-0,006	-0,009	-0,007	0,000	0,007	0,030	0,028	0,027	0,006
Modo 33	-0,001	-0,002	-0,002	-0,003	-0,006	-0,008	-0,008	-0,006	-0,002	0,009	0,019	0,025	0,001
Modo 34	0,000	0,001	0,006	0,029	0,116	0,270	0,516	0,917	1,158	1,847	2,533	3,076	0,872
Modo 35	0,000	0,000	0,001	0,007	0,027	0,055	0,090	0,132	0,154	0,216	0,297	0,408	0,115
Modo 36	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,001	0,004	0,008	0,011	0,019	0,026	0,032	0,009
Modo 37	0,000	-0,001	-0,001	-0,003	-0,007	-0,013	-0,019	-0,029	-0,034	-0,048	-0,063	-0,078	-0,025
Modo 38	0,000	0,000	0,002	0,005	0,011	0,015	0,019	0,022	0,035	0,092	0,171	0,259	0,052
Modo 39	0,000	-0,001	-0,001	-0,002	-0,004	-0,004	0,003	0,020	0,023	0,029	0,040	0,059	0,013
Modo 40	0,000	-0,001	-0,002	-0,006	-0,011	-0,011	-0,002	0,024	0,043	0,102	0,155	0,186	0,040
Modo 41	-0,001	-0,001	0,000	0,002	0,006	0,010	0,015	0,023	0,028	0,042	0,061	0,087	0,023
Modo 42	0,000	-0,001	0,001	0,007	0,030	0,073	0,148	0,289	0,387	0,725	1,177	1,662	0,375
Modo 43	0,000	0,000	0,000	0,000	0,001	0,001	0,005	0,009	0,012	0,020	0,027	0,030	0,009
Modo 44	0,001	0,001	0,006	0,027	0,101	0,223	0,401	0,656	0,794	1,129	1,373	1,495	0,517
Modo 45	-0,001	-0,001	-0,001	-0,002	-0,006	-0,011	-0,017	-0,024	-0,028	-0,039	-0,052	-0,064	-0,020
Modo 46	0,000	0,000	0,001	0,005	0,009	0,012	0,016	0,041	0,064	0,148	0,260	0,463	0,085
Modo 47	0,001	0,000	0,000	-0,001	-0,002	0,002	0,014	0,021	0,024	0,040	0,093	0,384	0,048
Modo 48	0,000	0,000	-0,002	-0,004	-0,005	0,000	0,015	0,050	0,073	0,144	0,209	3,082	0,297
Modo 49	0,000	-0,001	0,001	0,008	0,035	0,084	0,168	0,319	0,422	0,766	1,219	3,726	0,562
Modo 50	0,000	0,000	0,000	0,001	0,001	0,003	0,007	0,013	0,017	0,025	0,033	1,715	0,151

Observando la tabla, los mayores valores de diferencia porcentual respecto al eje nuevo se dan en:

- Modo 49 al porcentaje de 100%, con un 3.726%
- Modo 48 al porcentaje de 100%, con un 3.082%
- Modo 34 al porcentaje de 100%, con un 3.076%
- Modo 34 al porcentaje de 83%, con un 2.533%

Por otro lado, los modos donde la media de la diferencia porcentual es mayor son el 11, 23, 34 y 49. Estos modos, por lo tanto, serán los más relevantes a la hora del estudio de las frecuencias del eje libre en caso de producirse grietas longitudinales.

A continuación vamos a presentar una tabla que muestran el valor de las medias de la diferencia porcentual de frecuencias propias con respecto al tamaño de grieta longitudinal y su media total:

**Tabla 51.** Medias de diferencias porcentuales para cada porcentaje y posición.

POSICIÓN E											
1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
0,000	0,000	0,000	0,004	0,015	0,035	0,066	0,116	0,147	0,240	0,339	0,581
0,129											

Si comparamos el valor obtenido en este caso, 0.129%, con respecto al máximo y al mínimo de valor de la media total obtenidas en grietas radiales en este documento, 0.627% y 0.551% para las posiciones C y A respectivamente, podemos constatar que, en eje libre, este tipo de grietas carece de importancia por su poca diferencia en la evolución de las frecuencias en comparación con casos de grietas radiales.



### 9.5.3 Resultados de diferencias unitarias en el eje libre.

De la misma manera que hemos procedido en el apartado anterior con las diferencias porcentuales, en este apartado vamos a presentar los resultados obtenidos para las diferencias unitarias en la grieta longitudinal respecto a la frecuencia propia obtenida para el eje nuevo. De igual manera, presentamos en la última columna de la tabla las medias en cada modo de vibración de estas divergencias para evitar extendernos demasiado en el documento:

**Tabla 52.** Diferencias unitarias para eje libre con grieta longitudinal (posición E.)

Difer. Unit.	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%	Media
Modo 7	0,001	0,003	0,008	0,022	0,051	0,083	0,115	0,147	0,160	0,180	0,179	0,167	0,093
Modo 8	0,000	0,000	-0,001	-0,004	-0,010	-0,017	-0,028	-0,041	-0,049	-0,071	-0,094	-0,116	-0,036
Modo 9	0,000	0,000	0,000	0,005	0,022	0,054	0,113	0,221	0,296	0,562	0,927	1,337	0,295
Modo 10	0,000	0,000	0,001	0,002	0,001	0,000	0,003	0,005	0,007	0,013	0,021	0,029	0,007
Modo 11	0,003	0,010	0,036	0,175	0,686	1,568	2,909	4,992	6,202	9,542	12,521	14,434	4,423
Modo 12	0,001	0,005	0,019	0,067	0,150	0,229	0,308	0,367	0,383	0,371	0,294	0,180	0,198
Modo 13	0,000	-0,003	-0,007	-0,021	-0,058	-0,114	-0,175	-0,262	-0,309	-0,433	-0,564	-0,683	-0,219
Modo 14	0,000	0,000	0,010	0,040	0,100	0,190	0,290	0,440	0,520	0,750	0,990	1,230	0,380
Modo 15	-0,010	-0,010	0,000	0,040	0,150	0,340	0,690	1,330	1,790	3,330	5,400	7,740	1,732
Modo 16	0,000	0,000	0,000	0,010	0,010	0,000	0,010	0,020	0,040	0,070	0,120	0,150	0,036
Modo 17	0,000	-0,010	-0,040	-0,100	-0,240	-0,390	-0,540	-0,690	-0,750	-0,840	-0,870	-0,870	-0,445
Modo 18	-0,020	-0,020	0,020	0,100	0,240	0,350	0,480	0,560	0,590	0,560	0,450	0,260	0,298
Modo 19	-0,010	-0,030	-0,030	-0,030	-0,090	-0,180	-0,270	-0,390	-0,420	-0,510	-0,600	-0,650	-0,267
Modo 20	-0,030	-0,030	-0,030	0,070	0,320	0,780	1,640	3,290	4,520	8,950	15,210	22,170	4,738
Modo 21	-0,020	-0,040	-0,020	0,000	0,000	-0,020	0,010	0,040	0,070	0,160	0,260	0,310	0,062
Modo 22	-0,010	-0,010	-0,030	-0,080	-0,210	-0,380	-0,590	-0,880	-1,040	3,540	14,080	20,130	2,877
Modo 23	0,010	0,040	0,150	0,740	2,900	6,590	12,140	20,610	25,420	33,140	32,640	32,170	13,879
Modo 24	-0,020	-0,020	0,030	0,160	0,350	0,500	0,660	0,750	0,780	0,740	0,570	0,350	0,404
Modo 25	-0,010	-0,040	-0,040	-0,050	-0,140	-0,250	-0,340	-0,420	-0,390	-0,250	-0,030	0,280	-0,140
Modo 26	-0,020	-0,040	-0,080	-0,190	-0,410	-0,610	-0,730	-0,700	-0,620	2,110	12,950	25,050	3,059
Modo 27	-0,010	-0,020	0,010	0,190	0,780	1,870	3,830	7,340	9,730	15,540	15,990	16,280	5,961
Modo 28	0,010	-0,010	0,010	0,020	0,000	0,010	0,090	0,180	0,260	0,470	0,670	0,840	0,212
Modo 29	0,010	0,010	0,040	0,140	0,350	0,600	0,950	1,410	1,670	2,410	3,220	4,040	1,238
Modo 30	-0,040	-0,040	0,030	0,340	1,330	3,010	5,570	9,480	11,770	17,880	23,160	26,390	8,240
Modo 31	0,010	0,010	0,080	0,260	0,520	0,740	0,950	1,060	1,100	1,340	2,910	4,710	1,141
Modo 32	0,000	-0,010	-0,030	-0,090	-0,210	-0,320	-0,260	0,000	0,250	1,110	1,050	0,990	0,207
Modo 33	-0,040	-0,060	-0,070	-0,100	-0,220	-0,310	-0,320	-0,210	-0,070	0,340	0,730	0,950	0,052
Modo 34	0,000	0,040	0,250	1,280	5,030	11,750	22,480	39,900	50,390	80,420	110,240	133,900	37,973
Modo 35	-0,010	-0,010	0,040	0,300	1,170	2,400	3,960	5,800	6,770	9,480	13,020	17,900	5,068
Modo 36	0,010	0,000	0,010	0,010	0,000	0,030	0,170	0,370	0,500	0,850	1,160	1,390	0,375
Modo 37	-0,020	-0,050	-0,060	-0,120	-0,300	-0,560	-0,870	-1,290	-1,510	-2,140	-2,820	-3,490	-1,103
Modo 38	0,000	0,010	0,080	0,260	0,540	0,740	0,930	1,090	1,750	4,620	8,610	12,990	2,635
Modo 39	0,000	-0,050	-0,050	-0,120	-0,210	-0,180	0,130	1,020	1,180	1,450	2,000	2,940	0,676
Modo 40	0,000	-0,030	-0,110	-0,310	-0,590	-0,580	-0,080	1,260	2,220	5,260	8,030	9,650	2,060
Modo 41	-0,030	-0,050	0,000	0,120	0,300	0,510	0,800	1,190	1,460	2,220	3,200	4,580	1,192
Modo 42	-0,020	-0,030	0,050	0,390	1,680	4,100	8,340	16,230	21,750	40,740	66,150	93,370	21,063
Modo 43	0,010	-0,020	0,000	0,010	0,030	0,080	0,260	0,530	0,690	1,120	1,490	1,670	0,489
Modo 44	0,030	0,080	0,330	1,580	5,990	13,280	23,870	39,080	47,270	67,240	81,760	89,040	30,796
Modo 45	-0,030	-0,070	-0,080	-0,140	-0,350	-0,650	-0,990	-1,460	-1,690	-2,360	-3,110	-3,810	-1,228
Modo 46	-0,010	-0,010	0,080	0,300	0,580	0,740	0,970	2,570	4,000	9,180	16,170	28,730	5,275
Modo 47	0,040	-0,030	-0,030	-0,090	-0,110	0,100	0,860	1,290	1,510	2,480	5,780	23,840	2,970
Modo 48	0,000	-0,020	-0,100	-0,260	-0,360	-0,020	1,010	3,270	4,800	9,520	13,770	203,550	19,597
Modo 49	-0,030	-0,040	0,090	0,580	2,400	5,730	11,470	21,800	28,850	52,410	83,440	254,930	38,469
Modo 50	0,020	0,000	0,010	0,050	0,090	0,180	0,480	0,870	1,130	1,710	2,230	117,320	10,341

Observando la tabla, los mayores valores de diferencia unitaria en el eje nuevo son:

- Modo 49 al porcentaje de 100%, con un 254.93Hz
- Modo 48 al porcentaje de 100%, con un 203.55Hz
- Modo 50 al porcentaje de 100%, con un 133.90Hz
- Modo 34 al porcentaje de 100%, con un 117.32Hz

Por otro lado, los modos donde la media de diferencias unitarias son mayores son el 34, 42, 44 y 49, siendo estos modos los más relevantes a la hora de estudiar las frecuencias del eje libre en caso de producirse grietas longitudinales.

A continuación vamos a presentar en una tabla el valor de las medias de la diferencia unitaria de las frecuencias con respecto al tamaño de la grieta longitudinal y su media total:

**Tabla 53.** Medias de diferencias unitarias para cada porcentaje y posición.

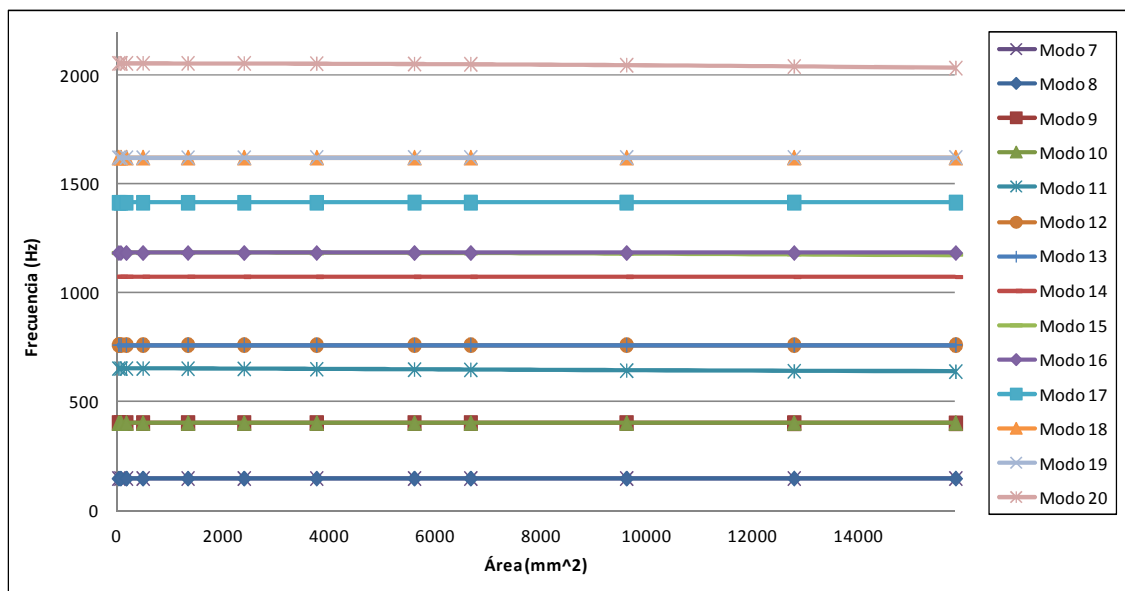
POSICIÓN E											
1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
-0,005	-0,014	0,013	0,126	0,506	1,181	2,302	4,140	5,295	8,755	12,575	26,508
5,115											

Si comparamos el valor obtenido en este caso, 5.115Hz con respecto los valores de la media total obtenidas en grietas radiales en este documento, 17.306Hz y 22.306Hz para las posiciones C y D respectivamente, podemos constatar que, en eje libre, este tipo de grietas carece de importancia en comparación con los casos de grietas radiales.

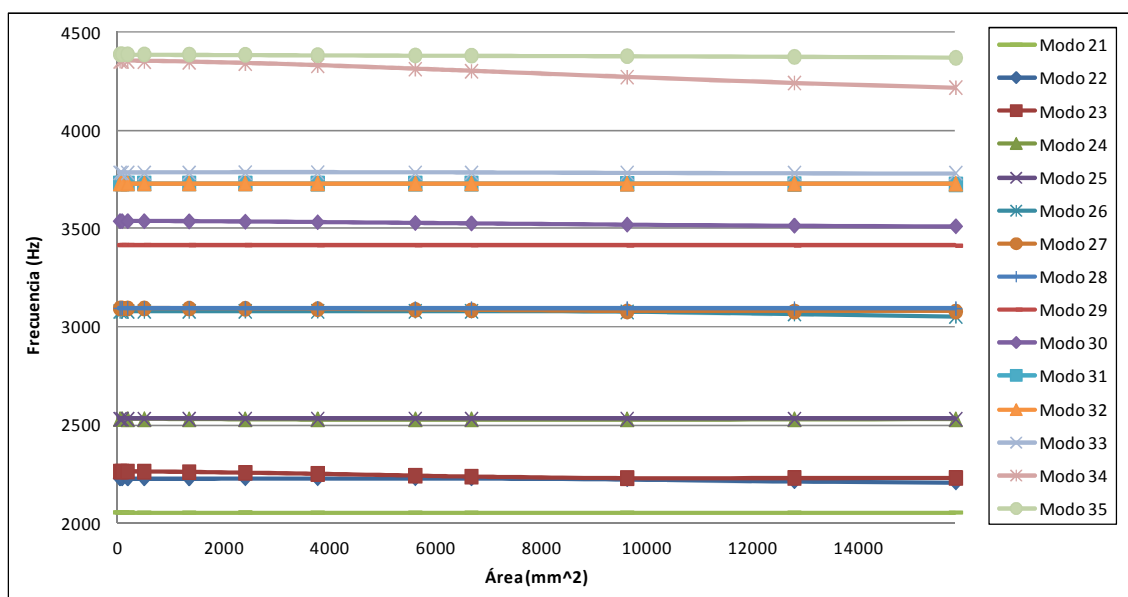
#### 9.5.4. Relación frecuencia / área de grieta longitudinal en eje libre.

Debido a su semejanza con las grietas radiales, vamos a usar esta misma metodología para obtener una relación de fiabilidad en caso de partir de modelos este tipo de grietas en la posición E.

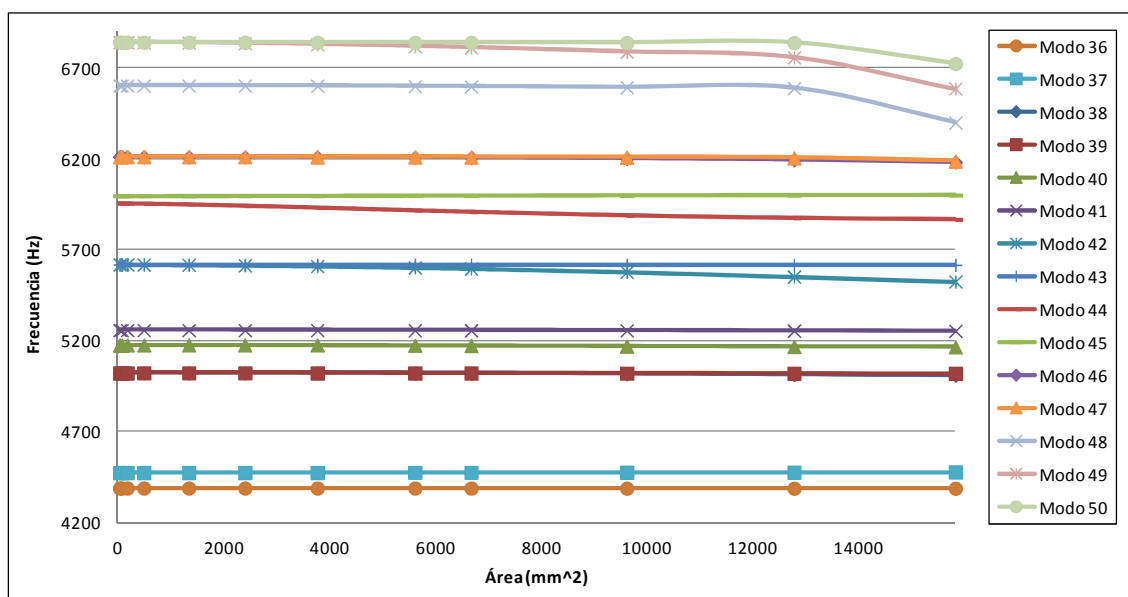
En primer lugar realizaremos las representaciones gráficas de frecuencia con respecto al área de la grieta:



**Figura 137.** Gráfica frecuencia / área en posición E de los modos 7 al 20.



**Figura 138.** Gráfica frecuencia / área en posición E de los modos 21 al 35.



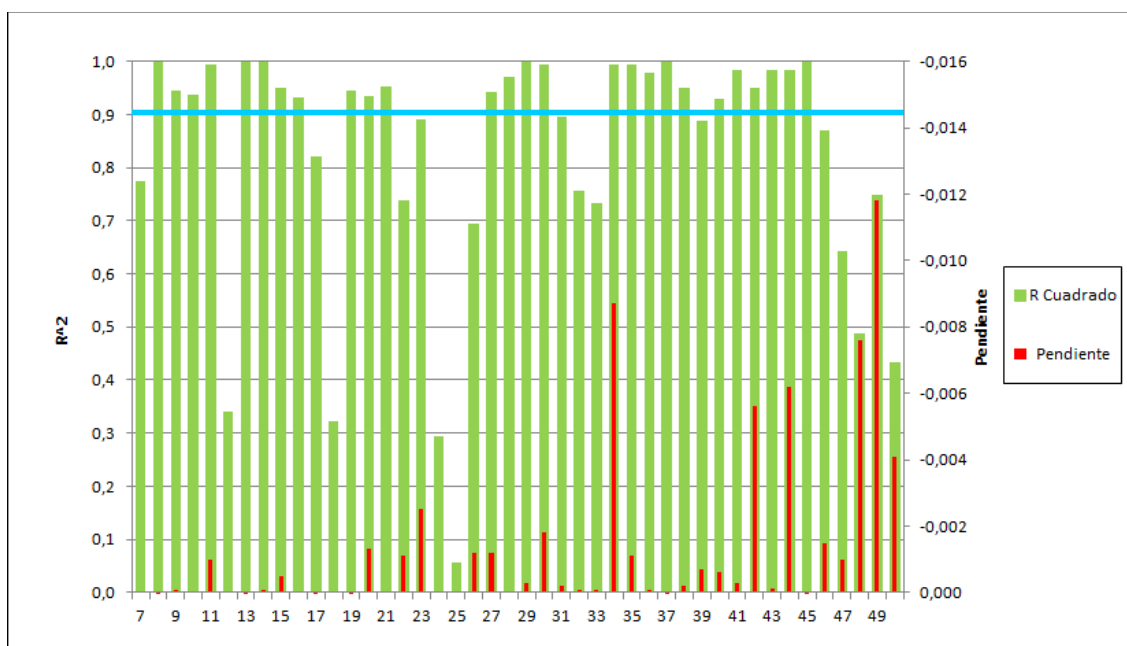
**Figura 139.** Gráfica frecuencia / área en posición E de los modos 36 al 50.

Como en el caso de las posiciones anteriores, tras obtener las representaciones Gráficas de su relación frecuencia / área de la grieta, debemos obtener las funciones que definen para cada modo de vibración su línea de tendencia con la ecuación y los respectivos valores del R-cuadrado, que se presentarán a continuación en la siguiente página:

**Tabla 54.** Función, pendiente y 'R-cuadrado' de cada modo de la posición E.

Posición E			
Modo	Funcion	Pendiente (Hz/mm <sup>2</sup> )	R-Cuadrado
7	$y = -1E-05x + 148,18$	-0,000001	0,7735
8	$y = 7E-06x + 148,21$	0,0000007	0,9999
9	$y = -8E-05x + 403,58$	-0,000008	0,9445
10	$y = -2E-06x + 403,5$	-0,0000002	0,9382
11	$y = -0,001x + 653,6$	-0,001	0,9949
12	$y = -2E-05x + 761,21$	-0,000002	0,3394
13	$y = 4E-05x + 761,34$	0,000004	0,9988
14	$y = -8E-05x + 1074,6$	-0,000008	0,9999
15	$y = -0,0005x + 1184,1$	-0,0005	0,9496
16	$y = -9E-06x + 1183,6$	-0,0000006	0,9325
17	$y = 6E-05x + 1414,4$	0,000006	0,8209
18	$y = -2E-05x + 1621,3$	-0,000002	0,323
19	$y = 4E-05x + 1621,5$	0,000004	0,9463
20	$y = -0,0013x + 2056,1$	-0,0013	0,9348
21	$y = -2E-05x + 2054,6$	-0,000002	0,9536
22	$y = -0,0011x + 2230,5$	-0,0011	0,738
23	$y = -0,0025x + 2260,8$	-0,0025	0,8918
24	$y = -3E-05x + 2529,4$	-0,000003	0,2935
25	$y = -9E-06x + 2529,9$	-0,0000009	0,057
26	$y = -0,0012x + 3081,3$	-0,0012	0,6956
27	$y = -0,0012x + 3094,2$	-0,0012	0,9419
28	$y = -5E-05x + 3094,3$	-0,000005	0,9698
29	$y = -0,0003x + 3417,4$	-0,0003	0,9999
30	$y = -0,0018x + 3539,4$	-0,0018	0,9942
31	$y = -0,0002x + 3731$	-0,0002	0,8951
32	$y = -9E-05x + 3731,2$	-0,000009	0,7574
33	$y = -7E-05x + 3784,8$	-0,000007	0,7338
34	$y = -0,0087x + 4357,5$	-0,0087	0,9938
35	$y = -0,0011x + 4389,1$	-0,0011	0,9948
36	$y = -9E-05x + 4389$	-0,000009	0,9796
37	$y = 0,0002x + 4473,5$	0,0002	0,9998
38	$y = -0,0002x + 5022,6$	-0,0002	0,951
39	$y = -0,0007x + 5023,3$	-0,0007	0,8875
40	$y = -0,0006x + 5176,7$	-0,0006	0,9291
41	$y = -0,0003x + 5258,4$	-0,0003	0,9834
42	$y = -0,0056x + 5624,8$	-0,0056	0,9511
43	$y = -0,0001x + 5618,8$	-0,0001	0,9849
44	$y = -0,0062x + 5956$	-0,0062	0,983
45	$y = 0,0002x + 5997$	0,0002	0,9994
46	$y = -0,0015x + 6214,1$	-0,0015	0,87
47	$y = -0,001x + 6213,9$	-0,001	0,6429
48	$y = -0,0076x + 6621$	-0,0076	0,4865
49	$y = -0,0118x + 6861,3$	-0,0118	0,7484
50	$y = -0,0041x + 6852,2$	-0,0041	0,4335

Con los valores de la tabla 30 ya somos capaces de construir una gráfica en la que vemos exactamente cuáles serán los modos de vibración más fiables a la hora de estudiar si el eje va a presentar fallo o no, pudiendo aproximar el tamaño del fallo en caso de que lo tenga. El valor de R-cuadrado nos ofrece la fiabilidad con las funciones de líneas de tendencia mientras que la pendiente refleja la tendencia y variación de las frecuencias respecto al área de la grieta:



**Figura 140.** Gráfica representativa de Pendiente y R-cuadrado para posición E.

Hemos delimitado la gráfica con una línea azul para quedarnos con los modos que presentan un R-cuadrado mayor de 0,9, que van a ser los que consideraremos fiables para la relación frecuencia/área. Tenemos, por tanto, veinticinco modos con una fiabilidad de más del 90%, en el que podremos saber si el eje se encuentra fisurado o no. Los modos son: el 8, 9, 10, 11, 13, 14, 15, 19, 20, 21, 27, 28, 29, 30, 34, 35, 36, 37, 38, 40, 41, 42, 43, 44 y 45. Como en los casos anteriores, mediante las frecuencias obtenidas y con las funciones de la anterior tabla sería posible conocer cuál es el tamaño aproximado de la grieta que está sufriendo el eje en un determinado momento.



### 9.5.5. Resultados globales de frecuencias para eje restringido.

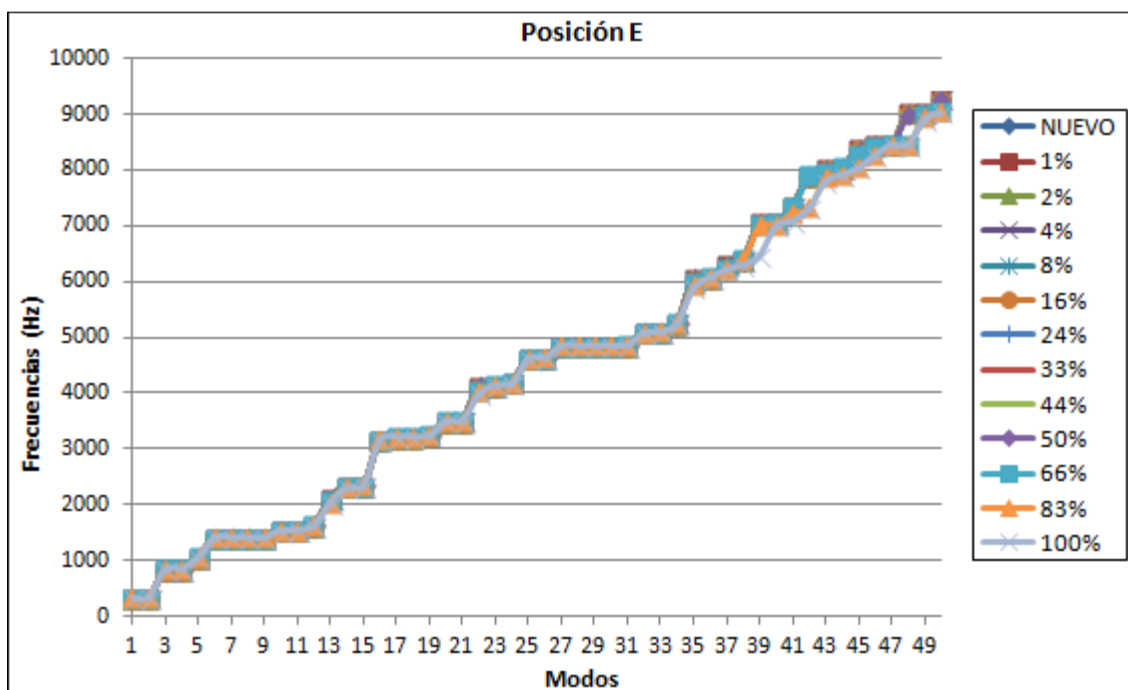
Para el caso restringido repetiremos la metodología usada, realizando nuestra tabla de resultados e incluyendo los valores de eje nuevo y las filas del tiempo de análisis y calculo.

**Tabla 55.** Frecuencias propias (Hz) para eje restringido con grieta longitudinal (posición E).

	POSICIÓN E												
	NUEVO	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
Modo 1	327,53	327,52	327,53	327,52	327,51	327,47	327,46	327,42	327,43	327,42	327,49	327,58	327,67
Modo 2	327,55	327,53	327,53	327,54	327,58	327,58	327,65	327,66	327,76	327,80	327,92	328,04	328,14
Modo 3	845,22	845,20	845,21	845,19	845,20	845,07	844,99	844,61	844,15	843,77	842,52	840,82	838,87
Modo 4	845,27	845,22	845,21	845,20	845,27	845,20	845,26	845,19	845,21	845,16	845,18	845,14	845,08
Modo 5	1053,83	1053,82	1053,84	1053,86	1053,95	1054,06	1054,24	1054,33	1054,55	1054,58	1054,73	1054,77	1054,77
Modo 6	1407,44	1407,61	1407,72	1407,48	1407,47	1407,40	1407,47	1407,42	1407,58	1407,55	1407,38	1407,50	1407,57
Modo 7	1407,51	1407,63	1407,77	1407,59	1407,48	1407,50	1407,59	1407,47	1407,66	1407,66	1407,55	1407,54	1407,61
Modo 8	1407,67	1407,65	1407,86	1407,80	1407,67	1407,55	1407,63	1407,68	1407,79	1407,67	1407,67	1407,61	1407,78
Modo 9	1407,72	1407,71	1407,97	1408,00	1407,69	1407,58	1407,77	1407,79	1408,12	1407,85	1407,80	1407,91	1407,86
Modo 10	1535,38	1535,34	1535,32	1535,26	1535,16	1534,88	1534,74	1534,41	1534,29	1534,18	1534,28	1534,47	1534,69
Modo 11	1535,46	1535,36	1535,37	1535,34	1535,55	1535,49	1535,76	1535,74	1536,02	1536,07	1536,27	1536,42	1536,47
Modo 12	1627,71	1627,68	1627,70	1627,71	1627,81	1627,87	1628,11	1628,23	1628,59	1628,73	1629,21	1629,70	1630,14
Modo 13	2107,30	2107,24	2107,24	2107,10	2106,49	2103,96	2099,77	2093,12	2082,98	2076,89	2059,89	2043,81	2032,43
Modo 14	2339,08	2339,03	2339,01	2338,93	2338,95	2338,25	2337,47	2335,51	2332,72	2330,77	2324,70	2316,93	2308,12
Modo 15	2339,22	2339,07	2339,06	2338,99	2339,13	2339,03	2339,13	2338,90	2338,89	2338,71	2338,62	2338,42	2338,15
Modo 16	3160,03	3159,98	3160,05	3160,10	3160,37	3160,62	3161,01	3160,97	3161,07	3160,83	3160,24	3159,45	3158,85
Modo 17	3217,49	3217,41	3217,34	3217,22	3217,06	3216,71	3216,50	3215,93	3215,81	3215,57	3215,68	3215,56	3214,03
Modo 18	3217,68	3217,47	3217,49	3217,34	3217,78	3217,66	3218,14	3217,86	3217,90	3217,65	3216,86	3215,88	3216,03
Modo 19	3244,78	3244,69	3244,72	3244,68	3244,64	3244,26	3244,06	3243,49	3243,08	3242,72	3241,89	3240,85	3239,74
Modo 20	3502,16	3502,19	3502,34	3502,21	3502,14	3502,08	3502,21	3502,21	3502,30	3502,24	3502,21	3502,21	3502,31
Modo 21	3502,22	3502,43	3502,37	3502,47	3502,19	3502,25	3502,24	3502,21	3502,39	3502,28	3502,30	3502,31	3502,36
Modo 22	4144,04	4143,92	4143,86	4143,65	4143,62	4141,85	4138,86	4131,00	4114,23	4101,78	4061,61	4017,69	3980,28
Modo 23	4144,27	4144,00	4144,00	4143,82	4143,96	4143,97	4144,01	4143,53	4143,42	4143,02	4142,77	4142,40	4141,97
Modo 24	4211,64	4211,53	4211,52	4211,25	4210,06	4205,35	4198,34	4189,19	4180,60	4177,46	4173,65	4172,17	4170,51
Modo 25	4618,38	4618,44	4618,84	4618,56	4618,29	4618,16	4618,49	4618,45	4618,91	4618,73	4618,60	4618,58	4618,86
Modo 26	4630,29	4630,38	4630,77	4630,51	4630,19	4630,06	4630,36	4630,31	4630,72	4630,53	4630,34	4630,27	4630,49
Modo 27	4846,74	4847,04	4847,21	4846,71	4846,82	4846,71	4846,81	4846,80	4847,07	4846,94	4846,59	4846,79	4846,91
Modo 28	4846,97	4847,12	4847,34	4846,94	4846,95	4846,85	4847,09	4846,93	4847,22	4847,09	4846,89	4846,84	4847,16
Modo 29	4847,12	4847,23	4847,67	4847,50	4847,12	4846,93	4847,11	4847,33	4847,36	4847,20	4847,25	4847,11	4847,33
Modo 30	4847,29	4847,34	4847,73	4847,74	4847,19	4846,98	4847,61	4847,45	4848,24	4847,39	4847,43	4847,55	4847,53
Modo 31	4854,74	4854,65	4854,73	4854,76	4854,99	4855,16	4855,76	4856,06	4856,95	4857,26	4858,40	4859,56	4860,61
Modo 32	5101,19	5100,97	5100,87	5100,69	5100,44	5100,22	5099,93	5099,21	5099,02	5097,95	5093,34	5086,57	5079,09
Modo 33	5101,44	5101,15	5101,19	5100,85	5101,45	5101,22	5101,71	5100,62	5099,42	5098,74	5098,57	5097,69	5095,84
Modo 34	5261,75	5261,63	5261,75	5261,84	5262,24	5262,45	5262,59	5261,56	5260,05	5258,59	5254,75	5251,21	5249,18
Modo 35	6076,72	6076,40	6076,36	6075,98	6075,82	6073,09	6068,98	6059,53	6042,24	6029,73	5986,84	5932,75	5880,27
Modo 36	6076,98	6076,65	6076,63	6076,28	6076,34	6076,61	6076,41	6075,55	6075,31	6074,61	6074,21	6073,68	6073,24
Modo 37	6309,86	6309,64	6309,66	6309,27	6307,54	6300,70	6290,26	6275,16	6256,53	6247,23	6229,59	6220,62	6217,20
Modo 38	6404,02	6403,83	6403,91	6403,84	6403,77	6403,07	6402,73	6401,54	6400,64	6399,74	6397,09	6390,18	6299,62
Modo 39	7061,96	7061,42	7061,39	7061,13	7060,76	7060,92	7060,41	7058,99	7054,62	7051,16	7038,68	7003,70	6469,19
Modo 40	7062,20	7061,83	7061,90	7061,35	7061,97	7061,58	7061,72	7059,40	7059,04	7057,88	7054,24	7020,99	7002,07
Modo 41	7355,56	7355,34	7355,53	7355,67	7356,14	7355,98	7355,23	7351,99	7346,99	7343,12	7333,05	7241,97	7077,08
Modo 42	7900,61	7900,36	7900,56	7900,59	7900,95	7901,10	7902,01	7902,13	7903,36	7903,60	7904,86	7324,66	7320,14
Modo 43	8049,58	8048,90	8049,00	8048,46	8048,02	8044,50	8039,22	8027,27	8006,16	7991,21	7939,66	7869,86	7795,35
Modo 44	8049,80	8049,42	8049,45	8048,88	8048,73	8049,47	8048,85	8047,52	8047,21	8046,12	8045,61	7905,87	7906,71
Modo 45	8398,26	8397,86	8397,93	8397,47	8395,23	8386,69	8373,94	8355,31	8332,03	8319,70	8294,37	8044,78	8044,28
Modo 46	8454,17	8454,26	8454,25	8454,03	8454,01	8453,84	8453,92	8454,13	8454,41	8454,19	8423,96	8278,58	8271,27
Modo 47	8454,32	8454,30	8454,63	8454,71	8454,16	8454,14	8454,21	8454,35	8454,55	8454,34	8454,29	8453,83	8454,19
Modo 48	9032,62	9031,60	9031,70	9031,38	9030,80	9031,46	9030,61	9025,98	9017,11	9010,60	8454,45	8454,38	8454,37
Modo 49	9032,84	9032,36	9032,44	9031,65	9032,08	9031,71	9031,06	9028,95	9027,07	9022,41	8987,33	8954,97	8918,52
Modo 50	9278,73	9278,34	9278,67	9278,53	9278,39	9277,54	9277,19	9274,99	9271,56	9264,89	9048,01	9036,98	9034,53
Tiempo 1(s)	1935,41	1985,65	2119,60	1941,05	1913,99	1832,05	1916,55	1713,69	1667,14	1558,00	2116,64	1947,78	1872,70
Tiempo 2(s)	429,67	426,68	417,12	413,15	433,90	449,25	444,52	426,65	440,62	428,69	440,95	446,22	478,41



En total contabilizamos 600 datos de frecuencias propias para eje restringido en el caso de grieta longitudinal. Podemos observar, que a medida que aumenta el porcentaje de grieta, como en el resto de situaciones, se produce una disminución en los valores de la frecuencia. En lo que respecta a la evolución de la frecuencia propia a medida que se aumentan los modos de vibración, esta es semejante al del caso de eje libre, si bien las divergencias entre tamaños de grieta aumenta con respecto a dicho caso, como se puede contemplar en el gráfico que se adjunta a continuación.



**Figura 141.** Gráfica de frecuencias propias para posición E en eje restringido.

A continuación, nos centraremos en discernir la diferencia entre cada uno de los valores de frecuencia obtenidos comparándolos con el valor de la frecuencia propia para el caso de eje nuevo.

#### 9.5.6. Resultados de diferencias porcentuales en el eje restringido.

En la tabla que se mostrará a continuación veremos cómo varían los diferentes valores de las diferencias porcentuales para la grieta longitudinal en cada modo y posición. Dichos valores están representados en una escala de colores con formato condicional. La fórmula que se aplica para el cálculo de estas diferencias porcentuales es:

$$\frac{f_{\text{eje nuevo}} - f_{\text{eje con fallo}}}{f_{\text{eje nuevo}}} \cdot 100$$

Por motivos de espacio hemos incluido en la tabla, en su última columna, la media de las diferencias porcentuales producidas en cada modo de vibración, medias que se pueden ver a continuación:

**Tabla 56.** Diferencias porcentuales para eje restringido con grieta longitudinal (posición E).

Diferen. %	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%	Media
Modo 1	0,003	0,002	0,005	0,007	0,021	0,021	0,035	0,032	0,034	0,013	-0,013	-0,041	0,010
Modo 2	0,005	0,005	0,004	-0,009	-0,008	-0,030	-0,035	-0,066	-0,077	-0,113	-0,150	-0,182	-0,055
Modo 3	0,003	0,002	0,004	0,002	0,017	0,027	0,072	0,127	0,171	0,320	0,521	0,751	0,168
Modo 4	0,006	0,006	0,007	-0,001	0,008	0,001	0,009	0,007	0,012	0,010	0,014	0,022	0,008
Modo 5	0,001	-0,001	-0,003	-0,011	-0,022	-0,039	-0,047	-0,068	-0,071	-0,085	-0,089	-0,089	-0,044
Modo 6	-0,012	-0,020	-0,003	-0,002	0,003	-0,002	0,001	-0,010	-0,008	0,004	-0,004	-0,009	-0,005
Modo 7	-0,009	-0,018	-0,006	0,002	0,001	-0,006	0,003	-0,011	-0,011	-0,003	-0,002	-0,007	-0,006
Modo 8	0,001	-0,013	-0,009	0,000	0,009	0,003	-0,001	-0,009	0,000	0,000	0,004	-0,008	-0,002
Modo 9	0,001	-0,018	-0,020	0,002	0,010	-0,004	-0,005	-0,028	-0,009	-0,006	-0,013	-0,010	-0,008
Modo 10	0,003	0,004	0,008	0,014	0,033	0,042	0,063	0,071	0,078	0,072	0,059	0,045	0,041
Modo 11	0,007	0,006	0,008	-0,006	-0,002	-0,020	-0,018	-0,036	-0,040	-0,053	-0,063	-0,066	-0,024
Modo 12	0,002	0,001	0,000	-0,006	-0,010	-0,025	-0,032	-0,054	-0,063	-0,092	-0,122	-0,149	-0,046
Modo 13	0,003	0,003	0,009	0,038	0,158	0,357	0,673	1,154	1,443	2,250	3,013	3,553	1,055
Modo 14	0,002	0,003	0,006	0,006	0,035	0,069	0,153	0,272	0,355	0,615	0,947	1,324	0,316
Modo 15	0,006	0,007	0,010	0,004	0,008	0,004	0,014	0,014	0,022	0,026	0,034	0,046	0,016
Modo 16	0,002	-0,001	-0,002	-0,011	-0,019	-0,031	-0,030	-0,033	-0,025	-0,007	0,018	0,037	-0,008
Modo 17	0,002	0,005	0,008	0,013	0,024	0,031	0,048	0,052	0,060	0,056	0,060	0,108	0,039
Modo 18	0,007	0,006	0,011	-0,003	0,001	-0,014	-0,006	-0,007	0,001	0,025	0,056	0,051	0,011
Modo 19	0,003	0,002	0,003	0,004	0,016	0,022	0,040	0,052	0,063	0,089	0,121	0,155	0,048
Modo 20	-0,001	-0,005	-0,001	0,001	0,002	-0,001	-0,001	-0,004	-0,002	-0,001	-0,001	-0,004	-0,002
Modo 21	-0,006	-0,004	-0,007	0,001	-0,001	-0,001	0,000	-0,005	-0,002	-0,002	-0,003	-0,004	-0,003
Modo 22	0,003	0,004	0,009	0,010	0,053	0,125	0,315	0,719	1,020	1,989	3,049	3,952	0,937
Modo 23	0,007	0,007	0,011	0,007	0,007	0,006	0,018	0,021	0,030	0,036	0,045	0,055	0,021
Modo 24	0,003	0,003	0,009	0,038	0,149	0,316	0,533	0,737	0,812	0,902	0,937	0,977	0,451
Modo 25	-0,001	-0,010	-0,004	0,002	0,005	-0,002	-0,002	-0,011	-0,008	-0,005	-0,004	-0,010	-0,004
Modo 26	-0,002	-0,010	-0,005	0,002	0,005	-0,002	0,000	-0,009	-0,005	-0,001	0,000	-0,004	-0,003
Modo 27	-0,006	-0,010	0,001	-0,002	0,001	-0,001	-0,001	-0,007	-0,004	0,003	-0,001	-0,004	-0,003
Modo 28	-0,003	-0,008	0,001	0,000	0,002	-0,002	0,001	-0,005	-0,002	0,002	0,003	-0,004	-0,001
Modo 29	-0,002	-0,011	-0,008	0,000	0,004	0,000	-0,004	-0,005	-0,002	-0,003	0,000	-0,004	-0,003
Modo 30	-0,001	-0,009	-0,009	0,002	0,006	-0,007	-0,003	-0,020	-0,002	-0,003	-0,005	-0,005	-0,005
Modo 31	0,002	0,000	0,000	-0,005	-0,009	-0,021	-0,027	-0,046	-0,052	-0,075	-0,099	-0,121	-0,038
Modo 32	0,004	0,006	0,010	0,015	0,019	0,025	0,039	0,043	0,064	0,154	0,287	0,433	0,091
Modo 33	0,006	0,005	0,012	0,000	0,004	-0,005	0,016	0,040	0,053	0,056	0,074	0,110	0,031
Modo 34	0,002	0,000	-0,002	-0,009	-0,013	-0,016	0,004	0,032	0,060	0,133	0,200	0,239	0,053
Modo 35	0,005	0,006	0,012	0,015	0,060	0,127	0,283	0,567	0,773	1,479	2,369	3,233	0,744
Modo 36	0,005	0,006	0,012	0,011	0,006	0,009	0,024	0,027	0,039	0,046	0,054	0,062	0,025
Modo 37	0,003	0,003	0,009	0,037	0,145	0,311	0,550	0,845	0,993	1,272	1,414	1,468	0,588
Modo 38	0,003	0,002	0,003	0,004	0,015	0,020	0,039	0,053	0,067	0,108	0,216	1,630	0,180
Modo 39	0,008	0,008	0,012	0,017	0,015	0,022	0,042	0,104	0,153	0,330	0,825	8,394	0,827
Modo 40	0,005	0,004	0,012	0,003	0,009	0,007	0,040	0,045	0,061	0,113	0,584	0,851	0,144
Modo 41	0,003	0,000	-0,001	-0,008	-0,006	0,004	0,049	0,117	0,169	0,306	1,544	3,786	0,497
Modo 42	0,003	0,001	0,000	-0,004	-0,006	-0,018	-0,019	-0,035	-0,038	-0,054	7,290	7,347	1,206
Modo 43	0,008	0,007	0,014	0,019	0,063	0,129	0,277	0,539	0,725	1,366	2,233	3,158	0,712
Modo 44	0,005	0,004	0,011	0,013	0,004	0,012	0,028	0,032	0,046	0,052	1,788	1,778	0,314
Modo 45	0,005	0,004	0,009	0,036	0,138	0,290	0,511	0,789	0,935	1,237	4,209	4,215	1,031
Modo 46	-0,001	-0,001	0,002	0,002	0,004	0,003	0,000	-0,003	0,000	0,357	2,077	2,163	0,384
Modo 47	0,000	-0,004	-0,005	0,002	0,002	0,001	0,000	-0,003	0,000	0,000	0,006	0,002	0,000
Modo 48	0,011	0,010	0,014	0,020	0,013	0,022	0,074	0,172	0,244	6,401	6,402	6,402	1,649
Modo 49	0,005	0,004	0,013	0,008	0,013	0,020	0,043	0,064	0,115	0,504	0,862	1,266	0,243
Modo 50	0,004	0,001	0,002	0,004	0,013	0,017	0,040	0,077	0,149	2,487	2,605	2,632	0,669

Observando la tabla, los mayores valores de diferencia porcentual respecto al eje nuevo se dan en:

- Modo 39 al porcentaje de 100%, con un 8.394%
- Modo 42 al porcentaje de 100%, con un 7.347%
- Modo 42 al porcentaje de 83%, con un 7.290%
- Modo 48 al porcentaje de 100%, con un 6.402%

Por otro lado, los modos donde la media de la diferencia porcentual es mayor son el 13, 41, 45 y 48. Estos modos, por lo tanto, serán los más relevantes a la hora del estudio de las frecuencias del eje libre en caso de producirse grietas longitudinales.

A continuación vamos a presentar una tabla que muestran el valor de las medias de la diferencia porcentual de frecuencias propias con respecto al tamaño de grieta longitudinal y su media total:

**Tabla 57.** Medias de diferencias porcentuales para cada porcentaje y posición.

POSICIÓN E											
1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
0,002	0,000	0,004	0,006	0,020	0,036	0,076	0,127	0,167	0,446	0,867	1,190
0,245											

Si comparamos el valor obtenido en este caso, 0,245% con respecto los valores máximos y mínimos de la media de las diferencias porcentuales obtenidas en grietas radiales en este documento, 0.56% y 0.18% para las posiciones C y A respectivamente, podemos constatar que, si bien estas grietas en el eje restringido no pueden despreciarse, tampoco se muestran como el caso más importante en nuestro estudio.

### 9.5.7 Resultados de diferencias unitarias en el eje restringido.

De la misma manera que hemos procedido en el apartado anterior con las diferencias porcentuales, en este apartado vamos a presentar los resultados obtenidos para las diferencias unitarias en la grieta longitudinal con respecto al eje con restricciones. Además, presentamos en la última columna de la tabla las medias en cada modo de vibración de estas divergencias para evitar extendernos demasiado en el documento:

**Tabla 58.** Diferencias unitarias para eje restringido con grieta longitudinal (posición E.)

Difer. Unit.	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%	Media
Modo 1	0,010	0,006	0,015	0,024	0,068	0,070	0,115	0,106	0,111	0,044	-0,042	-0,135	0,033
Modo 2	0,018	0,018	0,013	-0,030	-0,027	-0,098	-0,115	-0,216	-0,253	-0,369	-0,491	-0,595	-0,179
Modo 3	0,022	0,016	0,031	0,020	0,147	0,228	0,609	1,072	1,448	2,702	4,405	6,347	1,421
Modo 4	0,048	0,053	0,062	-0,009	0,066	0,009	0,079	0,057	0,102	0,086	0,122	0,186	0,072
Modo 5	0,010	-0,010	-0,030	-0,120	-0,230	-0,410	-0,500	-0,720	-0,750	-0,900	-0,940	-0,940	-0,462
Modo 6	-0,170	-0,280	-0,040	-0,030	0,040	-0,030	0,020	-0,140	-0,110	0,060	-0,060	-0,130	-0,072
Modo 7	-0,120	-0,260	-0,080	0,030	0,010	-0,080	0,040	-0,150	-0,150	-0,040	-0,030	-0,100	-0,078
Modo 8	0,020	-0,190	-0,130	0,000	0,120	0,040	-0,010	-0,120	0,000	0,000	0,060	-0,110	-0,027
Modo 9	0,010	-0,250	-0,280	0,030	0,140	-0,050	-0,070	-0,400	-0,130	-0,080	-0,190	-0,140	-0,117
Modo 10	0,040	0,060	0,120	0,220	0,500	0,640	0,970	1,090	1,200	1,100	0,910	0,690	0,628
Modo 11	0,100	0,090	0,120	-0,090	-0,030	-0,300	-0,280	-0,560	-0,610	-0,810	-0,960	-1,010	-0,362
Modo 12	0,030	0,010	0,000	-0,100	-0,160	-0,400	-0,520	-0,880	-1,020	-1,500	-1,990	-2,430	-0,747
Modo 13	0,060	0,060	0,200	0,810	3,340	7,530	14,180	24,320	30,410	47,410	63,490	74,870	22,223
Modo 14	0,050	0,070	0,150	0,130	0,830	1,610	3,570	6,360	8,310	14,380	22,150	30,960	7,381
Modo 15	0,150	0,160	0,230	0,090	0,190	0,090	0,320	0,330	0,510	0,600	0,800	1,070	0,378
Modo 16	0,050	-0,020	-0,070	-0,340	-0,590	-0,980	-0,940	-1,040	-0,800	-0,210	0,580	1,180	-0,265
Modo 17	0,080	0,150	0,270	0,430	0,780	0,990	1,560	1,680	1,920	1,810	1,930	3,460	1,255
Modo 18	0,210	0,190	0,340	-0,100	0,020	-0,460	-0,180	-0,220	0,030	0,820	1,800	1,650	0,342
Modo 19	0,090	0,060	0,100	0,140	0,520	0,720	1,290	1,700	2,060	2,890	3,930	5,040	1,545
Modo 20	-0,030	-0,180	-0,050	0,020	0,080	-0,050	-0,050	-0,140	-0,080	-0,050	-0,050	-0,150	-0,061
Modo 21	-0,210	-0,150	-0,250	0,030	-0,030	-0,020	0,010	-0,170	-0,060	-0,080	-0,090	-0,140	-0,097
Modo 22	0,120	0,180	0,390	0,420	2,190	5,180	13,040	29,810	42,260	82,430	126,350	163,760	38,844
Modo 23	0,270	0,270	0,450	0,310	0,300	0,260	0,740	0,850	1,250	1,500	1,870	2,300	0,864
Modo 24	0,110	0,120	0,390	1,580	6,290	13,300	22,450	31,040	34,180	37,990	39,470	41,130	19,004
Modo 25	-0,060	-0,460	-0,180	0,090	0,220	-0,110	-0,070	-0,530	-0,350	-0,220	-0,200	-0,480	-0,196
Modo 26	-0,090	-0,480	-0,220	0,100	0,230	-0,070	-0,020	-0,430	-0,240	-0,050	0,020	-0,200	-0,121
Modo 27	-0,300	-0,470	0,030	-0,080	0,030	-0,070	-0,060	-0,330	-0,200	0,150	-0,050	-0,170	-0,127
Modo 28	-0,150	-0,370	0,030	0,020	0,120	-0,120	0,040	-0,250	-0,120	0,080	0,130	-0,190	-0,065
Modo 29	-0,110	-0,550	-0,380	0,000	0,190	0,010	-0,210	-0,240	-0,080	-0,130	0,010	-0,210	-0,142
Modo 30	-0,050	-0,440	-0,450	0,100	0,310	-0,320	-0,160	-0,950	-0,100	-0,140	-0,260	-0,240	-0,225
Modo 31	0,090	0,010	-0,020	-0,250	-0,420	-1,020	-1,320	-2,210	-2,520	-3,660	-4,820	-5,870	-1,834
Modo 32	0,220	0,320	0,500	0,750	0,970	1,260	1,980	2,170	3,240	7,850	14,620	22,100	4,665
Modo 33	0,290	0,250	0,590	-0,010	0,220	-0,270	0,820	2,020	2,700	2,870	3,750	5,600	1,569
Modo 34	0,120	0,000	-0,090	-0,490	-0,700	-0,840	0,190	1,700	3,160	7,000	10,540	12,570	2,763
Modo 35	0,320	0,360	0,740	0,900	3,630	7,740	17,190	34,480	46,990	89,880	143,970	196,450	45,221
Modo 36	0,330	0,350	0,700	0,640	0,370	0,570	1,430	1,670	2,370	2,770	3,300	3,740	1,520
Modo 37	0,220	0,200	0,590	2,320	9,160	19,600	34,700	53,330	62,630	80,270	89,240	92,660	37,077
Modo 38	0,190	0,110	0,180	0,250	0,950	1,290	2,480	3,380	4,280	6,930	13,840	104,400	11,523
Modo 39	0,540	0,570	0,830	1,200	1,040	1,550	2,970	7,340	10,800	23,280	58,260	592,770	58,429
Modo 40	0,370	0,300	0,850	0,230	0,620	0,480	2,800	3,160	4,320	7,960	41,210	60,130	10,202
Modo 41	0,220	0,030	-0,110	-0,580	-0,420	0,330	3,570	8,570	12,440	22,510	113,590	278,480	36,553
Modo 42	0,250	0,050	0,020	-0,340	-0,490	-1,400	-1,520	-2,750	-2,990	-4,250	575,950	580,470	95,250
Modo 43	0,680	0,580	1,120	1,560	5,080	10,360	22,310	43,420	58,370	109,920	179,720	254,230	57,279
Modo 44	0,380	0,350	0,920	1,070	0,330	0,950	2,280	2,590	3,680	4,190	143,930	143,090	25,313
Modo 45	0,400	0,330	0,790	3,030	11,570	24,320	42,950	66,230	78,560	103,890	353,480	353,980	86,628
Modo 46	-0,090	-0,080	0,140	0,160	0,330	0,250	0,040	-0,240	-0,020	30,210	175,590	182,900	32,433
Modo 47	0,020	-0,310	-0,390	0,160	0,180	0,110	-0,030	-0,230	-0,020	0,030	0,490	0,130	0,012
Modo 48	1,020	0,920	1,240	1,820	1,160	2,010	6,640	15,510	22,020	578,170	578,240	578,250	148,917
Modo 49	0,480	0,400	1,190	0,760	1,130	1,780	3,890	5,770	10,430	45,510	77,870	114,320	21,961
Modo 50	0,390	0,060	0,200	0,340	1,190	1,540	3,740	7,170	13,840	230,720	241,750	244,200	62,095

Observando la tabla, los mayores valores de diferencia unitaria en el eje nuevo son:

- Modo 39 al porcentaje de 100%, con un 592.77Hz
- Modo 42 al porcentaje de 100%, con un 580.47Hz
- Modo 48 al porcentaje de 100%, con un 578.25Hz
- Modo 48 al porcentaje de 83%, con un 578.24Hz

Por otro lado, los modos donde la media de diferencias unitarias son mayores son el 41, 45, 48 y 50, siendo estos modos los más relevantes a la hora de estudiar las frecuencias del eje restringido en caso de producirse grietas longitudinales. A continuación vamos a presentar en una tabla el valor de las medias de la diferencia unitaria con respecto al tamaño de la grieta:

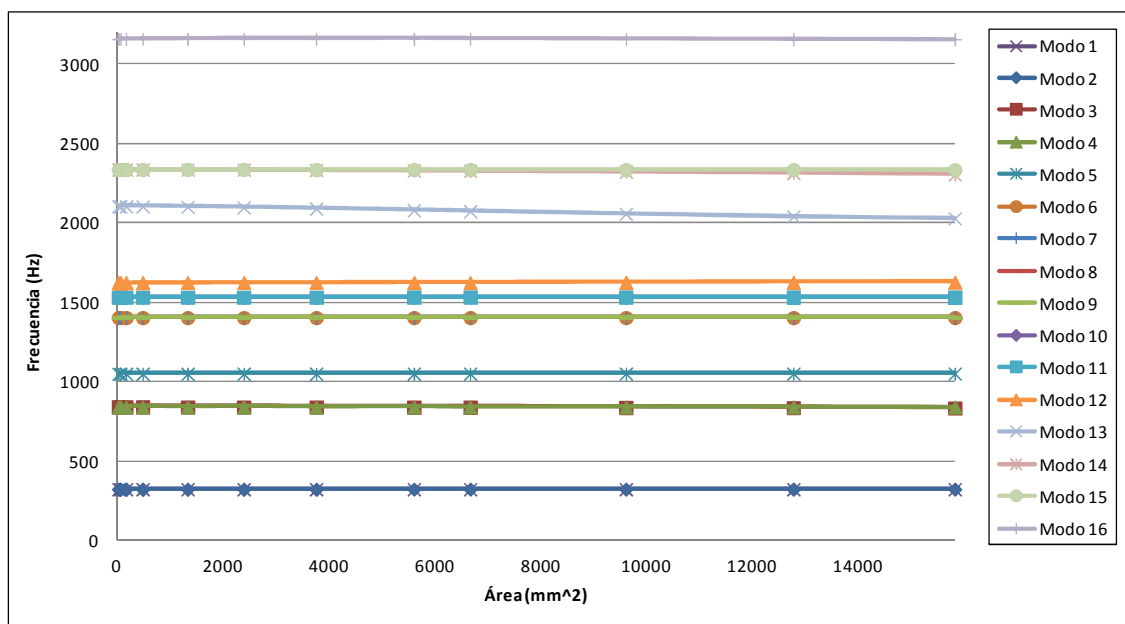
**Tabla 59.** Medias de diferencias unitarias para cada porcentaje y posición.

POSICIÓN E											
1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
0,133	0,044	0,215	0,344	1,031	1,954	4,059	6,880	9,060	30,710	61,544	82,797
16,564											

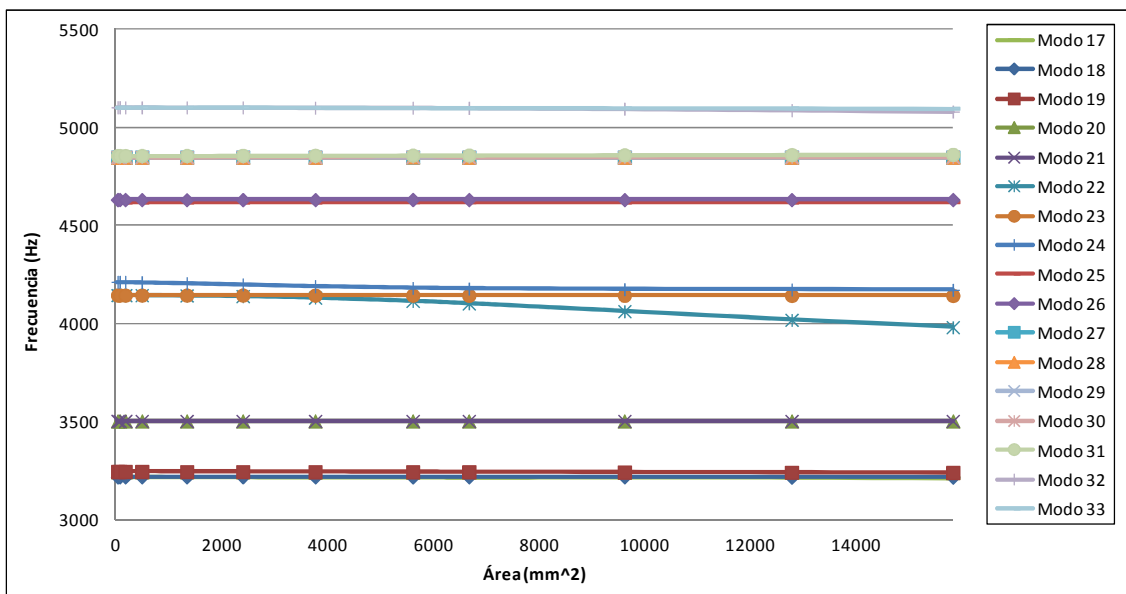
Si comparamos el valor obtenido en este caso, 16.5Hz, con respecto los máximos valores de la media total obtenidas en grietas radiales en este documento, 19.67Hz y 19.46Hz para las posiciones C y D respectivamente, podríamos opinar que estas grietas no son determinantes. No obstante, los valores de las diferencias unitarias de esta grieta longitudinal en el caso del eje restringido están entre los valores más altos de todo el documento.

#### 9.5.8. Relación frecuencia / área de grieta longitudinal en eje libre.

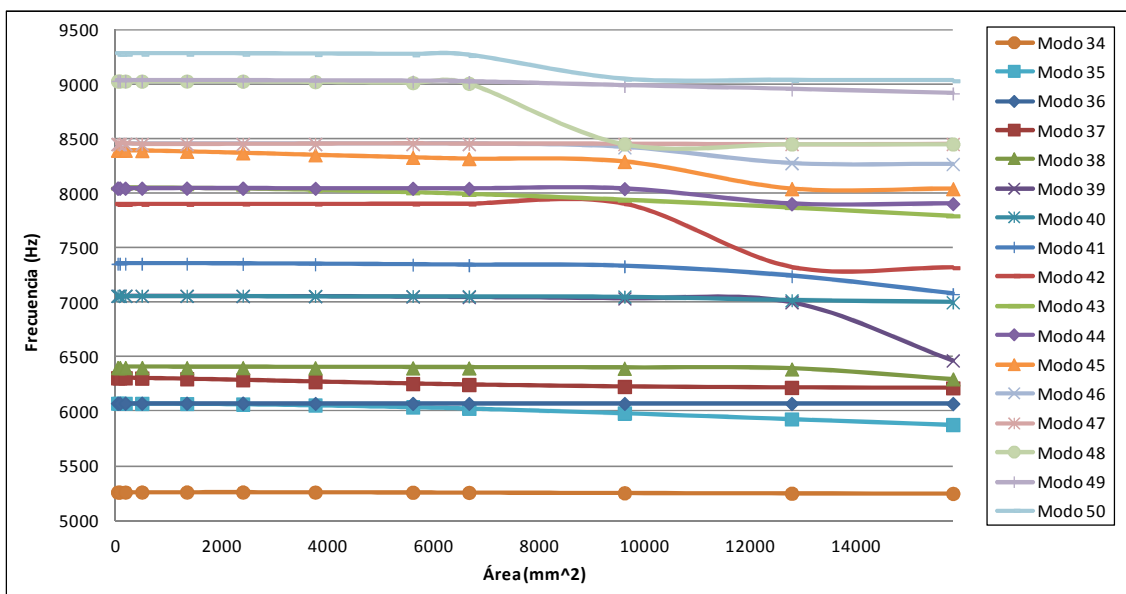
Como ya comentamos en eje libre, el primer paso de nuestro análisis en este apartado es realizar las representaciones gráficas de frecuencia con respecto al área de nuestra grieta longitudinal para el caso de eje restringido, figura que se muestra a continuación:



**Figura 142.** Gráfica frecuencia / área en posición E de los modos 1 al 16.



**Figura 143.** Gráfica frecuencia / área en posición E de los modos 17 al 33.



**Figura 144.** Gráfica frecuencia / área en posición E de los modos 34 al 50.

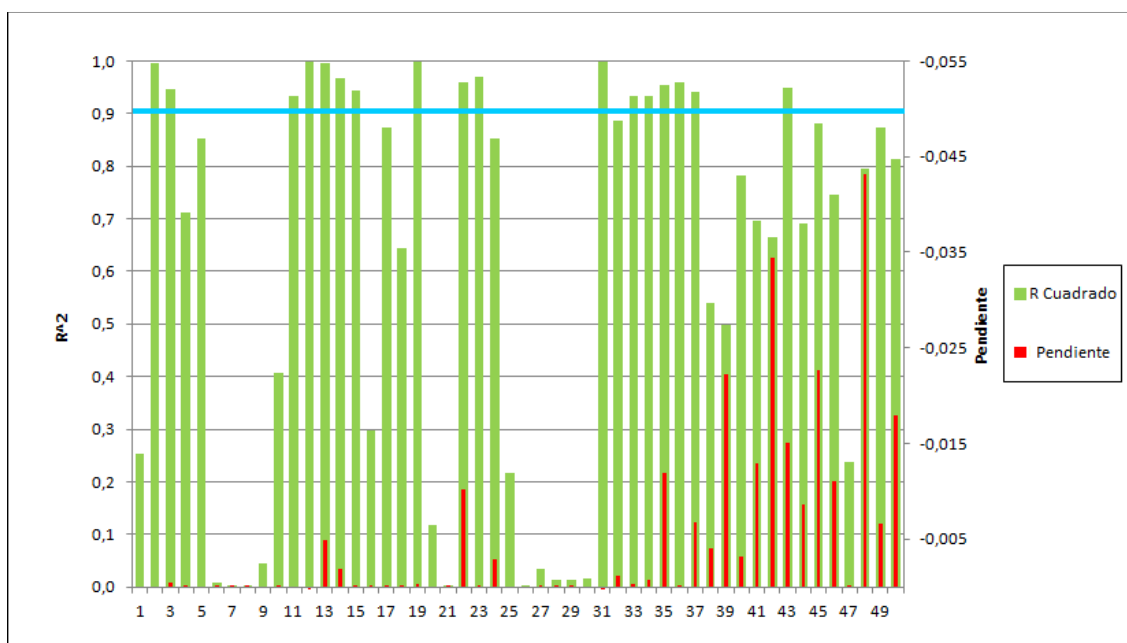
Como en el caso de las posiciones anteriores, tras obtener las representaciones Gráficas de su relación frecuencia / área de la grieta, debemos obtener las funciones que definen para cada modo de vibración su línea de tendencia con la ecuación y los respectivos valores del R-cuadrado, que se presentarán a continuación en la siguiente página:



**Tabla 60.** Función, pendiente y 'R-cuadrado' de cada modo de la posición E.

Posición E			
Modo	Función	Pendiente (Hz/mm <sup>2</sup> )	R-Cuadrado
1	$y = 7E-06x + 327,47$	0,000007	0,2538
2	$y = 4E-05x + 327,54$	0,00004	0,9962
3	$y = -0,0004x + 845,62$	-0,0004	0,9465
4	$y = -8E-06x + 845,23$	-0,000008	0,712
5	$y = 7E-05x + 1054$	0,00007	0,8528
6	$y = -2E-06x + 1407,5$	-0,000002	0,0076
7	$y = -1E-06x + 1407,6$	-0,000001	0,0037
8	$y = -3E-07x + 1407,7$	-0,0000003	0,0004
9	$y = 6E-06x + 1407,8$	0,000006	0,0455
10	$y = -5E-05x + 1535$	-0,00005	0,4057
11	$y = 8E-05x + 1535,5$	0,00008	0,9326
12	$y = 0,0002x + 1627,7$	0,0002	0,9988
13	$y = -0,0049x + 2109,2$	-0,0049	0,9955
14	$y = -0,0019x + 2340,8$	-0,0019	0,9662
15	$y = -6E-05x + 2339,1$	-0,00006	0,9436
16	$y = -7E-05x + 3160,6$	-0,00007	0,2971
17	$y = -0,0002x + 3217,1$	-0,0002	0,8738
18	$y = -0,0001x + 3217,9$	-0,0001	0,6433
19	$y = -0,0003x + 3244,7$	-0,0003	0,9981
20	$y = 5E-06x + 3502,2$	0,000005	0,1175
21	$y = -3E-07x + 3502,3$	-0,0000003	0,0003
22	$y = -0,0102x + 4155,1$	-0,0102	0,96
23	$y = -0,0001x + 4144$	-0,0001	0,9695
24	$y = -0,0029x + 4207$	-0,0029	0,8536
25	$y = 2E-05x + 4618,5$	0,00005	0,2167
26	$y = 8E-07x + 4630,4$	0,0000008	0,0005
27	$y = -6E-06x + 4846,9$	-0,000006	0,0352
28	$y = -3E-06x + 4847,1$	-0,000003	0,0125
29	$y = -4E-06x + 4847,3$	-0,000004	0,0142
30	$y = 7E-06x + 4847,5$	0,000007	0,0149
31	$y = 0,0004x + 4854,7$	0,0004	0,9985
32	$y = -0,0012x + 5102,5$	-0,0012	0,8871
33	$y = -0,0003x + 5101,5$	-0,0003	0,9321
34	$y = -0,0008x + 5263,1$	-0,0008	0,9332
35	$y = -0,0119x + 6089,5$	-0,0119	0,9538
36	$y = -0,0002x + 6076,6$	-0,0002	0,9596
37	$y = -0,0067x + 6305,4$	-0,0067	0,94
38	$y = -0,004x + 6412,3$	-0,004	0,5403
39	$y = -0,0223x + 7112,4$	-0,0223	0,4989
40	$y = -0,0032x + 7067,7$	-0,0032	0,7809
41	$y = -0,0129x + 7381,9$	-0,0129	0,6971
42	$y = -0,0344x + 7973,2$	-0,0344	0,6661
43	$y = -0,0151x + 8065,9$	-0,0151	0,9478
44	$y = -0,0086x + 8066,3$	-0,0086	0,6906
45	$y = -0,0226x + 8422,3$	-0,0226	0,88
46	$y = -0,0111x + 8476,2$	-0,0111	0,7459
47	$y = -2E-05x + 8454,4$	-0,00002	0,2376
48	$y = -0,0431x + 9094$	-0,0432	0,7941
49	$y = -0,0066x + 9042,9$	-0,0066	0,8728
50	$y = -0,0179x + 9304,3$	-0,0179	0,8124

Con los valores de la tabla 54 ya somos capaces de construir una gráfica en la que vemos exactamente cuáles serán los modos de vibración más fiables a la hora de estudiar si el eje va a presentar fallo o no, pudiendo aproximar el tamaño del fallo en caso de que lo tenga. El valor de R-cuadrado nos ofrece la fiabilidad con las funciones de líneas de tendencia mientras que la pendiente refleja la tendencia y variación de las frecuencias respecto al área de la grieta:



**Figura 145.** Gráfica representativa de Pendiente y R-cuadrado para posición E.

Hemos delimitado la gráfica con una línea azul para quedarnos con los modos que presentan un R-cuadrado mayor de 0,9, que van a ser los que consideraremos fiables para la relación frecuencia/área. Tenemos, por tanto, diecisiete modos con una fiabilidad de más del 90%, en el que podremos saber si el eje se encuentra fisurado o no. Los modos son: el 2, 3, 11, 12, 13, 14, 15, 19, 22, 23, 31, 33, 34, 35, 36, 37 y 43. Como en los casos anteriores, mediante las frecuencias obtenidas y con las funciones de la anterior tabla sería posible conocer cuál es el tamaño aproximado de la grieta que está sufriendo el eje en un determinado momento.

## 9.6. ANÁLISIS COMBINADO DE GRIETAS SOBRE EL EJE LIBRE.

Uno de los puntos singulares de este estudio es el acometer el análisis de un eje con dos grietas, variando el calado de las mismas y observando la evolución en las frecuencias que las mismas grietas producen.

Este estudio es el primero en realizar análisis de este tipo, por lo que hemos tenido que variar en cierta manera las metodología de estudio, ya que este análisis no puede ser tratado tal y como lo son el resto de ejes fisurados.

Uno de los puntos clave para la consideración de los datos será la implementación de una serie de tablas denominadas tablas cruzadas, ya que alternan y combinan los datos de la variación de las grietas en las dos posiciones consideradas con respecto a un modo fijo de vibración. Esto es un cambio importante, ya que en vez de fijar una posición como en el resto de análisis fijamos uno de los 50 modos de vibración en cuestión.

También debemos destacar que nuestro análisis se realizara para dos posiciones que en las secciones anteriores de este capítulo hemos analizado de forma individual, y estas serán las posiciones A y B, que coinciden con el asiento de las ruedas.

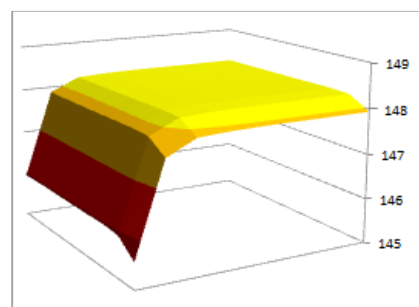
Como se comento en capítulos previos, para este caso no tomaremos los doce tamaños de grietas, si no que usaremos solo ocho de estos doce tamaños, a saber, 1%, 2%, 4%, 8%, 16%, 24%, 50% y 100%. Por supuesto, también usaremos los datos de eje nuevo para ver las pertinentes diferencias entre el estado con fisura y sin fallos.

A continuación plasmamos los resultados obtenidos junto con un grafico que muestra la evolución de cada uno de los respectivos modos de vibración con respecto a los cambios, en las que la evolución de B se muestra con respecto a la línea inferior derecha del plano que da base a la Gráfica mientras que la evolución en A se muestra con respecto a la línea inferior a la izquierda del plano que da base a cada Gráfica.

Recordamos que en el eje libre no tendremos los seis primeros modos de vibración al estos coincidir con los grados de libertad, tomando por tanto el valor cero.

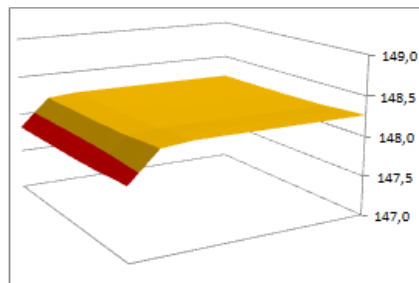
**Tablas 61.** Frecuencia del modo 7 para grieta combinada en eje libre.

FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 7								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	148,21	148,214	148,213	148,213	148,212	148,200	148,169	147,886	145,950
1%	148,214	148,214	148,214	148,214	148,212	148,198	148,166	147,872	145,958
2%	148,214	148,214	148,214	148,214	148,212	148,199	148,166	147,871	145,960
4%	148,215	148,215	148,215	148,214	148,213	148,200	148,167	147,871	145,957
8%	148,216	148,216	148,216	148,216	148,214	148,202	148,169	147,874	145,952
16%	148,220	148,221	148,221	148,220	148,219	148,205	148,173	147,879	145,952
24%	148,223	148,223	148,223	148,223	148,221	148,208	148,175	147,880	145,959
50%	148,205	148,205	148,205	148,205	148,203	148,190	148,156	147,855	145,921
100%	147,941	147,943	147,942	147,944	147,941	147,927	147,891	147,575	145,582

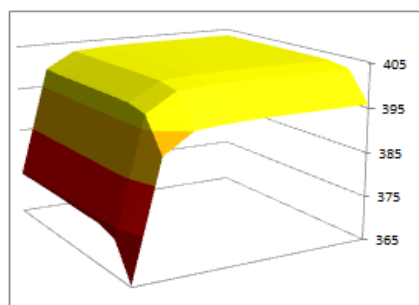


**Tablas 62.** Frecuencia de los modos 8 al 12 para grieta combinada en eje libre.

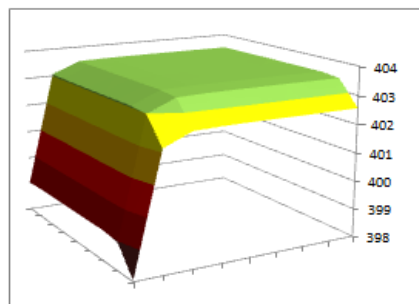
FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 8								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	148,21	148,214	148,214	148,214	148,214	148,214	148,212	148,18	147,824
1%	148,214	148,214	148,214	148,214	148,214	148,214	148,212	148,178	147,825
2%	148,214	148,214	148,214	148,214	148,214	148,214	148,212	148,178	147,826
4%	148,216	148,215	148,215	148,215	148,215	148,215	148,213	148,179	147,827
8%	148,217	148,216	148,216	148,216	148,217	148,217	148,215	148,181	147,827
16%	148,222	148,222	148,222	148,222	148,222	148,222	148,220	148,186	147,832
24%	148,228	148,228	148,228	148,228	148,228	148,228	148,226	148,192	147,840
50%	148,251	148,251	148,251	148,251	148,251	148,251	148,249	148,215	147,861
100%	148,266	148,266	148,266	148,266	148,267	148,267	148,265	148,230	147,875



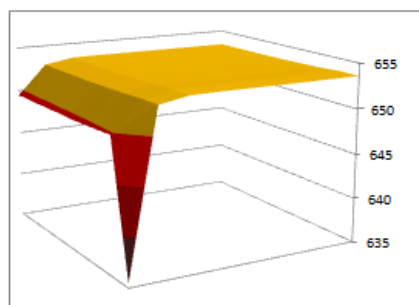
FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 9								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	403,494	403,493	403,492	403,489	403,459	403,294	402,871	399,126	374,244
1%	403,493	403,494	403,493	403,488	403,460	403,266	402,825	398,950	374,343
2%	403,494	403,493	403,493	403,489	403,459	403,270	402,820	398,940	374,365
4%	403,506	403,493	403,493	403,489	403,460	403,270	402,820	398,930	374,322
8%	403,493	403,494	403,492	403,488	403,460	403,272	402,821	398,940	374,229
16%	403,471	403,471	403,469	403,466	403,438	403,245	402,794	398,924	374,148
24%	403,392	403,393	403,393	403,389	403,359	403,166	402,719	398,825	374,108
50%	402,533	402,533	402,531	402,526	402,504	402,308	401,837	397,842	372,931
100%	395,786	395,818	395,792	395,840	395,783	395,573	395,055	390,759	365,321



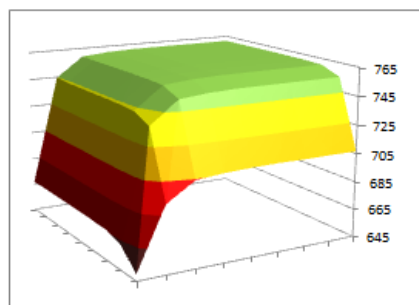
FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 10								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	403,495	403,495	403,495	403,495	403,493	403,487	403,462	403,071	399,046
1%	403,494	403,494	403,494	403,495	403,494	403,485	403,460	403,048	399,055
2%	403,496	403,495	403,496	403,495	403,494	403,486	403,458	403,047	399,059
4%	403,506	403,495	403,495	403,496	403,495	403,487	403,459	403,046	399,058
8%	403,496	403,496	403,496	403,496	403,495	403,487	403,459	403,049	399,046
16%	403,497	403,497	403,498	403,498	403,497	403,489	403,462	403,052	399,044
24%	403,497	403,497	403,498	403,497	403,497	403,490	403,464	403,052	399,056
50%	403,432	403,433	403,434	403,434	403,434	403,427	403,397	402,985	398,972
100%	402,563	402,569	402,565	402,572	402,573	402,565	402,535	402,117	398,050



FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 11								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	653,308	653,309	653,311	653,317	653,331	653,339	653,305	652,771	649,469
1%	653,310	653,311	653,314	653,320	653,333	653,339	653,302	652,744	649,506
2%	653,313	653,315	653,317	653,323	653,336	653,344	653,304	652,748	649,501
4%	653,325	653,324	653,327	653,332	653,346	653,353	653,314	652,753	649,547
8%	653,346	653,348	653,350	653,356	653,370	653,378	653,339	652,783	649,518
16%	653,407	653,410	653,413	653,418	653,433	653,439	653,400	652,845	649,572
24%	653,472	653,474	653,476	653,482	653,496	653,503	653,466	652,909	649,681
50%	653,625	653,626	653,629	653,636	653,650	653,657	653,617	653,053	649,800
100%	653,621	653,628	653,625	653,638	653,647	653,656	653,619	653,052	635,498

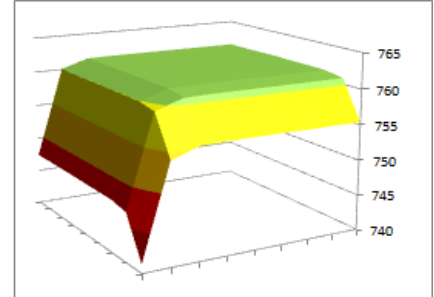


FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 12								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	761,331	761,329	761,325	761,312	761,19	760,523	758,844	744,581	666,723
1%	761,330	761,331	761,327	761,309	761,193	760,411	758,661	743,934	666,968
2%	761,333	761,329	761,330	761,310	761,189	760,427	758,640	743,888	667,018
4%	761,383	761,325	761,322	761,305	761,187	760,419	758,636	743,854	666,925
8%	761,313	761,314	761,309	761,290	761,173	760,417	758,626	743,873	666,694
16%	761,141	761,139	761,132	761,123	761,006	760,227	758,439	743,731	666,423
24%	760,616	760,620	760,621	760,607	760,481	759,704	757,929	743,144	666,179
50%	755,081	755,081	755,070	755,050	754,974	754,187	752,307	737,343	662,091
100%	706,583	706,834	706,635	707,011	706,743	706,068	704,382	691,880	649,798

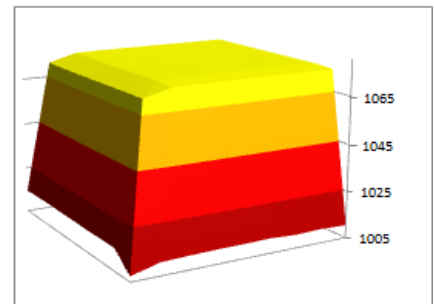


**Tablas 63.** Frecuencia de los modos 13 al 17 para grieta combinada en eje libre.

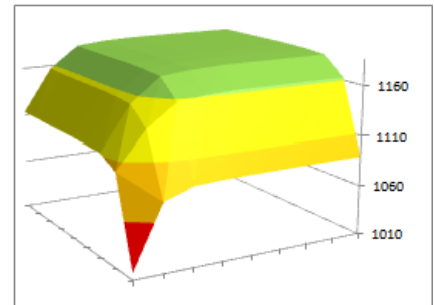
FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 13								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	761,336	761,335	761,336	761,337	761,338	761,335	761,272	760,073	747,40
1%	761,333	761,333	761,333	761,335	761,338	761,328	761,269	759,996	747,427
2%	761,341	761,335	761,342	761,336	761,339	761,329	761,260	759,997	747,433
4%	761,389	761,333	761,332	761,338	761,340	761,333	761,263	759,988	747,429
8%	761,330	761,331	761,328	761,332	761,337	761,328	761,259	759,992	747,389
16%	761,322	761,321	761,324	761,325	761,330	761,319	761,253	759,986	747,367
24%	761,294	761,294	761,301	761,298	761,302	761,296	761,235	759,961	747,365
50%	760,820	760,821	760,827	760,823	760,831	760,829	760,749	759,474	746,840
100%	755,423	755,460	755,435	755,480	755,487	755,472	755,392	754,092	741,271



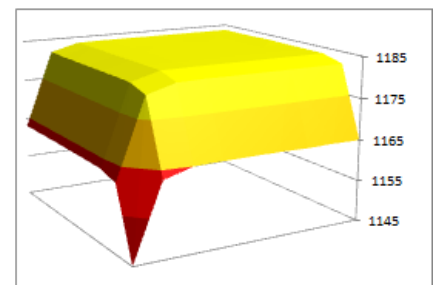
FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 14								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	1074,6	1074,62	1074,62	1074,63	1074,63	1074,58	1074,39	1071,11	1014,42
1%	1074,62	1074,62	1074,62	1074,63	1074,63	1074,58	1074,37	1070,91	1014,60
2%	1074,62	1074,63	1074,63	1074,63	1074,63	1074,58	1074,37	1070,89	1014,71
4%	1074,64	1074,63	1074,63	1074,64	1074,64	1074,59	1074,37	1070,89	1014,57
8%	1074,65	1074,65	1074,65	1074,65	1074,66	1074,60	1074,39	1070,91	1014,50
16%	1074,68	1074,69	1074,69	1074,69	1074,69	1074,64	1074,43	1070,98	1014,36
24%	1074,70	1074,71	1074,71	1074,71	1074,71	1074,66	1074,46	1071,02	1014,47
50%	1074,18	1074,18	1074,19	1074,19	1074,20	1074,17	1074,01	1070,99	1014,39
100%	1010,49	1010,94	1010,60	1011,28	1011,05	1011,05	1010,84	1010,46	1007,26



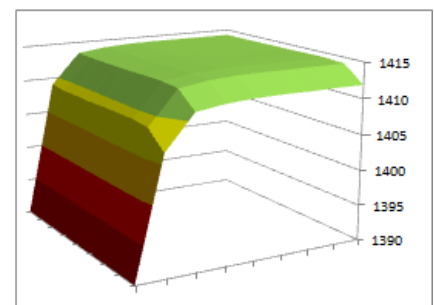
FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 15								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	1183,60	1183,60	1183,59	1183,56	1183,34	1182,11	1179,13	1157,17	1113,10
1%	1183,60	1183,60	1183,59	1183,56	1183,34	1181,91	1178,81	1156,30	1113,15
2%	1183,60	1183,60	1183,60	1183,55	1183,33	1181,93	1178,78	1156,22	1113,13
4%	1183,73	1183,58	1183,58	1183,55	1183,32	1181,91	1178,76	1156,18	1113,15
8%	1183,54	1183,54	1183,53	1183,49	1183,27	1181,89	1178,72	1156,16	1113,08
16%	1182,96	1182,95	1182,94	1182,93	1182,70	1181,28	1178,12	1155,69	1112,79
24%	1181,21	1181,22	1181,22	1181,21	1180,96	1179,55	1176,43	1154,03	1111,92
50%	1162,82	1162,82	1162,79	1162,75	1162,68	1161,34	1158,15	1137,02	1102,03
100%	1089,52	1089,58	1089,53	1089,60	1089,50	1089,03	1087,83	1077,60	1016,86



FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 16								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	1183,6	1183,61	1183,61	1183,61	1183,62	1183,62	1183,53	1181,72	1163,03
1%	1183,60	1183,60	1183,60	1183,61	1183,61	1183,61	1183,53	1181,59	1163,07
2%	1183,62	1183,61	1183,62	1183,61	1183,62	1183,61	1183,52	1181,60	1163,07
4%	1183,75	1183,61	1183,60	1183,61	1183,62	1183,62	1183,52	1181,58	1163,07
8%	1183,60	1183,61	1183,60	1183,61	1183,62	1183,61	1183,52	1181,59	1163,01
16%	1183,59	1183,59	1183,60	1183,60	1183,61	1183,60	1183,51	1181,58	1162,96
24%	1183,52	1183,52	1183,53	1183,53	1183,54	1183,54	1183,46	1181,51	1162,92
50%	1182,10	1182,10	1182,11	1182,10	1182,12	1182,14	1182,01	1180,06	1161,51
100%	1164,97	1165,09	1165,00	1165,14	1165,15	1165,12	1164,99	1163,05	1145,02



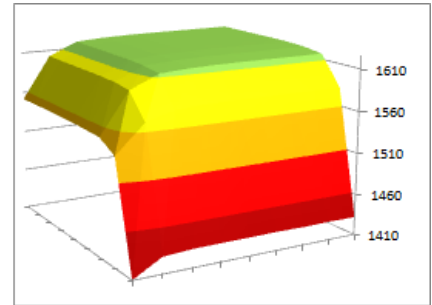
FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 17								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	1414,21	1414,21	1414,21	1414,21	1414,16	1413,93	1413,39	1409,07	1385,63
1%	1414,21	1414,21	1414,21	1414,21	1414,16	1413,89	1413,34	1408,86	1385,88
2%	1414,22	1414,21	1414,22	1414,21	1414,17	1413,91	1413,33	1408,88	1385,82
4%	1414,25	1414,23	1414,23	1414,22	1414,18	1413,92	1413,35	1408,85	1386,09
8%	1414,26	1414,26	1414,25	1414,25	1414,21	1413,95	1413,37	1408,93	1385,73
16%	1414,32	1414,32	1414,32	1414,31	1414,27	1414,01	1413,43	1408,97	1385,70
24%	1414,35	1414,35	1414,35	1414,35	1414,30	1414,04	1413,48	1409,01	1386,03
50%	1414,14	1414,15	1414,15	1414,14	1414,10	1413,84	1413,25	1408,72	1385,44
100%	1411,88	1411,93	1411,88	1411,93	1411,85	1411,60	1411,03	1406,43	1382,63



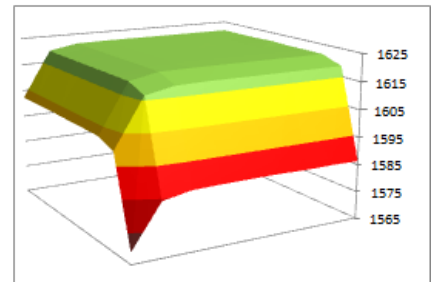


**Tablas 64.** Frecuencia de los modos 18 al 22 para grieta combinada en eje libre.

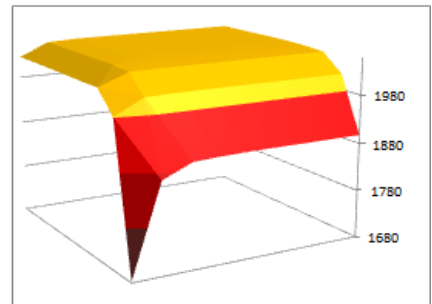
Frecuencia Propia (Hz)		Modo 18								
Grieta A \ Grieta B		Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo		1621,5	1621,47	1621,46	1621,44	1621,27	1620,33	1618,17	1602,97	1551,79
1%		1621,47	1621,47	1621,45	1621,44	1621,27	1620,19	1617,94	1602,37	1551,90
2%		1621,47	1621,47	1621,48	1621,42	1621,25	1620,20	1617,93	1602,29	1551,96
4%		1621,71	1621,45	1621,43	1621,42	1621,24	1620,18	1617,89	1602,24	1551,91
8%		1621,35	1621,34	1621,35	1621,30	1621,14	1620,10	1617,79	1602,16	1551,83
16%		1620,21	1620,19	1620,19	1620,22	1620,02	1618,96	1616,69	1601,30	1551,36
24%		1616,76	1616,79	1616,79	1616,82	1616,59	1615,58	1613,41	1598,51	1550,26
50%		1581,72	1581,74	1581,67	1581,66	1581,81	1581,15	1579,42	1570,06	1537,90
100%		1431,77	1432,12	1431,84	1432,35	1432,20	1432,18	1431,89	1429,89	1410,42



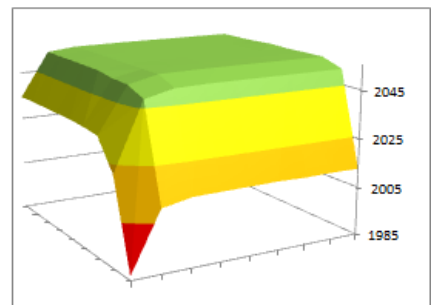
Frecuencia Propia (Hz)		Modo 19								
Grieta A \ Grieta B		Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo		1621,47	1621,49	1621,47	1621,48	1621,48	1621,44	1621,29	1619,39	1602,17
1%		1621,47	1621,48	1621,46	1621,47	1621,46	1621,43	1621,29	1619,25	1602,25
2%		1621,49	1621,48	1621,50	1621,47	1621,47	1621,43	1621,28	1619,30	1602,27
4%		1621,75	1621,49	1621,47	1621,48	1621,49	1621,45	1621,29	1619,24	1602,28
8%		1621,48	1621,49	1621,49	1621,49	1621,48	1621,45	1621,30	1619,26	1602,22
16%		1621,49	1621,50	1621,52	1621,51	1621,50	1621,46	1621,30	1619,28	1602,15
24%		1621,41	1621,42	1621,42	1621,42	1621,42	1621,38	1621,26	1619,19	1602,12
50%		1618,80	1618,80	1618,79	1618,78	1618,80	1618,79	1618,57	1616,51	1599,64
100%		1586,32	1586,52	1586,36	1586,61	1586,57	1586,48	1586,29	1584,32	1569,14



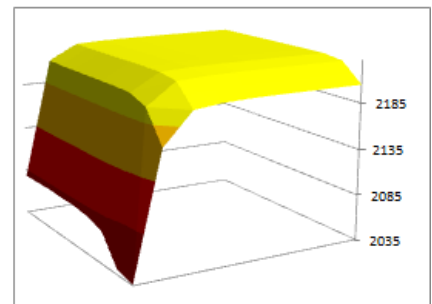
Frecuencia Propia (Hz)		Modo 20								
Grieta A \ Grieta B		Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo		2054,5	2054,56	2054,56	2054,56	2054,55	2054,43	2054,16	2051,60	2024,55
1%		2054,57	2054,56	2054,54	2054,56	2054,51	2054,41	2054,15	2051,43	2024,79
2%		2054,57	2054,56	2054,59	2054,55	2054,54	2054,42	2054,15	2051,51	2024,85
4%		2054,90	2054,55	2054,53	2054,56	2054,53	2054,44	2054,16	2051,41	2024,96
8%		2054,45	2054,44	2054,47	2054,44	2054,45	2054,39	2054,18	2051,46	2024,72
16%		2053,20	2053,18	2053,20	2053,26	2053,21	2053,15	2053,01	2051,51	2024,58
24%		2049,34	2049,37	2049,38	2049,45	2049,37	2049,35	2049,24	2048,10	2024,78
50%		2012,57	2012,62	2012,55	2012,55	2012,81	2012,82	2012,47	2011,34	1981,36
100%		1897,31	1897,54	1897,32	1897,65	1897,39	1896,38	1893,57	1867,51	1682,75



Frecuencia Propia (Hz)		Modo 21								
Grieta A \ Grieta B		Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo		2054,56	2054,59	2054,56	2054,58	2054,58	2054,50	2054,36	2053,09	2034,50
1%		2054,57	2054,58	2054,55	2054,57	2054,58	2054,49	2054,35	2052,99	2034,59
2%		2054,59	2054,58	2054,59	2054,56	2054,55	2054,50	2054,38	2052,98	2034,74
4%		2054,95	2054,61	2054,58	2054,58	2054,57	2054,48	2054,34	2052,91	2034,60
8%		2054,60	2054,61	2054,61	2054,60	2054,57	2054,46	2054,22	2052,81	2034,66
16%		2054,64	2054,66	2054,67	2054,65	2054,62	2054,50	2054,22	2051,66	2034,32
24%		2054,58	2054,59	2054,60	2054,58	2054,55	2054,43	2054,20	2051,43	2033,53
50%		2051,42	2051,40	2051,39	2051,37	2051,38	2051,31	2050,95	2048,20	2021,65
100%		2012,68	2012,93	2012,70	2013,04	2012,88	2012,80	2012,62	2010,29	1986,81



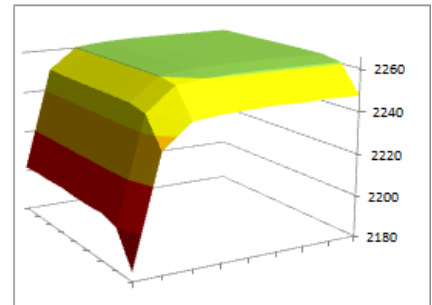
Frecuencia Propia (Hz)		Modo 22								
Grieta A \ Grieta B		Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo		2228	2228,03	2228,03	2228,02	2227,95	2227,48	2226,09	2209,81	2078,44
1%		2228,03	2228,03	2228,03	2228,03	2227,96	2227,40	2225,93	2208,97	2078,71
2%		2228,04	2228,04	2228,04	2228,03	2227,96	2227,41	2225,91	2208,89	2079,21
4%		2228,09	2228,04	2228,04	2228,04	2227,97	2227,42	2225,92	2208,87	2078,53
8%		2228,06	2228,06	2228,05	2228,05	2227,98	2227,44	2225,93	2208,90	2078,37
16%		2228,03	2228,03	2228,02	2228,02	2227,95	2227,39	2225,87	2208,78	2075,96
24%		2227,79	2227,79	2227,80	2227,79	2227,71	2227,14	2225,60	2208,00	2069,56
50%		2224,58	2224,59	2224,58	2224,57	2224,50	2223,77	2221,79	2199,76	2040,30
100%		2204,30	2204,33	2204,31	2204,39	2204,13	2202,86	2199,48	2166,65	2035,92



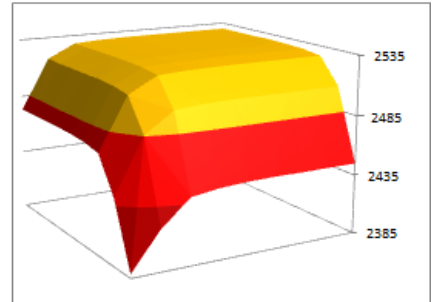


**Tablas 65.** Frecuencia de los modos 23 al 27 para grieta combinada en eje libre.

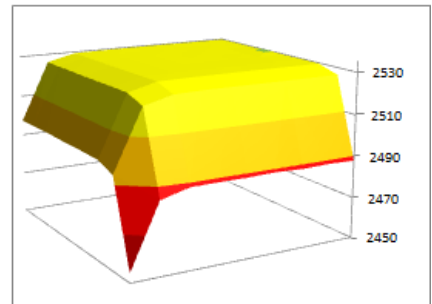
FRECUENCIA PROPIA (Hz)		Modo 23								
Grieta A \ Grieta B		Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo		2262,67	2262,67	2262,66	2262,64	2262,49	2261,87	2260,51	2250,31	2201,78
1%		2262,67	2262,67	2262,66	2262,63	2262,50	2261,77	2260,37	2249,83	2202,21
2%		2262,68	2262,68	2262,67	2262,64	2262,50	2261,79	2260,35	2249,86	2202,10
4%		2262,74	2262,68	2262,68	2262,65	2262,50	2261,79	2260,37	2249,78	2202,57
8%		2262,70	2262,70	2262,69	2262,66	2262,52	2261,81	2260,37	2249,89	2201,93
16%		2262,68	2262,67	2262,67	2262,64	2262,50	2261,78	2260,35	2249,85	2201,79
24%		2262,54	2262,54	2262,50	2262,50	2262,36	2261,65	2260,23	2249,71	2202,21
50%		2260,82	2260,82	2260,82	2260,78	2260,65	2259,94	2258,46	2247,79	2199,84
100%		2247,59	2247,87	2247,57	2247,88	2247,51	2246,87	2245,50	2234,49	2184,41



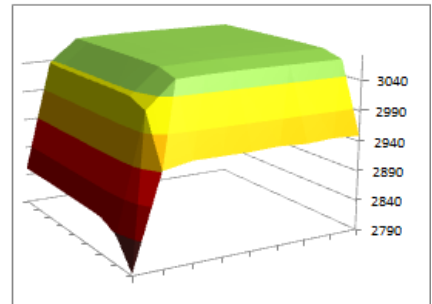
FRECUENCIA PROPIA (Hz)		Modo 24								
Grieta A \ Grieta B		Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo		2529,7	2529,70	2529,70	2529,70	2529,64	2529,13	2527,83	2516,26	2473,49
1%		2529,70	2529,71	2529,69	2529,70	2529,64	2529,06	2527,69	2515,68	2473,55
2%		2529,72	2529,70	2529,73	2529,69	2529,62	2529,09	2527,72	2515,69	2473,76
4%		2530,09	2529,71	2529,67	2529,70	2529,62	2529,06	2527,69	2515,58	2473,56
8%		2529,68	2529,67	2529,69	2529,65	2529,61	2529,06	2527,63	2515,60	2473,48
16%		2529,00	2528,98	2528,99	2529,03	2528,93	2528,37	2526,93	2514,78	2472,46
24%		2526,72	2526,74	2526,76	2526,79	2526,66	2526,09	2524,65	2512,05	2469,27
50%		2504,99	2505,04	2504,99	2504,96	2504,99	2504,18	2502,00	2485,72	2440,66
100%		2444,91	2445,02	2444,88	2445,07	2444,76	2443,45	2440,18	2419,19	2388,31



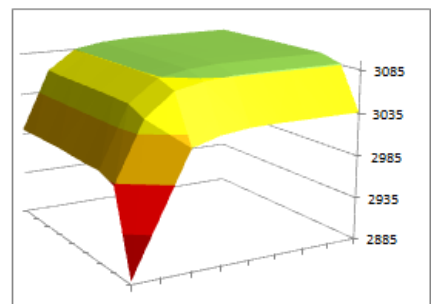
FRECUENCIA PROPIA (Hz)		Modo 25								
Grieta A \ Grieta B		Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo		2529,71	2529,73	2529,71	2529,72	2529,72	2529,60	2529,31	2526,01	2497,44
1%		2529,72	2529,71	2529,69	2529,71	2529,68	2529,58	2529,29	2525,84	2497,52
2%		2529,75	2529,72	2529,73	2529,71	2529,70	2529,59	2529,30	2525,90	2497,64
4%		2530,13	2529,75	2529,72	2529,73	2529,71	2529,61	2529,31	2525,80	2497,57
8%		2529,73	2529,75	2529,75	2529,74	2529,72	2529,63	2529,33	2525,85	2497,57
16%		2529,76	2529,78	2529,78	2529,78	2529,76	2529,66	2529,35	2525,90	2497,54
24%		2529,66	2529,68	2529,70	2529,67	2529,66	2529,56	2529,31	2525,79	2497,55
50%		2526,55	2526,53	2526,53	2526,51	2526,54	2526,47	2526,10	2522,59	2494,20
100%		2488,07	2488,44	2488,05	2488,59	2488,23	2488,26	2488,16	2484,59	2454,50



FRECUENCIA PROPIA (Hz)		Modo 26								
Grieta A \ Grieta B		Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo		3078,4	3078,40	3078,38	3078,35	3078,15	3077,31	3075,50	3037,16	2851,62
1%		3078,40	3078,39	3078,38	3078,34	3078,15	3077,18	3075,30	3035,03	2851,95
2%		3078,41	3078,39	3078,39	3078,34	3078,15	3077,19	3075,28	3034,88	2852,14
4%		3078,52	3078,38	3078,37	3078,33	3078,14	3077,19	3075,28	3034,74	2851,94
8%		3078,33	3078,33	3078,32	3078,28	3078,08	3077,13	3075,21	3034,88	2851,73
16%		3077,95	3077,94	3077,92	3077,90	3077,70	3076,74	3074,83	3034,88	2851,15
24%		3076,97	3076,99	3076,98	3076,94	3076,75	3075,79	3073,92	3033,91	2850,10
50%		3066,33	3066,32	3066,30	3066,25	3066,16	3065,35	3063,50	3021,60	2836,39
100%		2949,29	2951,73	2949,15	2952,13	2950,11	2950,35	2950,52	2941,80	2793,00

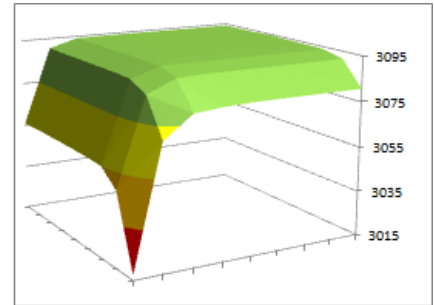


FRECUENCIA PROPIA (Hz)		Modo 27								
Grieta A \ Grieta B		Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo		3094,17	3094,17	3094,15	3094,12	3093,69	3091,35	3085,56	3061,71	2990,65
1%		3094,17	3094,18	3094,16	3094,10	3093,71	3090,97	3084,94	3061,06	2991,28
2%		3094,20	3094,18	3094,19	3094,11	3093,69	3091,05	3084,90	3061,09	2991,15
4%		3094,57	3094,19	3094,14	3094,11	3093,69	3091,02	3084,89	3060,95	2991,81
8%		3094,18	3094,19	3094,18	3094,14	3093,75	3091,12	3084,92	3061,03	2990,79
16%		3094,12	3094,12	3094,13	3094,12	3093,70	3091,00	3084,79	3060,65	2990,31
24%		3093,70	3093,70	3093,73	3093,65	3093,22	3090,52	3084,39	3059,80	2990,47
50%		3086,43	3086,47	3086,43	3086,34	3085,96	3083,07	3076,27	3050,31	2982,66
100%		3036,01	3036,14	3035,96	3036,17	3035,41	3031,51	3022,11	2955,40	2888,66

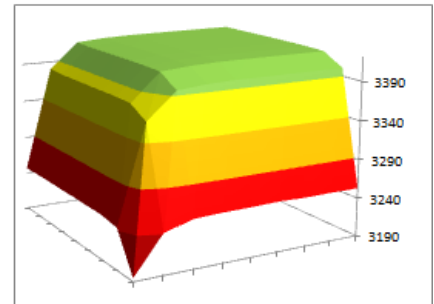


**Tablas 66.** Frecuencia de los modos 28 al 32 para grieta combinada en eje libre.

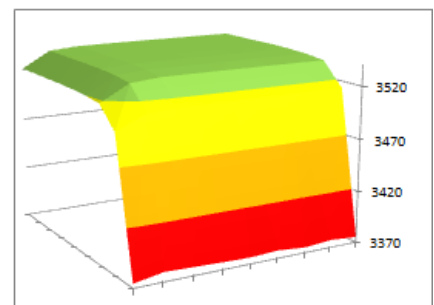
FRECUENCIA PROPIA (Hz)		Modo 28								
Grieta A \ Grieta B		Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo		3094,2	3094,19	3094,20	3094,21	3094,24	3094,25	3094,07	3090,50	3056,00
1%		3094,19	3094,19	3094,18	3094,19	3094,22	3094,23	3094,05	3090,29	3056,14
2%		3094,24	3094,20	3094,22	3094,21	3094,23	3094,23	3094,05	3090,33	3056,16
4%		3094,60	3094,21	3094,19	3094,22	3094,23	3094,24	3094,06	3090,24	3056,12
8%		3094,23	3094,23	3094,23	3094,20	3094,23	3094,24	3094,04	3090,27	3055,97
16%		3094,18	3094,17	3094,15	3094,16	3094,18	3094,19	3093,98	3090,18	3055,76
24%		3093,90	3093,92	3093,96	3093,92	3093,96	3093,97	3093,79	3089,83	3055,23
50%		3091,65	3091,62	3091,65	3091,63	3091,66	3091,57	3091,09	3085,85	3048,51
100%		3080,80	3080,83	3080,82	3080,88	3080,81	3080,39	3079,33	3070,03	3017,33



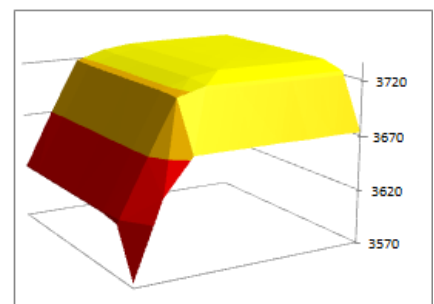
FRECUENCIA PROPIA (Hz)		Modo 29								
Grieta A \ Grieta B		Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo		3417,42	3417,42	3417,41	3417,39	3417,21	3416,15	3413,12	3380,39	3247,03
1%		3417,41	3417,42	3417,41	3417,38	3417,21	3415,96	3412,78	3378,88	3247,16
2%		3417,43	3417,42	3417,42	3417,39	3417,21	3415,99	3412,73	3378,73	3247,51
4%		3417,56	3417,42	3417,41	3417,39	3417,21	3415,99	3412,73	3378,68	3247,09
8%		3417,41	3417,41	3417,39	3417,37	3417,20	3416,00	3412,73	3378,72	3247,37
16%		3417,11	3417,11	3417,10	3417,09	3416,92	3415,68	3412,42	3378,63	3246,99
24%		3416,00	3416,01	3416,02	3416,00	3415,81	3414,58	3411,37	3377,54	3246,73
50%		3400,47	3400,46	3400,44	3400,41	3400,37	3399,15	3395,81	3363,32	3242,78
100%		3253,04	3253,37	3253,16	3254,31	3253,39	3253,16	3251,87	3241,37	3194,55



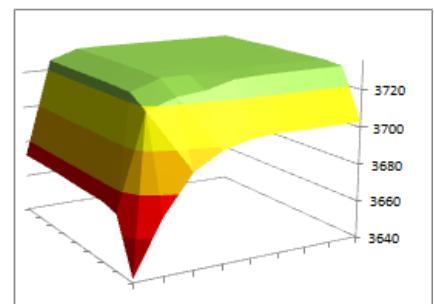
FRECUENCIA PROPIA (Hz)		Modo 30								
Grieta A \ Grieta B		Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo		3538,9	3538,99	3538,97	3539,00	3539,01	3538,92	3538,69	3536,46	3520,98
1%		3538,98	3538,98	3538,96	3538,98	3539,00	3538,92	3538,65	3536,36	3521,19
2%		3538,97	3538,95	3538,98	3538,97	3538,99	3538,90	3538,69	3536,39	3521,21
4%		3539,25	3538,94	3538,91	3538,95	3538,94	3538,87	3538,63	3536,24	3521,29
8%		3538,74	3538,78	3538,77	3538,78	3538,78	3538,71	3538,45	3536,11	3520,89
16%		3537,76	3537,76	3537,77	3537,81	3537,78	3537,72	3537,44	3535,13	3519,97
24%		3535,41	3535,47	3535,46	3535,48	3535,49	3535,42	3535,19	3532,86	3518,19
50%		3513,41	3513,40	3513,37	3513,35	3513,53	3513,58	3513,18	3511,34	3499,03
100%		3375,20	3377,24	3375,13	3377,58	3376,23	3376,94	3378,14	3379,00	3374,22



FRECUENCIA PROPIA (Hz)		Modo 31								
Grieta A \ Grieta B		Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo		3730,93	3730,92	3730,89	3730,81	3730,13	3726,58	3718,43	3670,65	3619,07
1%		3730,92	3730,93	3730,91	3730,79	3730,15	3726,02	3717,60	3669,25	3619,17
2%		3730,96	3730,93	3730,93	3730,81	3730,14	3726,11	3717,52	3669,10	3619,18
4%		3731,30	3730,93	3730,89	3730,80	3730,13	3726,08	3717,50	3669,02	3619,17
8%		3730,90	3730,91	3730,90	3730,84	3730,20	3726,20	3717,57	3669,12	3619,18
16%		3730,72	3730,72	3730,72	3730,76	3730,25	3726,17	3717,53	3669,34	3619,14
24%		3730,24	3730,25	3730,29	3730,26	3730,24	3726,17	3717,67	3669,23	3619,02
50%		3723,66	3723,63	3723,66	3723,63	3723,72	3723,74	3716,45	3667,78	3616,52
100%		3673,04	3673,42	3673,02	3673,59	3673,25	3673,29	3673,18	3641,62	3574,14

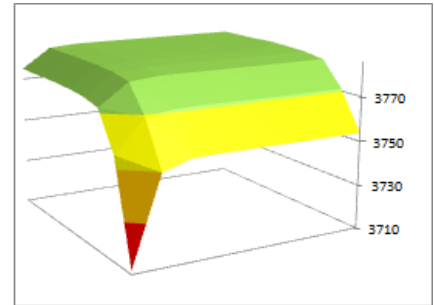


FRECUENCIA PROPIA (Hz)		Modo 32								
Grieta A \ Grieta B		Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo		3731	3730,94	3730,96	3730,97	3731,00	3731,02	3730,75	3725,47	3671,97
1%		3730,95	3730,94	3730,94	3730,95	3730,99	3730,98	3730,72	3725,14	3672,33
2%		3730,99	3730,95	3730,98	3730,97	3731,00	3730,99	3730,71	3725,18	3672,28
4%		3731,33	3730,95	3730,93	3730,97	3730,98	3730,99	3730,72	3725,08	3672,37
8%		3730,99	3730,99	3730,96	3730,92	3730,96	3730,96	3730,68	3725,10	3671,95
16%		3731,04	3731,02	3730,99	3730,92	3730,79	3730,80	3730,51	3724,95	3671,83
24%		3731,03	3731,03	3731,04	3730,92	3730,31	3730,32	3730,08	3724,51	3671,86
50%		3729,85	3729,85	3729,83	3729,69	3729,07	3725,06	3723,38	3718,27	3669,65
100%		3702,96	3702,96	3702,87	3703,25	3702,17	3698,40	3689,91	3669,89	3642,01

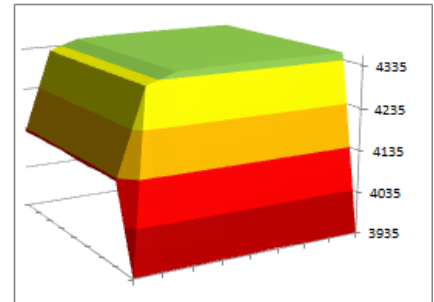


**Tablas 67.** Frecuencia de los modos 33 al 37 para grieta combinada en eje libre.

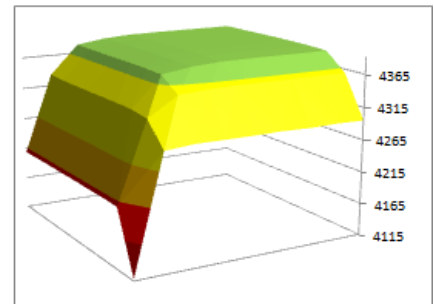
Frecuencia Propia (Hz)		Modo 33								
Grieta A \ Grieta B		Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo		3784,58	3784,62	3784,61	3784,64	3784,68	3784,71	3784,69	3783,74	3774,81
1%		3784,62	3784,62	3784,60	3784,62	3784,68	3784,72	3784,67	3783,71	3774,87
2%		3784,62	3784,59	3784,63	3784,62	3784,68	3784,71	3784,72	3783,74	3774,96
4%		3784,91	3784,59	3784,57	3784,61	3784,64	3784,69	3784,68	3783,61	3774,96
8%		3784,47	3784,51	3784,51	3784,52	3784,56	3784,61	3784,57	3783,54	3774,73
16%		3783,85	3783,84	3783,86	3783,91	3783,90	3783,98	3783,90	3782,87	3773,90
24%		3782,29	3782,34	3782,35	3782,36	3782,40	3782,46	3782,43	3781,27	3771,99
50%		3771,08	3771,07	3771,05	3771,06	3771,17	3771,25	3771,06	3769,27	3755,50
100%		3753,76	3753,90	3753,78	3753,97	3753,94	3753,98	3753,77	3749,75	3711,69



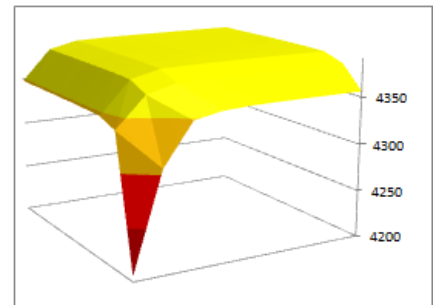
Frecuencia Propia (Hz)		Modo 34								
Grieta A \ Grieta B		Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo		4352,9	4352,95	4352,94	4352,90	4352,64	4351,50	4348,97	4325,93	4127,63
1%		4352,96	4352,95	4352,93	4352,87	4352,64	4351,32	4348,68	4324,69	4129,62
2%		4352,98	4352,96	4352,96	4352,90	4352,65	4351,35	4348,67	4324,75	4129,39
4%		4353,15	4352,98	4352,96	4352,92	4352,66	4351,37	4348,71	4324,53	4131,07
8%		4353,05	4353,05	4353,03	4352,97	4352,72	4351,44	4348,74	4324,85	4128,30
16%		4353,16	4353,15	4353,13	4353,10	4352,84	4351,55	4348,84	4324,94	4127,66
24%		4353,19	4353,20	4353,20	4353,13	4352,89	4351,61	4348,99	4325,10	4130,07
50%		4352,12	4352,11	4352,10	4352,04	4351,84	4350,72	4348,28	4325,13	4128,68
100%		3935,70	3936,37	3935,93	3937,80	3936,55	3936,81	3936,67	3936,77	3936,17



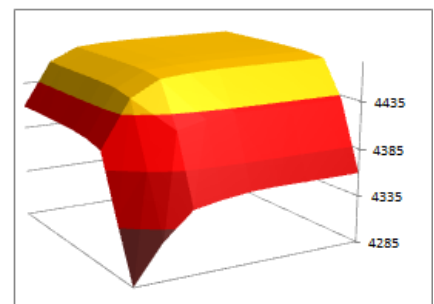
Frecuencia Propia (Hz)		Modo 35								
Grieta A \ Grieta B		Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo		4388,86	4388,86	4388,83	4388,77	4388,21	4385,35	4378,82	4333,24	4208,73
1%		4388,86	4388,86	4388,84	4388,75	4388,22	4384,90	4378,15	4331,62	4208,84
2%		4388,89	4388,86	4388,87	4388,76	4388,21	4384,97	4378,08	4331,41	4209,10
4%		4389,19	4388,86	4388,82	4388,74	4388,20	4384,94	4378,04	4331,33	4208,89
8%		4388,82	4388,83	4388,79	4388,70	4388,18	4384,97	4378,04	4331,36	4209,06
16%		4388,21	4388,19	4388,16	4388,13	4387,58	4384,34	4377,49	4331,49	4208,73
24%		4386,50	4386,51	4386,50	4386,44	4385,88	4382,79	4376,26	4331,03	4208,78
50%		4359,44	4359,26	4359,28	4359,23	4359,40	4358,12	4355,08	4326,97	4207,73
100%		4294,98	4295,83	4294,94	4296,14	4295,56	4295,65	4295,76	4292,23	4117,88



Frecuencia Propia (Hz)		Modo 36								
Grieta A \ Grieta B		Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo		4388,9	4388,88	4388,89	4388,89	4388,86	4388,61	4387,87	4380,87	4347,98
1%		4388,88	4388,87	4388,87	4388,87	4388,83	4388,55	4387,78	4380,53	4348,08
2%		4388,91	4388,88	4388,90	4388,88	4388,84	4388,56	4387,77	4380,58	4348,12
4%		4389,22	4388,87	4388,86	4388,87	4388,83	4388,55	4387,77	4380,47	4348,05
8%		4388,83	4388,84	4388,83	4388,82	4388,79	4388,51	4387,72	4380,47	4347,99
16%		4388,55	4388,55	4388,55	4388,58	4388,53	4388,24	4387,45	4380,21	4347,78
24%		4387,85	4387,86	4387,88	4387,86	4387,83	4387,55	4386,76	4379,42	4347,17
50%		4380,03	4380,02	4380,01	4379,97	4379,98	4379,59	4378,42	4370,21	4339,70
100%		4355,87	4355,89	4355,86	4355,84	4355,52	4353,98	4348,21	4305,93	4205,74



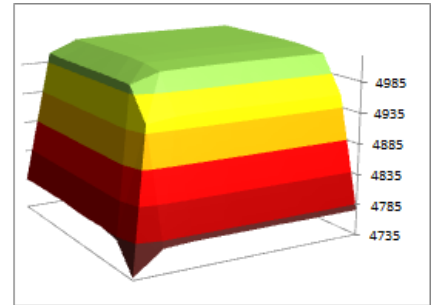
Frecuencia Propia (Hz)		Modo 37								
Grieta A \ Grieta B		Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo		4473,46	4473,48	4473,47	4473,46	4473,32	4472,41	4470,15	4456,18	4409,23
1%		4473,47	4473,47	4473,46	4473,45	4473,30	4472,26	4469,92	4455,67	4409,39
2%		4473,49	4473,48	4473,49	4473,44	4473,30	4472,28	4469,89	4455,63	4409,75
4%		4473,76	4473,47	4473,45	4473,44	4473,30	4472,27	4469,87	4455,57	4409,17
8%		4473,40	4473,40	4473,39	4473,37	4473,22	4472,21	4469,80	4455,49	4409,16
16%		4472,58	4472,57	4472,58	4472,58	4472,41	4471,33	4468,87	4454,20	4407,39
24%		4469,63	4469,66	4469,67	4469,68	4469,46	4468,27	4465,59	4449,80	4402,39
50%		4431,18	4431,22	4431,12	4431,05	4430,82	4427,77	4420,74	4387,16	4341,65
100%		4359,59	4359,57	4359,47	4359,81	4358,95	4355,67	4350,61	4324,17	4285,07



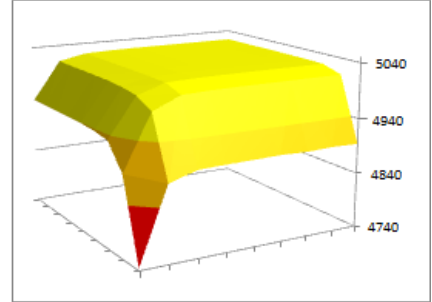


**Tablas 68.** Frecuencia de los modos 38 al 42 para grieta combinada en eje libre.

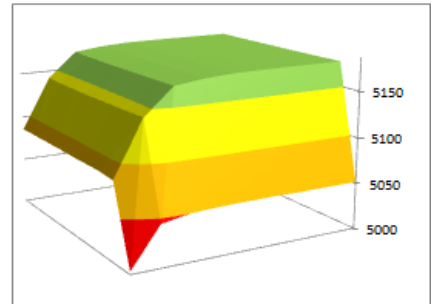
FRECUENCIA PROPIA (Hz)		Modo 38								
Grieta A \ Grieta B		Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo		5022,4	5022,36	5022,35	5022,34	5022,22	5021,54	5019,95	4999,89	4784,83
1%		5022,36	5022,35	5022,35	5022,33	5022,18	5021,41	5019,76	4998,62	4786,21
2%		5022,37	5022,35	5022,37	5022,32	5022,20	5021,43	5019,74	4998,72	4786,24
4%		5022,67	5022,32	5022,31	5022,31	5022,19	5021,41	5019,76	4998,46	4787,21
8%		5022,12	5022,13	5022,12	5022,07	5021,96	5021,21	5019,62	4998,62	4785,36
16%		5020,05	5020,02	5020,02	5020,09	5019,93	5019,16	5017,67	4998,31	4784,68
24%		5014,37	5014,42	5014,40	5014,48	5014,27	5013,61	5012,17	4997,42	4786,06
50%		4954,81	4954,62	4954,63	4954,61	4955,12	4954,83	4953,69	4947,83	4780,76
100%		4776,18	4776,32	4776,19	4776,65	4776,35	4776,42	4776,43	4773,93	4738,55



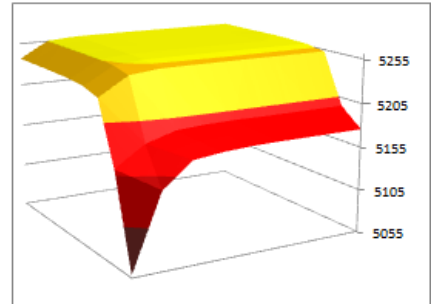
FRECUENCIA PROPIA (Hz)		Modo 39								
Grieta A \ Grieta B		Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo		5022,37	5022,39	5022,36	5022,35	5022,23	5021,58	5020,05	5009,63	4939,30
1%		5022,37	5022,36	5022,36	5022,34	5022,23	5021,47	5019,90	5009,18	4939,41
2%		5022,38	5022,37	5022,38	5022,34	5022,21	5021,48	5019,89	5009,12	4939,99
4%		5022,71	5022,38	5022,36	5022,34	5022,22	5021,49	5019,83	5009,04	4939,33
8%		5022,34	5022,37	5022,33	5022,30	5022,18	5021,45	5019,72	5008,87	4939,48
16%		5022,08	5022,10	5022,10	5022,07	5021,94	5021,20	5019,46	5007,15	4937,38
24%		5021,30	5021,32	5021,31	5021,28	5021,15	5020,41	5018,70	5002,20	4933,00
50%		5010,10	5010,11	5010,06	5010,01	5009,96	5009,24	5007,24	4985,71	4888,44
100%		4894,29	4895,62	4894,24	4895,94	4895,18	4894,56	4893,34	4878,23	4744,34



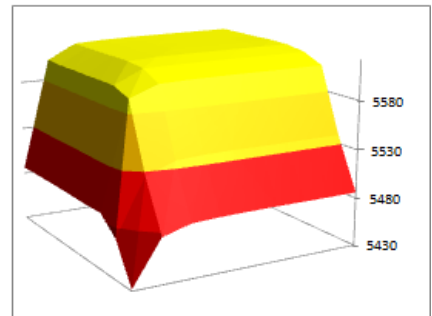
FRECUENCIA PROPIA (Hz)		Modo 40								
Grieta A \ Grieta B		Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo		5175,6	5175,61	5175,60	5175,51	5175,08	5173,27	5169,39	5142,27	5085,63
1%		5175,63	5175,63	5175,60	5175,51	5175,10	5173,00	5168,96	5141,16	5085,85
2%		5175,67	5175,63	5175,63	5175,54	5175,11	5173,05	5168,94	5141,23	5085,82
4%		5175,81	5175,66	5175,64	5175,56	5175,14	5173,08	5169,00	5141,05	5086,06
8%		5175,76	5175,78	5175,74	5175,65	5175,24	5173,18	5169,06	5141,41	5085,85
16%		5175,98	5175,96	5175,93	5175,86	5175,45	5173,38	5169,26	5141,61	5086,00
24%		5176,16	5176,16	5176,16	5176,06	5175,64	5173,57	5169,54	5141,93	5086,46
50%		5176,52	5176,51	5176,50	5176,40	5176,00	5174,00	5169,94	5142,52	5084,86
100%		5051,92	5051,91	5051,82	5052,26	5052,02	5051,67	5050,43	5045,16	5003,06



FRECUENCIA PROPIA (Hz)		Modo 41								
Grieta A \ Grieta B		Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo		5258,22	5258,27	5258,25	5258,29	5258,33	5258,29	5258,09	5255,66	5237,00
1%		5258,25	5258,25	5258,23	5258,28	5258,30	5258,29	5258,08	5255,47	5237,04
2%		5258,26	5258,26	5258,28	5258,25	5258,29	5258,28	5258,10	5255,49	5237,24
4%		5258,68	5258,26	5258,23	5258,27	5258,30	5258,28	5258,07	5255,38	5236,97
8%		5258,15	5258,17	5258,18	5258,18	5258,21	5258,21	5257,98	5255,29	5236,86
16%		5257,10	5257,10	5257,13	5257,18	5257,17	5257,13	5256,90	5253,99	5235,00
24%		5253,08	5253,13	5253,13	5253,22	5253,14	5253,09	5252,76	5249,16	5229,07
50%		5195,63	5195,64	5195,53	5195,54	5195,89	5195,18	5193,18	5183,35	5161,32
100%		5175,63	5175,67	5175,61	5175,58	5175,16	5173,35	5169,57	5142,87	5058,11

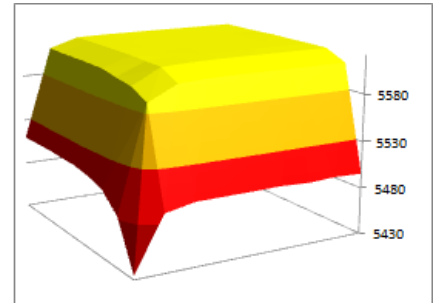


FRECUENCIA PROPIA (Hz)		Modo 42								
Grieta A \ Grieta B		Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo		5618,7	5618,74	5618,74	5618,74	5618,61	5618,02	5616,58	5601,41	5486,45
1%		5618,74	5618,74	5618,74	5618,73	5618,57	5617,91	5616,43	5600,57	5486,87
2%		5618,74	5618,73	5618,77	5618,72	5618,61	5617,94	5616,40	5600,67	5487,06
4%		5619,12	5618,67	5618,70	5618,71	5618,66	5617,99	5616,43	5600,51	5487,16
8%		5618,31	5618,33	5618,33	5618,31	5618,33	5618,01	5616,44	5600,65	5486,80
16%		5614,81	5614,76	5614,77	5614,91	5614,88	5614,70	5614,05	5600,59	5486,60
24%		5605,22	5605,31	5605,29	5605,46	5605,33	5605,15	5604,27	5593,20	5487,14
50%		5538,67	5538,60	5538,59	5538,56	5538,93	5538,50	5536,83	5526,07	5470,96
100%		5485,91	5485,92	5485,90	5486,07	5485,91	5485,54	5484,42	5476,32	5431,65

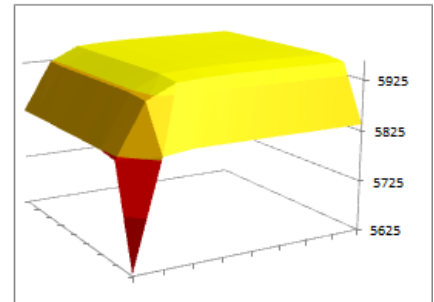


**Tablas 69.** Frecuencia de los modos 43 al 47 para grieta combinada en eje libre.

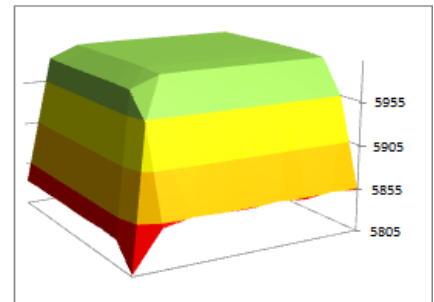
Frecuencia Propia (Hz)		Modo 43								
Grieta A \ Grieta B		Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo		5618,76	5618,78	5618,74	5618,77	5618,80	5618,69	5618,10	5608,44	5509,84
1%		5618,75	5618,75	5618,75	5618,76	5618,80	5618,63	5617,99	5607,67	5510,02
2%		5618,77	5618,76	5618,81	5618,74	5618,76	5618,65	5618,01	5607,74	5510,73
4%		5619,23	5618,79	5618,77	5618,76	5618,73	5618,61	5617,92	5607,56	5509,81
8%		5618,81	5618,84	5618,79	5618,76	5618,67	5618,23	5617,52	5607,25	5509,76
16%		5618,75	5618,75	5618,78	5618,73	5618,62	5617,93	5616,41	5603,34	5506,73
24%		5618,24	5618,25	5618,24	5618,23	5618,11	5617,43	5615,95	5600,09	5500,84
50%		5607,43	5607,44	5607,41	5607,35	5607,34	5606,78	5605,08	5589,86	5483,12
100%		5495,35	5496,68	5495,33	5496,96	5496,50	5496,37	5496,19	5489,95	5434,41



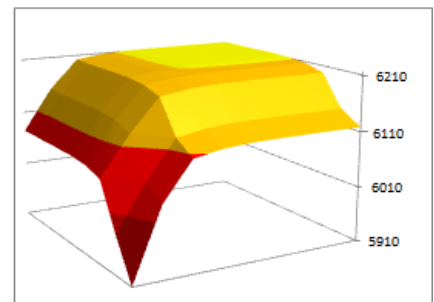
Frecuencia Propia (Hz)		Modo 44								
Grieta A \ Grieta B		Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo		5956,6	5956,60	5956,59	5956,55	5956,18	5954,50	5950,76	5922,84	5824,87
1%		5956,63	5956,61	5956,60	5956,54	5956,20	5954,23	5950,34	5921,59	5825,07
2%		5956,66	5956,63	5956,64	5956,56	5956,22	5954,30	5950,33	5921,69	5825,46
4%		5956,81	5956,67	5956,66	5956,60	5956,26	5954,34	5950,40	5921,48	5824,98
8%		5956,77	5956,81	5956,75	5956,68	5956,35	5954,42	5950,46	5921,85	5825,18
16%		5956,75	5956,75	5956,73	5956,68	5956,33	5954,40	5950,45	5921,87	5824,93
24%		5956,31	5956,32	5956,31	5956,26	5955,90	5954,00	5950,10	5921,68	5825,19
50%		5950,14	5950,13	5950,12	5950,05	5949,80	5948,03	5944,22	5917,31	5818,35
100%		5837,88	5837,93	5837,80	5838,15	5838,11	5838,22	5837,98	5831,03	5627,96



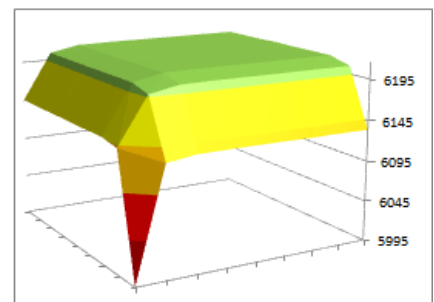
Frecuencia Propia (Hz)		Modo 45								
Grieta A \ Grieta B		Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo		5996,99	5997,03	5997,01	5997,05	5997,08	5996,95	5996,29	5982,54	5833,30
1%		5997,01	5997,02	5997,00	5997,04	5997,06	5996,93	5996,22	5981,65	5833,84
2%		5997,05	5997,03	5997,05	5997,03	5997,06	5996,94	5996,24	5981,58	5833,71
4%		5997,48	5997,04	5997,01	5997,06	5997,07	5996,94	5996,23	5981,50	5834,42
8%		5997,02	5997,03	5997,04	5997,04	5997,07	5996,96	5996,22	5981,59	5833,67
16%		5996,50	5996,50	5996,53	5996,57	5996,56	5996,45	5995,77	5981,64	5833,84
24%		5994,09	5994,13	5994,15	5994,20	5994,17	5994,14	5993,65	5980,81	5834,85
50%		5954,06	5954,08	5954,01	5954,01	5954,39	5954,51	5954,32	5952,46	5833,47
100%		5853,19	5856,37	5853,03	5856,68	5854,10	5855,16	5856,41	5850,40	5806,32



Frecuencia Propia (Hz)		Modo 46								
Grieta A \ Grieta B		Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo		6211,9	6211,89	6211,86	6211,82	6211,36	6208,72	6201,99	6149,95	6073,99
1%		6211,88	6211,88	6211,88	6211,81	6211,36	6208,25	6201,22	6147,63	6074,05
2%		6211,90	6211,87	6211,91	6211,81	6211,34	6208,30	6201,15	6147,60	6074,20
4%		6212,43	6211,81	6211,83	6211,77	6211,30	6208,26	6201,08	6147,37	6074,01
8%		6211,47	6211,48	6211,48	6211,36	6210,91	6207,92	6200,69	6147,04	6073,69
16%		6207,80	6207,76	6207,73	6207,81	6207,31	6204,13	6196,84	6142,41	6070,39
24%		6197,63	6197,73	6197,72	6197,79	6197,16	6193,84	6186,18	6129,60	6060,66
50%		6141,42	6141,47	6141,40	6141,27	6140,92	6137,04	6127,66	6060,72	5980,33
100%		6118,54	6118,58	6118,56	6118,58	6117,91	6114,22	6105,35	6038,49	5910,26

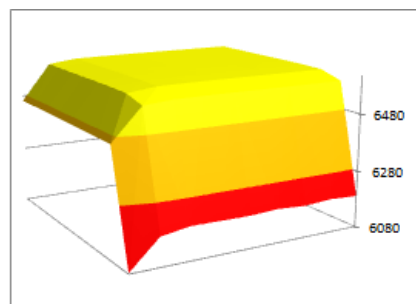


Frecuencia Propia (Hz)		Modo 47								
Grieta A \ Grieta B		Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo		6211,94	6211,96	6211,92	6211,94	6211,95	6211,87	6211,38	6204,25	6145,95
1%		6211,90	6211,90	6211,91	6211,93	6211,91	6211,80	6211,37	6203,78	6146,00
2%		6211,95	6211,94	6212,02	6211,93	6211,97	6211,84	6211,31	6203,90	6146,05
4%		6212,58	6211,97	6211,96	6211,99	6212,03	6211,92	6211,36	6203,83	6146,07
8%		6212,04	6212,05	6212,02	6212,04	6212,08	6211,97	6211,42	6203,94	6146,19
16%		6212,20	6212,20	6212,27	6212,25	6212,28	6212,13	6211,64	6204,17	6146,34
24%		6212,11	6212,12	6212,14	6212,15	6212,16	6212,07	6211,63	6204,14	6146,64
50%		6204,82	6204,83	6204,86	6204,81	6204,95	6204,94	6204,35	6197,51	6142,42
100%		6133,65	6134,08	6133,74	6134,26	6134,42	6134,34	6134,18	6129,37	5995,61

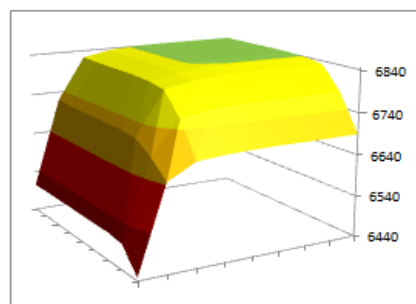


**Tablas 70.** Frecuencia de los modos 48 al 50 para grieta combinada en eje libre.

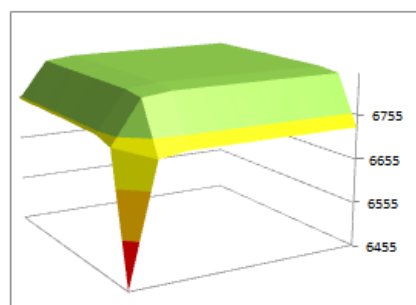
FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 48								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	6603,70	6603,68	6603,70	6603,76	6603,76	6603,34	6602,07	6589,74	6460,97
1%	6603,70	6603,69	6603,71	6603,76	6603,78	6603,27	6601,92	6589,12	6461,20
2%	6603,74	6603,72	6603,74	6603,78	6603,79	6603,32	6601,93	6589,18	6461,54
4%	6603,87	6603,74	6603,76	6603,80	6603,84	6603,35	6601,95	6589,07	6461,19
8%	6603,72	6603,82	6603,74	6603,77	6603,79	6603,32	6601,93	6589,20	6461,57
16%	6602,98	6603,01	6603,03	6603,09	6603,10	6602,62	6601,25	6588,65	6460,81
24%	6600,85	6600,89	6600,90	6600,97	6600,99	6600,55	6599,19	6586,95	6460,61
50%	6576,04	6576,03	6576,04	6576,05	6576,35	6576,21	6575,07	6566,35	6460,13
100%	6191,00	6196,61	6190,62	6197,28	6192,31	6193,80	6195,63	6180,53	6083,62



FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 49								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	6842,28	6842,29	6842,24	6842,12	6841,13	6835,89	6823,14	6720,43	6504,74
1%	6842,33	6842,30	6842,30	6842,10	6841,13	6835,02	6821,73	6716,39	6505,66
2%	6842,35	6842,30	6842,30	6842,12	6841,11	6835,11	6821,58	6715,88	6505,54
4%	6842,94	6842,27	6842,27	6842,09	6841,12	6835,08	6821,50	6715,82	6506,41
8%	6842,12	6842,14	6842,08	6841,88	6840,91	6834,99	6821,38	6715,77	6505,23
16%	6839,62	6839,58	6839,55	6839,49	6838,50	6832,45	6818,99	6714,84	6505,11
24%	6832,08	6832,14	6832,15	6832,08	6831,00	6825,07	6812,02	6710,68	6506,07
50%	6776,54	6776,71	6776,52	6776,34	6775,86	6771,17	6760,50	6684,21	6499,91
100%	6689,02	6689,16	6688,96	6689,56	6688,82	6686,50	6681,51	6646,49	6447,27



FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 50								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	6842,35	6842,38	6842,35	6842,37	6842,46	6842,54	6842,26	6835,21	6749,42
1%	6842,35	6842,32	6842,35	6842,37	6842,42	6842,49	6842,29	6834,63	6749,83
2%	6842,38	6842,36	6842,44	6842,37	6842,48	6842,53	6842,23	6834,75	6749,79
4%	6843,06	6842,40	6842,38	6842,42	6842,55	6842,62	6842,27	6834,67	6750,01
8%	6842,47	6842,53	6842,44	6842,49	6842,60	6842,66	6842,34	6834,77	6749,49
16%	6842,64	6842,64	6842,72	6842,70	6842,79	6842,84	6842,59	6834,97	6749,02
24%	6842,62	6842,63	6842,66	6842,69	6842,75	6842,86	6842,62	6834,95	6748,69
50%	6836,50	6836,46	6836,53	6836,50	6836,70	6836,82	6836,39	6828,94	6735,52
100%	6726,61	6727,55	6726,62	6727,92	6727,05	6727,33	6727,10	6717,68	6455,55



Como se puede apreciar, existen varias tendencias de evolución de las grietas, y por lo tanto de la frecuencia, para cada modo de vibración. En algunos casos, a medida que avanzan las grietas, la frecuencia propia decae con una relación proporcional al avance de una de las dos grietas, mientras que con respecto a la otra grieta casi se mantiene inalterable. Incluso existe el caso en que el efecto depende del avance de ambas grietas estudiadas.

Podemos, por lo tanto, clasificar los modos de vibración en este caso para nuestro eje restringido según la relación entre la variación de las grietas y de su frecuencia propia de la siguiente manera:

- Variación con respecto a la grieta en la posición A: Modos 20, 30 y 33.
- Variación con respecto a la grieta en la posición B: Modos 7, 8, 11, 17, 22, 28.
- Variación con respecto a ambas grietas: Modos 9, 10, 12, 13, 14, 15, 16, 18, 19, 21, 23, 24, 25, 26, 27, 29, 31, 32, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49 y 50.

Es interesante observar que la frecuencia propia decae por la evolución de las grietas en la posición A, siendo exclusiva la variación de la misma en 3 de los 44 modos (7%) y a la vez que su variación influye en los cambios de la frecuencia propia en 38 de los 44 modos (86%).



Es un dato significativo, ya que en el caso de las grietas de la posición B, en donde de forma solo la respuesta modal es de 6 de los 44 modos estudiados (14%), afectando al resultado final en 41 de los 44 modos analizados (93%) por lo que llegamos a la conclusión que la variación de las grietas en la posición B son en cierto modo más determinantes en la variación de la respuesta modal del eje restringido que en la posición A.

### 9.6.1. Diferencias porcentuales en eje libre con grietas combinadas

En este apartado vamos a utilizar un método de resolución y análisis de ejes con grietas simples para analizar el comportamiento modal del eje en situaciones donde nos encontremos con dos grietas de forma simultánea.

Para esto vamos a construir unas tablas con datos cruzados y en donde plasmaremos las diferencias porcentuales de la frecuencia propia con respecto al eje nuevo en cada modo. A la vez, añadiremos los datos de la media con respecto al porcentaje de las a las grietas A y B, fijando nuestra atención en los cuatro valores más elevados obtenidos en el conjunto del análisis, así como realizar una media de los valores de cada modo para así poder llegar a la conclusión de cuáles son los cuatro modos con mayores diferencias porcentuales.

**Tablas 71.** Diferencias porcentuales: modos 7 al 8 de grieta combinada en eje libre.

DIFERENCIA PORCENTUAL		Modo 7								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,000	0,001	0,001	0,001	0,009	0,030	0,221	1,528	0,199
1%	0,000	0,000	0,000	0,000	0,001	0,011	0,032	0,231	1,522	0,200
2%	0,000	0,000	0,000	0,000	0,001	0,010	0,032	0,231	1,521	0,200
4%	-0,001	-0,001	-0,001	0,000	0,001	0,009	0,032	0,231	1,523	0,199
8%	-0,001	-0,001	-0,001	-0,001	0,000	0,008	0,030	0,229	1,526	0,199
16%	-0,004	-0,005	-0,005	-0,004	-0,003	0,006	0,028	0,226	1,526	0,196
24%	-0,006	-0,006	-0,006	-0,006	-0,005	0,004	0,026	0,225	1,521	0,194
50%	0,006	0,006	0,006	0,006	0,007	0,016	0,039	0,242	1,547	0,208
100%	0,184	0,183	0,184	0,182	0,184	0,194	0,218	0,431	1,776	0,393
Media B	0,020	0,020	0,020	0,020	0,021	0,030	0,052	0,252	1,554	0,221

DIFERENCIA PORCENTUAL		Modo 8								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,001	0,023	0,263	0,032
1%	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,001	0,024	0,262	0,032
2%	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,001	0,024	0,262	0,032
4%	-0,001	-0,001	-0,001	-0,001	-0,001	-0,001	0,001	0,024	0,261	0,031
8%	-0,002	-0,001	-0,001	-0,001	-0,002	-0,002	-0,001	0,022	0,261	0,030
16%	-0,005	-0,005	-0,005	-0,005	-0,005	-0,005	-0,004	0,019	0,258	0,027
24%	-0,009	-0,009	-0,009	-0,009	-0,009	-0,009	-0,008	0,015	0,252	0,022
50%	-0,025	-0,025	-0,025	-0,025	-0,025	-0,025	-0,024	-0,001	0,238	0,007
100%	-0,035	-0,035	-0,035	-0,035	-0,036	-0,036	-0,034	-0,011	0,229	-0,003
Media B	-0,009	-0,009	-0,009	-0,009	-0,009	-0,009	-0,007	0,016	0,254	0,023

**Tablas 72. Diferencias porcentuales: modos 9 al 12 de grieta combinada en eje libre.**

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 9									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,000	0,000	0,001	0,009	0,050	0,154	1,083	7,249	0,950
1%	0,000	0,000	0,000	0,001	0,008	0,057	0,166	1,126	7,225	0,954
2%	0,000	0,000	0,000	0,001	0,009	0,056	0,167	1,129	7,219	0,953
4%	-0,003	0,000	0,000	0,001	0,008	0,056	0,167	1,131	7,230	0,955
8%	0,000	0,000	0,000	0,001	0,008	0,055	0,167	1,129	7,253	0,957
16%	0,006	0,006	0,006	0,007	0,014	0,062	0,173	1,133	7,273	0,964
24%	0,025	0,025	0,025	0,026	0,033	0,081	0,192	1,157	7,283	0,983
50%	0,238	0,238	0,239	0,240	0,245	0,294	0,411	1,401	7,575	1,209
100%	1,910	1,902	1,909	1,897	1,911	1,963	2,091	3,156	9,461	2,911
Media B	0,242	0,241	0,242	0,242	0,250	0,297	0,410	1,383	7,530	1,204

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 10									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,002	0,008	0,105	1,103	0,135
1%	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,002	0,009	0,111	1,100	0,136
2%	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,002	0,009	0,111	1,099	0,136
4%	-0,003	0,000	0,000	0,000	0,000	0,002	0,009	0,111	1,100	0,135
8%	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,002	0,009	0,111	1,103	0,136
16%	0,000	0,000	-0,001	-0,001	0,000	0,001	0,008	0,110	1,103	0,136
24%	0,000	0,000	-0,001	0,000	0,000	0,001	0,008	0,110	1,100	0,135
50%	0,016	0,015	0,015	0,015	0,015	0,017	0,024	0,126	1,121	0,152
100%	0,231	0,229	0,230	0,229	0,229	0,230	0,238	0,342	1,349	0,368
Media B	0,027	0,027	0,027	0,027	0,027	0,029	0,036	0,137	1,131	0,163

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 11									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,000	0,000	-0,001	-0,004	-0,005	0,000	0,082	0,588	0,073
1%	0,000	0,000	-0,001	-0,002	-0,004	-0,005	0,001	0,086	0,582	0,073
2%	-0,001	-0,001	-0,001	-0,002	-0,004	-0,006	0,001	0,086	0,583	0,073
4%	-0,003	-0,002	-0,003	-0,004	-0,006	-0,007	-0,001	0,085	0,576	0,071
8%	-0,006	-0,006	-0,006	-0,007	-0,009	-0,011	-0,005	0,080	0,580	0,068
16%	-0,015	-0,016	-0,016	-0,017	-0,019	-0,020	-0,014	0,071	0,572	0,058
24%	-0,025	-0,025	-0,026	-0,027	-0,029	-0,030	-0,024	0,061	0,555	0,048
50%	-0,049	-0,049	-0,049	-0,050	-0,052	-0,053	-0,047	0,039	0,537	0,025
100%	-0,048	-0,049	-0,049	-0,051	-0,052	-0,053	-0,048	0,039	2,726	0,269
Media B	-0,016	-0,017	-0,017	-0,018	-0,020	-0,021	-0,015	0,070	0,811	0,084

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 12									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,000	0,001	0,002	0,019	0,106	0,327	2,200	12,427	1,676
1%	0,000	0,000	0,001	0,003	0,018	0,121	0,351	2,285	12,394	1,686
2%	0,000	0,000	0,000	0,003	0,019	0,119	0,353	2,291	12,388	1,686
4%	-0,007	0,001	0,001	0,003	0,019	0,120	0,354	2,296	12,400	1,687
8%	0,002	0,002	0,003	0,005	0,021	0,120	0,355	2,293	12,430	1,693
16%	0,025	0,025	0,026	0,027	0,043	0,145	0,380	2,312	12,466	1,717
24%	0,094	0,093	0,093	0,095	0,112	0,214	0,447	2,389	12,498	1,782
50%	0,821	0,821	0,822	0,825	0,835	0,938	1,185	3,151	13,035	2,493
100%	7,191	7,158	7,184	7,135	7,170	7,259	7,480	9,122	14,650	8,261
Media B	0,903	0,900	0,904	0,900	0,917	1,016	1,248	3,149	12,743	2,520

**Tablas 73.** Diferencias porcentuales: modos 13 al 16 de grieta combinada en eje libre.

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 13									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,008	0,166	1,830	0,223
1%	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,001	0,009	0,176	1,827	0,224
2%	-0,001	0,000	-0,001	0,000	0,000	0,001	0,010	0,176	1,826	0,223
4%	-0,007	0,000	0,001	0,000	-0,001	0,000	0,010	0,177	1,827	0,223
8%	0,001	0,001	0,001	0,001	0,000	0,001	0,010	0,177	1,832	0,225
16%	0,002	0,002	0,002	0,001	0,001	0,002	0,011	0,177	1,835	0,226
24%	0,006	0,006	0,005	0,005	0,004	0,005	0,013	0,181	1,835	0,229
50%	0,068	0,068	0,067	0,067	0,066	0,067	0,077	0,245	1,904	0,292
100%	0,777	0,772	0,775	0,769	0,768	0,770	0,781	0,951	2,635	1,000
Media B	0,094	0,094	0,094	0,094	0,093	0,094	0,103	0,269	1,928	0,318

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 14									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,000	0,000	-0,001	-0,001	0,004	0,021	0,327	5,602	0,661
1%	0,000	0,000	0,000	-0,001	-0,001	0,004	0,023	0,345	5,585	0,662
2%	0,000	-0,001	-0,001	-0,001	-0,001	0,004	0,023	0,347	5,575	0,661
4%	-0,002	-0,001	-0,001	-0,002	-0,002	0,003	0,023	0,347	5,588	0,662
8%	-0,003	-0,003	-0,003	-0,003	-0,004	0,002	0,021	0,345	5,595	0,661
16%	-0,006	-0,007	-0,007	-0,007	-0,007	-0,002	0,018	0,339	5,608	0,659
24%	-0,007	-0,008	-0,008	-0,008	-0,008	-0,004	0,015	0,335	5,597	0,656
50%	0,041	0,041	0,040	0,040	0,039	0,042	0,057	0,338	5,605	0,694
100%	5,968	5,926	5,957	5,894	5,916	5,916	5,935	5,970	6,268	5,972
Media B	0,666	0,661	0,664	0,657	0,659	0,663	0,682	0,966	5,669	1,254

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 15									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,000	0,001	0,003	0,022	0,126	0,378	2,233	5,956	0,969
1%	0,000	0,000	0,001	0,003	0,022	0,143	0,405	2,307	5,952	0,981
2%	0,000	0,000	0,000	0,004	0,023	0,141	0,407	2,313	5,954	0,983
4%	-0,011	0,002	0,002	0,004	0,024	0,143	0,409	2,317	5,952	0,982
8%	0,005	0,005	0,006	0,009	0,028	0,144	0,412	2,318	5,958	0,987
16%	0,054	0,055	0,056	0,057	0,076	0,196	0,463	2,358	5,983	1,033
24%	0,202	0,201	0,201	0,202	0,223	0,342	0,606	2,498	6,056	1,170
50%	1,756	1,756	1,758	1,762	1,767	1,881	2,150	3,935	6,892	2,629
100%	7,949	7,944	7,948	7,942	7,950	7,990	8,091	8,956	14,088	8,762
Media B	1,106	1,107	1,108	1,110	1,126	1,234	1,480	3,248	6,977	2,055

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 16									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,000	0,000	0,000	-0,001	-0,001	0,007	0,160	1,739	0,211
1%	0,001	0,001	0,001	0,000	0,000	0,000	0,007	0,171	1,735	0,213
2%	-0,001	0,000	-0,001	0,000	-0,001	0,000	0,008	0,170	1,735	0,212
4%	-0,012	0,000	0,001	0,000	-0,001	-0,001	0,008	0,172	1,735	0,211
8%	0,001	0,000	0,001	0,000	-0,001	0,000	0,008	0,171	1,740	0,213
16%	0,002	0,002	0,001	0,001	0,000	0,001	0,008	0,172	1,745	0,215
24%	0,008	0,008	0,007	0,007	0,006	0,006	0,013	0,177	1,748	0,220
50%	0,128	0,128	0,127	0,128	0,126	0,124	0,135	0,300	1,867	0,340
100%	1,575	1,565	1,572	1,560	1,560	1,562	1,573	1,737	3,260	1,774
Media B	0,189	0,189	0,190	0,188	0,188	0,188	0,196	0,359	1,923	0,401

**Tablas 74.** Diferencias porcentuales: modos 17 al 20 de grieta combinada en eje libre.

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 17									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,000	0,000	0,000	0,004	0,020	0,058	0,363	2,021	0,274
1%	0,000	0,000	0,000	0,000	0,004	0,023	0,062	0,378	2,003	0,274
2%	-0,001	0,000	-0,001	0,000	0,003	0,021	0,062	0,377	2,007	0,274
4%	-0,003	-0,001	-0,001	-0,001	0,002	0,021	0,061	0,379	1,988	0,272
8%	-0,004	-0,004	-0,003	-0,003	0,000	0,018	0,059	0,373	2,014	0,272
16%	-0,008	-0,008	-0,008	-0,007	-0,004	0,014	0,055	0,371	2,016	0,269
24%	-0,010	-0,010	-0,010	-0,010	-0,006	0,012	0,052	0,368	1,993	0,264
50%	0,005	0,004	0,004	0,005	0,008	0,026	0,068	0,388	2,034	0,283
100%	0,165	0,161	0,165	0,161	0,167	0,185	0,225	0,550	2,233	0,446
Media B	0,016	0,016	0,016	0,016	0,020	0,038	0,078	0,394	2,034	0,292

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 18									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	-0,001	-0,001	0,001	0,011	0,069	0,202	1,140	4,296	0,635
1%	-0,001	-0,001	0,000	0,001	0,011	0,078	0,216	1,177	4,289	0,641
2%	-0,001	-0,001	-0,002	0,002	0,012	0,077	0,217	1,182	4,286	0,641
4%	-0,016	0,000	0,001	0,002	0,013	0,078	0,220	1,185	4,289	0,641
8%	0,006	0,007	0,006	0,009	0,019	0,083	0,226	1,190	4,294	0,649
16%	0,076	0,078	0,078	0,076	0,088	0,154	0,294	1,243	4,323	0,712
24%	0,289	0,287	0,287	0,286	0,300	0,362	0,496	1,415	4,391	0,901
50%	2,450	2,449	2,453	2,454	2,445	2,485	2,592	3,169	5,153	2,850
100%	11,698	11,677	11,694	11,662	11,672	11,691	11,814	13,015	11,844	
Media B	1,611	1,610	1,613	1,610	1,619	1,673	1,795	2,613	5,371	2,168

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 19									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	-0,001	0,000	-0,001	-0,001	0,002	0,011	0,128	1,190	0,148
1%	0,000	-0,001	0,001	0,000	0,001	0,002	0,011	0,137	1,185	0,148
2%	-0,001	-0,001	-0,002	0,000	0,000	0,002	0,012	0,134	1,184	0,148
4%	-0,017	-0,001	0,000	-0,001	-0,001	0,001	0,011	0,138	1,183	0,146
8%	-0,001	-0,001	-0,001	-0,001	-0,001	0,001	0,010	0,136	1,187	0,148
16%	-0,001	-0,002	-0,003	-0,002	-0,002	0,001	0,010	0,135	1,192	0,147
24%	0,004	0,003	0,002	0,003	0,003	0,006	0,013	0,141	1,193	0,152
50%	0,165	0,165	0,165	0,166	0,165	0,165	0,179	0,306	1,346	0,314
100%	2,168	2,155	2,165	2,150	2,152	2,158	2,170	2,291	3,227	2,293
Media B	0,257	0,257	0,259	0,257	0,257	0,260	0,270	0,394	1,432	0,405

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 20									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	-0,001	-0,001	-0,001	0,000	0,005	0,018	0,143	1,460	0,180
1%	-0,001	-0,001	0,000	-0,001	0,001	0,006	0,019	0,151	1,448	0,180
2%	-0,001	-0,001	-0,002	0,000	0,000	0,006	0,019	0,147	1,445	0,179
4%	-0,018	0,000	0,000	-0,001	0,000	0,005	0,018	0,152	1,440	0,177
8%	0,004	0,005	0,003	0,005	0,004	0,007	0,018	0,150	1,451	0,183
16%	0,065	0,066	0,065	0,062	0,065	0,068	0,074	0,147	1,458	0,230
24%	0,253	0,252	0,251	0,248	0,252	0,253	0,258	0,313	1,448	0,392
50%	2,043	2,040	2,044	2,044	2,031	2,031	2,048	2,103	3,562	2,216
100%	7,653	7,642	7,652	7,636	7,649	7,698	7,835	9,103	18,096	8,996
Media B	1,111	1,111	1,113	1,110	1,111	1,120	1,145	1,379	3,534	1,415

**Tablas 75.** Diferencias porcentuales: modos 21 al 24 de grieta combinada en eje libre.

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 21									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	-0,001	0,000	-0,001	-0,001	0,003	0,010	0,072	0,976	0,117
1%	0,000	-0,001	0,000	0,000	-0,001	0,003	0,010	0,076	0,972	0,118
2%	-0,001	-0,001	-0,001	0,000	0,000	0,003	0,009	0,077	0,965	0,117
4%	-0,019	-0,002	-0,001	-0,001	0,000	0,004	0,011	0,080	0,971	0,116
8%	-0,002	-0,002	-0,002	-0,002	0,000	0,005	0,017	0,085	0,969	0,118
16%	-0,004	-0,005	-0,005	-0,004	-0,003	0,003	0,017	0,141	0,985	0,125
24%	-0,001	-0,001	-0,002	-0,001	0,000	0,006	0,018	0,152	1,024	0,133
50%	0,153	0,154	0,154	0,155	0,155	0,158	0,176	0,310	1,602	0,335
100%	2,038	2,026	2,037	2,021	2,029	2,033	2,041	2,155	3,298	2,186
Media B	0,240	0,241	0,242	0,241	0,242	0,246	0,256	0,350	1,307	0,374

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 22									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,000	0,000	0,000	0,004	0,025	0,087	0,818	6,714	0,850
1%	0,000	0,000	0,000	0,000	0,003	0,028	0,094	0,855	6,702	0,854
2%	0,000	0,000	0,000	0,000	0,003	0,028	0,095	0,859	6,679	0,851
4%	-0,003	0,000	0,000	0,000	0,003	0,027	0,095	0,860	6,710	0,855
8%	-0,001	-0,001	-0,001	-0,001	0,002	0,026	0,094	0,859	6,717	0,855
16%	0,000	0,000	0,000	0,000	0,004	0,029	0,097	0,864	6,825	0,869
24%	0,011	0,011	0,010	0,011	0,014	0,040	0,109	0,899	7,113	0,913
50%	0,155	0,154	0,155	0,155	0,158	0,191	0,280	1,269	8,426	1,216
100%	1,065	1,064	1,065	1,061	1,073	1,130	1,281	2,755	8,622	2,124
Media B	0,136	0,136	0,136	0,136	0,140	0,169	0,248	1,115	7,168	1,043

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 23									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,000	0,000	0,001	0,008	0,035	0,095	0,546	2,691	0,375
1%	0,000	0,000	0,000	0,002	0,008	0,040	0,102	0,567	2,672	0,377
2%	0,000	0,000	0,000	0,001	0,008	0,039	0,103	0,566	2,677	0,377
4%	-0,003	0,000	0,000	0,001	0,008	0,039	0,102	0,570	2,656	0,375
8%	-0,001	-0,001	-0,001	0,000	0,007	0,038	0,102	0,565	2,684	0,377
16%	0,000	0,000	0,000	0,001	0,008	0,039	0,103	0,567	2,691	0,379
24%	0,006	0,006	0,006	0,008	0,014	0,045	0,108	0,573	2,672	0,382
50%	0,082	0,082	0,082	0,084	0,089	0,121	0,186	0,658	2,777	0,462
100%	0,666	0,654	0,667	0,654	0,670	0,698	0,759	1,245	3,459	1,053
Media B	0,083	0,082	0,084	0,084	0,091	0,122	0,184	0,651	2,775	0,462

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 24									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	-0,001	-0,001	-0,001	0,002	0,022	0,073	0,531	2,221	0,316
1%	-0,001	-0,001	0,000	-0,001	0,002	0,025	0,079	0,553	2,219	0,319
2%	-0,002	-0,001	-0,002	0,000	0,002	0,023	0,077	0,553	2,211	0,318
4%	-0,016	-0,001	0,000	-0,001	0,002	0,025	0,079	0,557	2,218	0,318
8%	0,000	0,000	0,000	0,001	0,003	0,025	0,081	0,557	2,222	0,321
16%	0,027	0,028	0,027	0,026	0,030	0,052	0,109	0,589	2,262	0,350
24%	0,117	0,116	0,115	0,114	0,119	0,142	0,199	0,697	2,388	0,445
50%	0,976	0,974	0,976	0,977	0,976	1,008	1,094	1,738	3,519	1,360
100%	3,351	3,347	3,352	3,345	3,357	3,409	3,538	4,368	5,588	3,739
Media B	0,495	0,496	0,496	0,496	0,499	0,525	0,592	1,127	2,761	0,832

**Tablas 76.** Diferencias porcentuales: modos 25 al 28 de grieta combinada en eje libre.

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 25									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	-0,001	0,000	0,000	0,000	0,004	0,016	0,146	1,276	0,160
1%	0,000	0,000	0,001	0,000	0,001	0,005	0,017	0,153	1,272	0,161
2%	-0,002	0,000	-0,001	0,000	0,000	0,005	0,016	0,151	1,268	0,160
4%	-0,017	-0,002	0,000	-0,001	0,000	0,004	0,016	0,155	1,271	0,158
8%	-0,001	-0,002	-0,002	-0,001	0,000	0,003	0,015	0,153	1,271	0,160
16%	-0,002	-0,003	-0,003	-0,003	-0,002	0,002	0,014	0,151	1,272	0,158
24%	0,002	0,001	0,000	0,002	0,002	0,006	0,016	0,155	1,271	0,162
50%	0,125	0,126	0,126	0,126	0,125	0,128	0,143	0,281	1,404	0,287
100%	1,646	1,631	1,647	1,625	1,640	1,639	1,642	1,784	2,973	1,803
Media B	0,195	0,195	0,196	0,194	0,196	0,200	0,211	0,348	1,475	0,357

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 26									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,000	0,000	0,001	0,008	0,035	0,094	1,339	7,367	0,983
1%	0,000	0,000	0,000	0,002	0,008	0,039	0,100	1,409	7,356	0,990
2%	-0,001	0,000	0,000	0,002	0,008	0,039	0,101	1,413	7,350	0,990
4%	-0,004	0,000	0,001	0,002	0,008	0,039	0,101	1,418	7,356	0,991
8%	0,002	0,002	0,002	0,004	0,010	0,041	0,103	1,413	7,363	0,993
16%	0,014	0,015	0,015	0,016	0,022	0,054	0,116	1,413	7,382	1,005
24%	0,046	0,045	0,046	0,047	0,053	0,084	0,145	1,445	7,416	1,036
50%	0,392	0,392	0,393	0,394	0,397	0,424	0,484	1,845	7,861	1,398
100%	4,194	4,114	4,198	4,101	4,167	4,159	4,154	4,437	9,271	4,755
Media B	0,516	0,508	0,517	0,508	0,520	0,546	0,600	1,793	7,636	1,460

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 27									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,000	0,001	0,002	0,016	0,091	0,278	1,049	3,346	0,531
1%	0,000	0,000	0,000	0,002	0,015	0,103	0,298	1,070	3,325	0,535
2%	-0,001	0,000	-0,001	0,002	0,016	0,101	0,300	1,069	3,329	0,535
4%	-0,013	-0,001	0,001	0,002	0,016	0,102	0,300	1,074	3,308	0,532
8%	0,000	-0,001	0,000	0,001	0,014	0,099	0,299	1,071	3,341	0,536
16%	0,002	0,002	0,001	0,002	0,015	0,102	0,303	1,083	3,357	0,541
24%	0,015	0,015	0,014	0,017	0,031	0,118	0,316	1,111	3,351	0,554
50%	0,250	0,249	0,250	0,253	0,265	0,359	0,579	1,418	3,604	0,803
100%	1,880	1,875	1,881	1,874	1,899	2,025	2,329	4,485	6,642	2,766
Media B	0,237	0,238	0,239	0,239	0,254	0,344	0,556	1,492	3,734	0,815

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 28									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,000	0,000	0,000	-0,001	-0,002	0,004	0,120	1,235	0,151
1%	0,000	0,000	0,001	0,000	-0,001	-0,001	0,005	0,126	1,230	0,151
2%	-0,001	0,000	-0,001	0,000	-0,001	-0,001	0,005	0,125	1,229	0,151
4%	-0,013	0,000	0,000	-0,001	-0,001	-0,001	0,005	0,128	1,231	0,150
8%	-0,001	-0,001	-0,001	0,000	-0,001	-0,001	0,005	0,127	1,236	0,151
16%	0,001	0,001	0,002	0,001	0,001	0,000	0,007	0,130	1,242	0,154
24%	0,010	0,009	0,008	0,009	0,008	0,007	0,013	0,141	1,259	0,163
50%	0,082	0,083	0,082	0,083	0,082	0,085	0,101	0,270	1,477	0,261
100%	0,433	0,432	0,432	0,430	0,433	0,446	0,481	0,781	2,484	0,706
Media B	0,057	0,058	0,058	0,058	0,058	0,059	0,069	0,216	1,403	0,226



**Tablas 77. Diferencias porcentuales: modos 29 al 32 de grieta combinada en eje libre.**

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 29									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,000	0,000	0,001	0,006	0,037	0,126	1,084	4,986	0,693
1%	0,000	0,000	0,000	0,001	0,006	0,043	0,136	1,128	4,982	0,700
2%	0,000	0,000	0,000	0,001	0,006	0,042	0,137	1,132	4,972	0,699
4%	-0,004	0,000	0,000	0,001	0,006	0,042	0,137	1,134	4,984	0,700
8%	0,000	0,000	0,001	0,001	0,006	0,042	0,137	1,132	4,976	0,700
16%	0,009	0,009	0,009	0,010	0,015	0,051	0,146	1,135	4,987	0,708
24%	0,042	0,041	0,041	0,042	0,047	0,083	0,177	1,167	4,995	0,737
50%	0,496	0,496	0,497	0,498	0,499	0,535	0,632	1,583	5,110	1,150
100%	4,810	4,800	4,807	4,773	4,800	4,807	4,844	5,152	6,522	5,035
Media B	0,595	0,594	0,595	0,592	0,599	0,631	0,719	1,627	5,168	1,236

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 30									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	-0,001	-0,001	-0,002	-0,002	0,001	0,007	0,070	0,507	0,064
1%	-0,001	-0,001	-0,001	-0,001	-0,002	0,001	0,008	0,073	0,502	0,064
2%	-0,001	0,000	-0,001	-0,001	-0,001	0,001	0,007	0,072	0,501	0,064
4%	-0,009	0,000	0,001	0,000	0,000	0,002	0,009	0,076	0,499	0,064
8%	0,006	0,005	0,005	0,005	0,005	0,006	0,014	0,080	0,510	0,070
16%	0,033	0,033	0,033	0,032	0,033	0,034	0,042	0,108	0,536	0,098
24%	0,100	0,098	0,098	0,098	0,097	0,099	0,106	0,172	0,586	0,162
50%	0,721	0,722	0,723	0,723	0,718	0,717	0,728	0,780	1,128	0,773
100%	4,627	4,569	4,629	4,560	4,598	4,578	4,544	4,519	4,655	4,586
Media B	0,608	0,603	0,610	0,601	0,605	0,604	0,607	0,661	1,047	0,661

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 31									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,000	0,001	0,003	0,021	0,117	0,335	1,616	2,998	0,566
1%	0,000	0,000	0,001	0,004	0,021	0,132	0,357	1,653	2,995	0,574
2%	-0,001	0,000	0,000	0,003	0,021	0,129	0,359	1,657	2,995	0,574
4%	-0,010	0,000	0,001	0,003	0,021	0,130	0,360	1,659	2,995	0,573
8%	0,001	0,001	0,001	0,002	0,020	0,127	0,358	1,657	2,995	0,573
16%	0,006	0,006	0,006	0,005	0,018	0,128	0,359	1,651	2,996	0,575
24%	0,018	0,018	0,017	0,018	0,018	0,128	0,355	1,654	3,000	0,581
50%	0,195	0,196	0,195	0,196	0,193	0,193	0,388	1,693	3,067	0,702
100%	1,552	1,541	1,552	1,537	1,546	1,545	1,548	2,394	4,202	1,935
Media B	0,196	0,196	0,197	0,197	0,209	0,292	0,491	1,737	3,138	0,739

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 32									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,001	0,000	0,000	-0,001	-0,002	0,006	0,147	1,581	0,192
1%	0,000	0,001	0,001	0,000	-0,001	-0,001	0,006	0,156	1,571	0,193
2%	-0,001	0,000	-0,001	0,000	-0,001	-0,001	0,007	0,155	1,573	0,192
4%	-0,010	0,000	0,001	0,000	-0,001	-0,001	0,006	0,158	1,570	0,192
8%	-0,001	-0,001	0,000	0,001	0,000	0,000	0,008	0,157	1,582	0,194
16%	-0,002	-0,002	-0,001	0,001	0,005	0,004	0,012	0,161	1,585	0,196
24%	-0,002	-0,002	-0,002	0,001	0,017	0,017	0,024	0,173	1,584	0,201
50%	0,030	0,030	0,030	0,034	0,051	0,158	0,203	0,340	1,643	0,280
100%	0,750	0,750	0,753	0,743	0,772	0,873	1,100	1,637	2,384	1,085
Media B	0,085	0,086	0,087	0,087	0,093	0,117	0,152	0,343	1,675	0,303

**Tablas 78.** Diferencias porcentuales: modos 33 al 36 de grieta combinada en eje libre.

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 33									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	-0,001	-0,001	-0,002	-0,003	-0,003	-0,003	0,022	0,258	0,030
1%	-0,001	-0,001	-0,001	-0,001	-0,003	-0,004	-0,002	0,023	0,257	0,030
2%	-0,001	0,000	-0,001	-0,001	-0,003	-0,003	-0,004	0,022	0,254	0,029
4%	-0,009	0,000	0,000	-0,001	-0,002	-0,003	-0,003	0,026	0,254	0,029
8%	0,003	0,002	0,002	0,002	0,001	-0,001	0,000	0,027	0,260	0,033
16%	0,019	0,020	0,019	0,018	0,018	0,016	0,018	0,045	0,282	0,051
24%	0,061	0,059	0,059	0,059	0,058	0,056	0,057	0,087	0,333	0,092
50%	0,357	0,357	0,358	0,357	0,354	0,352	0,357	0,405	0,768	0,407
100%	0,814	0,811	0,814	0,809	0,810	0,809	0,814	0,920	1,926	0,947
Media B	0,138	0,138	0,139	0,138	0,137	0,135	0,137	0,175	0,510	0,183

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 34									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,000	0,000	0,001	0,007	0,033	0,091	0,621	5,176	0,659
1%	0,000	0,000	0,000	0,002	0,007	0,037	0,098	0,649	5,130	0,658
2%	-0,001	0,000	0,000	0,001	0,007	0,037	0,098	0,648	5,136	0,658
4%	-0,005	-0,001	0,000	0,000	0,006	0,036	0,097	0,653	5,097	0,654
8%	-0,003	-0,003	-0,002	-0,001	0,005	0,034	0,096	0,645	5,161	0,659
16%	-0,005	-0,005	-0,004	-0,004	0,002	0,032	0,094	0,643	5,175	0,659
24%	-0,006	-0,006	-0,006	-0,004	0,001	0,031	0,091	0,640	5,120	0,651
50%	0,019	0,019	0,019	0,021	0,025	0,051	0,107	0,639	5,152	0,672
100%	9,585	9,570	9,580	9,537	9,566	9,560	9,563	9,561	9,574	9,566
Media B	1,065	1,064	1,065	1,061	1,070	1,095	1,148	1,633	5,636	1,649

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 35									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,000	0,001	0,002	0,015	0,080	0,229	1,267	4,104	0,633
1%	0,000	0,000	0,000	0,003	0,015	0,090	0,244	1,304	4,102	0,640
2%	-0,001	0,000	0,000	0,002	0,015	0,089	0,246	1,309	4,096	0,639
4%	-0,008	0,000	0,001	0,003	0,015	0,089	0,247	1,311	4,101	0,640
8%	0,001	0,001	0,002	0,004	0,015	0,089	0,247	1,310	4,097	0,640
16%	0,015	0,015	0,016	0,017	0,029	0,103	0,259	1,307	4,104	0,652
24%	0,054	0,054	0,054	0,055	0,068	0,138	0,287	1,318	4,103	0,681
50%	0,670	0,674	0,674	0,675	0,671	0,700	0,770	1,410	4,127	1,152
100%	2,139	2,120	2,140	2,113	2,126	2,124	2,121	2,202	6,174	2,584
Media B	0,319	0,318	0,321	0,319	0,330	0,389	0,517	1,415	4,334	0,918

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 36									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,000	0,000	0,000	0,001	0,006	0,023	0,183	0,932	0,127
1%	0,000	0,000	0,000	0,000	0,001	0,008	0,025	0,190	0,930	0,128
2%	0,000	0,000	0,000	0,000	0,001	0,008	0,026	0,189	0,929	0,128
4%	-0,008	0,000	0,001	0,000	0,001	0,008	0,026	0,192	0,931	0,128
8%	0,001	0,001	0,001	0,002	0,002	0,009	0,027	0,192	0,932	0,130
16%	0,008	0,008	0,008	0,007	0,008	0,015	0,033	0,198	0,937	0,136
24%	0,024	0,023	0,023	0,023	0,024	0,031	0,049	0,216	0,951	0,151
50%	0,202	0,202	0,202	0,203	0,203	0,212	0,239	0,426	1,121	0,334
100%	0,752	0,752	0,753	0,753	0,760	0,795	0,927	1,890	4,173	1,284
Media B	0,109	0,110	0,110	0,110	0,111	0,121	0,153	0,408	1,315	0,283

**Tablas 79.** Diferencias porcentuales: modos 37 al 40 de grieta combinada en eje libre.

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 37									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,000	0,000	0,000	0,003	0,023	0,074	0,386	1,436	0,214
1%	0,000	0,000	0,000	0,000	0,004	0,027	0,079	0,398	1,432	0,215
2%	-0,001	0,000	-0,001	0,000	0,004	0,026	0,080	0,399	1,424	0,215
4%	-0,007	0,000	0,000	0,000	0,004	0,027	0,080	0,400	1,437	0,216
8%	0,001	0,001	0,002	0,002	0,005	0,028	0,082	0,402	1,437	0,218
16%	0,020	0,020	0,020	0,020	0,023	0,048	0,103	0,431	1,477	0,240
24%	0,086	0,085	0,085	0,084	0,089	0,116	0,176	0,529	1,589	0,315
50%	0,945	0,944	0,946	0,948	0,953	1,021	1,179	1,929	2,946	1,313
100%	2,545	2,546	2,548	2,541	2,560	2,633	2,746	3,337	4,211	2,852
Media B	0,399	0,399	0,400	0,400	0,405	0,439	0,511	0,912	1,932	0,644

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 38									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,000	0,000	0,000	0,003	0,016	0,048	0,447	4,729	0,583
1%	0,000	0,000	0,000	0,000	0,003	0,019	0,052	0,472	4,702	0,583
2%	0,000	0,000	0,000	0,001	0,003	0,018	0,052	0,470	4,701	0,583
4%	-0,006	0,001	0,001	0,001	0,003	0,019	0,052	0,476	4,682	0,581
8%	0,005	0,004	0,005	0,006	0,008	0,023	0,054	0,472	4,719	0,588
16%	0,046	0,046	0,046	0,045	0,048	0,064	0,093	0,479	4,732	0,622
24%	0,159	0,158	0,158	0,157	0,161	0,174	0,203	0,496	4,705	0,708
50%	1,345	1,349	1,348	1,349	1,339	1,344	1,367	1,484	4,810	1,748
100%	4,901	4,899	4,901	4,892	4,898	4,897	4,897	4,946	5,651	4,987
Media B	0,717	0,717	0,718	0,717	0,718	0,730	0,757	1,083	4,826	1,220

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 39									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,000	0,000	0,000	0,003	0,016	0,046	0,254	1,654	0,219
1%	0,000	0,000	0,000	0,001	0,003	0,018	0,049	0,263	1,652	0,221
2%	0,000	0,000	0,000	0,001	0,003	0,018	0,049	0,264	1,640	0,219
4%	-0,007	0,000	0,000	0,001	0,003	0,018	0,051	0,265	1,653	0,220
8%	0,001	0,000	0,001	0,001	0,004	0,018	0,053	0,269	1,650	0,222
16%	0,006	0,005	0,005	0,006	0,009	0,023	0,058	0,303	1,692	0,234
24%	0,021	0,021	0,021	0,022	0,024	0,039	0,073	0,402	1,779	0,267
50%	0,244	0,244	0,245	0,246	0,247	0,261	0,301	0,730	2,667	0,576
100%	2,550	2,524	2,551	2,517	2,532	2,545	2,569	2,870	5,536	2,911
Media B	0,313	0,310	0,314	0,311	0,314	0,328	0,361	0,624	2,214	0,565

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 40									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,001	0,001	0,003	0,011	0,046	0,121	0,645	1,739	0,285
1%	0,000	0,000	0,001	0,003	0,010	0,051	0,129	0,666	1,735	0,288
2%	-0,001	0,000	0,000	0,002	0,010	0,050	0,129	0,665	1,735	0,288
4%	-0,003	0,000	0,000	0,002	0,010	0,049	0,128	0,668	1,731	0,287
8%	-0,002	-0,003	-0,002	0,000	0,008	0,048	0,127	0,661	1,735	0,286
16%	-0,007	-0,006	-0,006	-0,004	0,004	0,044	0,123	0,658	1,732	0,282
24%	-0,010	-0,010	-0,010	-0,008	0,000	0,040	0,118	0,651	1,723	0,277
50%	-0,017	-0,017	-0,017	-0,015	-0,007	0,032	0,110	0,640	1,754	0,274
100%	2,390	2,391	2,392	2,384	2,388	2,395	2,419	2,521	3,334	2,513
Media B	0,261	0,262	0,262	0,263	0,270	0,306	0,378	0,864	1,913	0,531

**Tablas 80.** Diferencias porcentuales: modos 41 al 44 de grieta combinada en eje libre.

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 41									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	-0,001	-0,001	-0,001	-0,002	-0,001	0,002	0,049	0,404	0,050
1%	-0,001	-0,001	0,000	-0,001	-0,002	-0,001	0,003	0,052	0,403	0,050
2%	-0,001	-0,001	-0,001	-0,001	-0,001	-0,001	0,002	0,052	0,399	0,050
4%	-0,009	-0,001	0,000	-0,001	-0,002	-0,001	0,003	0,054	0,404	0,050
8%	0,001	0,001	0,001	0,001	0,000	0,000	0,005	0,056	0,406	0,052
16%	0,021	0,021	0,021	0,020	0,020	0,021	0,025	0,080	0,442	0,075
24%	0,098	0,097	0,097	0,095	0,097	0,098	0,104	0,172	0,554	0,157
50%	1,190	1,190	1,192	1,192	1,185	1,199	1,237	1,424	1,843	1,295
100%	1,571	1,570	1,571	1,572	1,580	1,614	1,686	2,194	3,806	1,907
Media B	0,319	0,320	0,320	0,319	0,319	0,325	0,341	0,459	0,962	0,409

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 42									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,000	0,000	0,000	0,002	0,012	0,038	0,308	2,354	0,302
1%	0,000	0,000	0,000	0,000	0,003	0,014	0,041	0,323	2,347	0,303
2%	0,000	0,000	-0,001	0,000	0,002	0,014	0,041	0,321	2,343	0,302
4%	-0,007	0,001	0,000	0,000	0,001	0,013	0,041	0,324	2,341	0,302
8%	0,007	0,007	0,007	0,007	0,007	0,013	0,041	0,322	2,348	0,306
16%	0,070	0,070	0,070	0,068	0,068	0,072	0,083	0,323	2,351	0,353
24%	0,240	0,239	0,239	0,236	0,238	0,242	0,257	0,454	2,342	0,499
50%	1,425	1,426	1,426	1,427	1,420	1,428	1,457	1,649	2,630	1,587
100%	2,364	2,364	2,364	2,361	2,364	2,370	2,390	2,534	3,329	2,493
Media B	0,455	0,456	0,456	0,455	0,456	0,464	0,488	0,729	2,487	0,716

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 43									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,000	0,000	0,000	-0,001	0,001	0,012	0,184	1,939	0,237
1%	0,000	0,000	0,000	0,000	-0,001	0,002	0,014	0,197	1,935	0,239
2%	0,000	0,000	-0,001	0,000	0,000	0,002	0,013	0,196	1,923	0,237
4%	-0,008	-0,001	0,000	0,000	0,001	0,003	0,015	0,199	1,939	0,239
8%	-0,001	-0,001	-0,001	0,000	0,002	0,009	0,022	0,205	1,940	0,242
16%	0,000	0,000	0,000	0,001	0,002	0,015	0,042	0,274	1,994	0,259
24%	0,009	0,009	0,009	0,009	0,012	0,024	0,050	0,332	2,099	0,284
50%	0,202	0,201	0,202	0,203	0,203	0,213	0,243	0,514	2,414	0,489
100%	2,196	2,173	2,197	2,168	2,176	2,178	2,181	2,292	3,281	2,316
Media B	0,266	0,265	0,267	0,265	0,266	0,272	0,288	0,488	2,163	0,504

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 44									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,000	0,000	0,001	0,007	0,035	0,098	0,567	2,212	0,325
1%	0,000	0,000	0,000	0,001	0,007	0,040	0,105	0,588	2,208	0,328
2%	-0,001	0,000	-0,001	0,001	0,007	0,039	0,105	0,586	2,202	0,326
4%	-0,003	-0,001	-0,001	0,000	0,006	0,038	0,104	0,590	2,210	0,327
8%	-0,003	-0,003	-0,002	-0,001	0,004	0,037	0,103	0,584	2,206	0,325
16%	-0,002	-0,002	-0,002	-0,001	0,005	0,037	0,103	0,583	2,211	0,326
24%	0,005	0,005	0,005	0,006	0,012	0,044	0,109	0,586	2,206	0,331
50%	0,109	0,109	0,109	0,110	0,114	0,144	0,208	0,660	2,321	0,432
100%	1,993	1,992	1,995	1,989	1,989	1,988	1,992	2,108	5,517	2,396
Media B	0,233	0,233	0,234	0,234	0,239	0,267	0,325	0,761	2,588	0,568

**Tablas 81.** Diferencias porcentuales: modos 45 al 48 de grieta combinada en eje libre.

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 45									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	-0,001	0,000	-0,001	-0,002	0,001	0,012	0,241	2,730	0,331
1%	0,000	-0,001	0,000	-0,001	-0,001	0,001	0,013	0,256	2,721	0,332
2%	-0,001	-0,001	-0,001	-0,001	-0,001	0,001	0,013	0,257	2,723	0,332
4%	-0,008	-0,001	0,000	-0,001	-0,001	0,001	0,013	0,258	2,711	0,330
8%	-0,001	-0,001	-0,001	-0,001	-0,001	0,001	0,013	0,257	2,723	0,332
16%	0,008	0,008	0,008	0,007	0,007	0,009	0,020	0,256	2,721	0,338
24%	0,048	0,048	0,047	0,047	0,047	0,048	0,056	0,270	2,704	0,368
50%	0,716	0,716	0,717	0,717	0,710	0,708	0,712	0,743	2,727	0,940
100%	2,398	2,345	2,401	2,340	2,383	2,365	2,344	2,444	3,179	2,467
Media B	0,351	0,346	0,352	0,345	0,349	0,348	0,355	0,553	2,771	0,641

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 46									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,000	0,000	0,001	0,008	0,051	0,159	0,997	2,220	0,382
1%	0,000	0,000	0,000	0,001	0,008	0,058	0,172	1,034	2,219	0,388
2%	0,000	0,000	0,000	0,001	0,009	0,058	0,173	1,035	2,216	0,388
4%	-0,009	0,001	0,001	0,002	0,009	0,058	0,174	1,038	2,219	0,388
8%	0,007	0,006	0,006	0,008	0,016	0,064	0,180	1,044	2,225	0,395
16%	0,066	0,066	0,067	0,066	0,074	0,125	0,242	1,118	2,278	0,456
24%	0,229	0,228	0,228	0,227	0,237	0,290	0,414	1,325	2,434	0,624
50%	1,134	1,133	1,135	1,137	1,142	1,205	1,356	2,433	3,728	1,600
100%	1,503	1,502	1,502	1,502	1,513	1,572	1,715	2,791	4,856	2,051
Media B	0,325	0,326	0,327	0,327	0,335	0,387	0,509	1,424	2,710	0,741

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 47									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,001	0,009	0,124	1,062	0,133
1%	0,001	0,001	0,000	0,000	0,000	0,002	0,009	0,131	1,062	0,134
2%	0,000	0,000	-0,001	0,000	0,000	0,002	0,010	0,129	1,061	0,133
4%	-0,010	0,000	0,000	-0,001	-0,001	0,000	0,009	0,131	1,060	0,132
8%	-0,002	-0,002	-0,001	-0,002	-0,002	0,000	0,008	0,129	1,058	0,132
16%	-0,004	-0,004	-0,005	-0,005	-0,005	-0,003	0,005	0,125	1,056	0,129
24%	-0,003	-0,003	-0,003	-0,003	-0,004	-0,002	0,005	0,126	1,051	0,129
50%	0,115	0,114	0,114	0,115	0,113	0,113	0,122	0,232	1,119	0,240
100%	1,260	1,253	1,259	1,250	1,248	1,249	1,252	1,329	3,482	1,509
Media B	0,151	0,151	0,151	0,151	0,150	0,151	0,159	0,273	1,335	0,297

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 48									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,000	0,000	-0,001	-0,001	0,005	0,025	0,211	2,161	0,267
1%	0,000	0,000	0,000	-0,001	-0,001	0,007	0,027	0,221	2,158	0,268
2%	-0,001	0,000	-0,001	-0,001	-0,001	0,006	0,027	0,220	2,153	0,267
4%	-0,003	-0,001	-0,001	-0,002	-0,002	0,005	0,027	0,222	2,158	0,267
8%	0,000	-0,002	-0,001	-0,001	-0,001	0,006	0,027	0,220	2,152	0,267
16%	0,011	0,010	0,010	0,009	0,009	0,016	0,037	0,228	2,164	0,277
24%	0,043	0,043	0,042	0,041	0,041	0,048	0,068	0,254	2,167	0,305
50%	0,419	0,419	0,419	0,419	0,414	0,416	0,434	0,566	2,174	0,631
100%	6,250	6,165	6,255	6,154	6,230	6,207	6,179	6,408	7,876	6,414
Media B	0,747	0,737	0,747	0,735	0,743	0,746	0,761	0,950	2,796	0,996

**Tablas 82.** Diferencias porcentuales: modos 49 al 50 de grieta combinada en eje libre.

DIFERENCIA PORCENTUAL		Modo 49									
Grieta A \ Grieta B		Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo		0,000	0,000	0,001	0,002	0,017	0,093	0,280	1,781	4,933	0,790
1%		-0,001	0,000	0,000	0,003	0,017	0,106	0,300	1,840	4,920	0,798
2%		-0,001	0,000	0,000	0,002	0,017	0,105	0,303	1,847	4,921	0,799
4%		-0,010	0,000	0,000	0,003	0,017	0,105	0,304	1,848	4,909	0,797
8%		0,002	0,002	0,003	0,006	0,020	0,107	0,305	1,849	4,926	0,802
16%		0,039	0,039	0,040	0,041	0,055	0,144	0,340	1,863	4,928	0,832
24%		0,149	0,148	0,148	0,149	0,165	0,252	0,442	1,923	4,914	0,921
50%		0,961	0,958	0,961	0,964	0,971	1,039	1,195	2,310	5,004	1,596
100%		2,240	2,238	2,241	2,232	2,243	2,277	2,350	2,861	5,773	2,717
Media B		0,376	0,376	0,377	0,378	0,391	0,470	0,647	2,014	5,025	1,117

DIFERENCIA PORCENTUAL		Modo 50									
Grieta A \ Grieta B		Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo		0,000	0,000	0,000	0,000	-0,002	-0,003	0,001	0,104	1,358	0,162
1%		0,000	0,000	0,000	0,000	-0,001	-0,002	0,001	0,113	1,352	0,163
2%		0,000	0,000	-0,001	0,000	-0,002	-0,003	0,002	0,111	1,353	0,162
4%		-0,010	-0,001	0,000	-0,001	-0,003	-0,004	0,001	0,112	1,350	0,160
8%		-0,002	-0,003	-0,001	-0,002	-0,004	-0,005	0,000	0,111	1,357	0,161
16%		-0,004	-0,004	-0,005	-0,005	-0,006	-0,007	-0,004	0,108	1,364	0,160
24%		-0,004	-0,004	-0,005	-0,005	-0,006	-0,007	-0,004	0,108	1,369	0,160
50%		0,085	0,086	0,085	0,085	0,083	0,081	0,087	0,196	1,561	0,261
100%		1,692	1,678	1,691	1,672	1,685	1,681	1,684	1,822	5,653	2,140
Media B		0,195	0,195	0,196	0,194	0,194	0,192	0,197	0,309	1,857	0,392

Como cabía esperar, las diferencias porcentuales aumentan de media con el tamaño de las grietas, con lo que nos encontramos las mayores diferencias para el 100% de las mismas. Las mayores medias de diferencias porcentuales obtenidas para eje libre son:

- Modo 12 al porcentaje de 100% en la Posición B, con un 12.74%.
- Modo 18 al porcentaje de 100% en la Posición A, con un 11,84%.
- Modo 20 al porcentaje de 100% en la Posición A, con un 8.99%.
- Modo 34 al porcentaje de 100% en la Posición A, con un 9.57%.

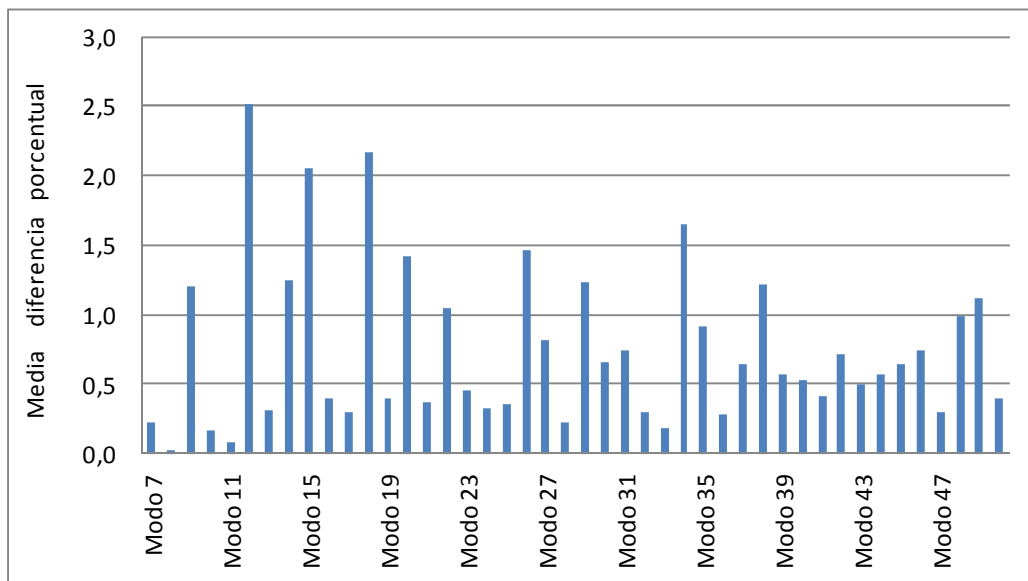
Resulta ciertamente interesante que las mayores diferencias porcentuales que se dan en lo que respecta a la frecuencia propia dependan más de la posición A al 100% que de la B en el mismo porcentaje de radio de la grieta, máxime porque, como vimos en el apartado anterior, la mayoría de modos afectan más a las grietas en la posición B que en la posición A.

Si usamos los datos de este apartado, por ejemplo, fijándonos en las grietas a 100%, se puede observar como en 24 de los 44 casos posibles la variación porcentual de la grieta en la posición B será mayor a su homóloga en la grieta A. Sin embargo, si hacemos una media de la totalidad de modos (los 44 posibles, ya que los 6 primeros son cero al corresponderse con los grados de libertad del eje) obtenemos que la divergencia de la media es de 0.01% a favor de las grietas en la posición B (3.172%) con respecto a las grietas en A (3.162%)



Con estos datos podemos llegar a una conclusión: si bien es cierto que en para grietas combinadas en estas posiciones, las grietas en la posición B son más susceptibles a los cambios de frecuencia por los modos de vibración, son en aquellos modos que afectan a las grietas en la posición de A donde se encuentra las mayores divergencias porcentuales, (exceptuando el modo 12, en donde la posición B registra la máxima diferencia porcentual para el eje libre).

En lo que respecta a los modos, tomando el promedio obtenido en cada caso, podemos representar los resultados mediante la siguiente grafica:



**Figura 146.** Gráfica de la diferencia porcentual respecto al modo de vibración en eje libre.

Observando la gráfica anterior, podemos discernir con claridad los modos que presentan las diferencias porcentuales de media, los cuales son:

- Modo 12, con un 2.52% de diferencia media con respecto al eje nuevo.
- Modo 15, con un 2.05% de diferencia media con respecto al eje nuevo.
- Modo 18, con un 2.17% de diferencia media con respecto al eje nuevo.
- Modo 34, con un 1.65% de diferencia media con respecto al eje nuevo.

### 9.6.2. Diferencias unitarias en eje libre con grietas combinadas.

En este apartado vamos a repetir el mismo proceso que usamos con respecto a las diferencias porcentuales para obtener las diferencias unitarias en cada caso.

Para esto vamos a construir unas tablas con datos cruzados y en donde plasmaremos las diferencias unitarias de la frecuencia propia con respecto al eje nuevo en cada modo. A la vez, añadiremos los datos de la media de la diferencia unitaria con respecto al porcentaje de las a las grietas A y B.

**Tablas 83.** Diferencias unitarias: modos 7 al 10 de grieta combinada en eje libre.

DIFERENCIA UNITARIA		Modo 7								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,000	0,001	0,001	0,002	0,014	0,045	0,328	2,264	0,295
1%	0,000	0,000	0,000	0,000	0,002	0,016	0,048	0,342	2,256	0,296
2%	0,000	0,000	0,000	0,000	0,002	0,015	0,048	0,343	2,254	0,296
4%	-0,001	-0,001	-0,001	0,000	0,001	0,014	0,047	0,343	2,257	0,295
8%	-0,002	-0,002	-0,002	-0,002	0,000	0,012	0,045	0,340	2,262	0,295
16%	-0,006	-0,007	-0,007	-0,006	-0,005	0,009	0,041	0,335	2,262	0,291
24%	-0,009	-0,009	-0,009	-0,009	-0,007	0,006	0,039	0,334	2,255	0,288
50%	0,009	0,009	0,009	0,009	0,011	0,024	0,058	0,359	2,293	0,309
100%	0,273	0,271	0,272	0,270	0,273	0,287	0,323	0,639	2,632	0,582
Media B	0,029	0,029	0,029	0,029	0,031	0,044	0,077	0,374	2,304	0,327

DIFERENCIA UNITARIA		Modo 8								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,002	0,034	0,390	0,047
1%	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,002	0,036	0,389	0,047
2%	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,002	0,036	0,388	0,047
4%	-0,002	-0,001	-0,001	-0,001	-0,001	-0,001	0,001	0,035	0,387	0,046
8%	-0,003	-0,002	-0,002	-0,002	-0,003	-0,003	-0,001	0,033	0,387	0,045
16%	-0,008	-0,008	-0,008	-0,008	-0,008	-0,008	-0,006	0,028	0,382	0,040
24%	-0,014	-0,014	-0,014	-0,014	-0,014	-0,014	-0,012	0,022	0,374	0,033
50%	-0,037	-0,037	-0,037	-0,037	-0,037	-0,037	-0,035	-0,001	0,353	0,011
100%	-0,052	-0,052	-0,052	-0,052	-0,053	-0,053	-0,051	-0,016	0,339	-0,005
Media B	-0,013	-0,013	-0,013	-0,013	-0,013	-0,013	-0,011	0,023	0,377	0,035

DIFERENCIA UNITARIA	Modo 9									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,001	0,002	0,005	0,035	0,200	0,623	4,368	29,250	3,832
1%	0,001	0,000	0,001	0,006	0,034	0,228	0,669	4,544	29,151	3,848
2%	0,000	0,001	0,001	0,005	0,035	0,224	0,674	4,554	29,129	3,847
4%	-0,012	0,001	0,001	0,005	0,034	0,224	0,674	4,564	29,172	3,851
8%	0,001	0,000	0,002	0,006	0,034	0,222	0,673	4,554	29,265	3,862
16%	0,023	0,023	0,025	0,028	0,056	0,249	0,700	4,570	29,346	3,891
24%	0,102	0,101	0,101	0,105	0,135	0,328	0,775	4,669	29,386	3,967
50%	0,961	0,961	0,963	0,968	0,990	1,186	1,657	5,652	30,563	4,878
100%	7,708	7,676	7,702	7,654	7,711	7,921	8,439	12,735	38,173	11,747
Media B	0,976	0,974	0,978	0,976	1,007	1,198	1,654	5,579	30,382	4,858

DIFERENCIA UNITARIA	Modo 10									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,000	0,000	0,000	0,002	0,008	0,033	0,424	4,449	0,546
1%	0,001	0,001	0,001	0,000	0,001	0,010	0,035	0,447	4,440	0,548
2%	-0,001	0,000	-0,001	0,000	0,001	0,009	0,037	0,448	4,436	0,548
4%	-0,011	0,000	0,000	-0,001	0,000	0,008	0,036	0,449	4,437	0,546
8%	-0,001	-0,001	0,000	-0,001	0,000	0,008	0,036	0,446	4,449	0,548
16%	-0,002	-0,002	-0,003	-0,003	-0,002	0,006	0,033	0,443	4,451	0,547
24%	-0,002	-0,002	-0,003	-0,002	-0,002	0,005	0,031	0,443	4,439	0,545
50%	0,063	0,062	0,061	0,061	0,061	0,068	0,098	0,510	4,523	0,612
100%	0,932	0,926	0,930	0,923	0,922	0,930	0,960	1,378	5,445	1,483
Media B	0,109	0,109	0,109	0,109	0,109	0,117	0,144	0,554	4,563	0,658

**Tablas 84.** Diferencias unitarias: modos 11 al 14 de grieta combinada en eje libre.

DIFERENCIA UNITARIA	Modo 11									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	-0,001	-0,003	-0,009	-0,023	-0,031	0,003	0,537	3,839	0,479
1%	-0,002	-0,003	-0,006	-0,012	-0,025	-0,031	0,006	0,564	3,802	0,477
2%	-0,005	-0,007	-0,009	-0,015	-0,028	-0,036	0,004	0,560	3,807	0,475
4%	-0,017	-0,016	-0,019	-0,024	-0,038	-0,045	-0,006	0,555	3,761	0,461
8%	-0,038	-0,040	-0,042	-0,048	-0,062	-0,070	-0,031	0,525	3,790	0,443
16%	-0,099	-0,102	-0,105	-0,110	-0,125	-0,131	-0,092	0,463	3,736	0,382
24%	-0,164	-0,166	-0,168	-0,174	-0,188	-0,195	-0,158	0,399	3,627	0,313
50%	-0,317	-0,318	-0,321	-0,328	-0,342	-0,349	-0,309	0,255	3,508	0,164
100%	-0,313	-0,320	-0,317	-0,330	-0,339	-0,348	-0,311	0,256	17,810	1,754
Media B	-0,106	-0,108	-0,110	-0,117	-0,130	-0,137	-0,099	0,457	5,298	0,550

DIFERENCIA UNITARIA	Modo 12									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,002	0,006	0,019	0,141	0,808	2,487	16,750	94,608	12,758
1%	0,001	0,000	0,004	0,022	0,138	0,920	2,670	17,397	94,363	12,835
2%	-0,002	0,002	0,001	0,021	0,142	0,904	2,691	17,443	94,313	12,835
4%	-0,052	0,006	0,009	0,026	0,144	0,912	2,695	17,477	94,406	12,847
8%	0,018	0,017	0,022	0,041	0,158	0,914	2,705	17,458	94,637	12,886
16%	0,190	0,192	0,199	0,208	0,325	1,104	2,892	17,600	94,908	13,069
24%	0,715	0,711	0,710	0,724	0,850	1,627	3,402	18,187	95,152	13,564
50%	6,250	6,250	6,261	6,281	6,357	7,144	9,024	23,988	99,240	18,977
100%	54,748	54,497	54,696	54,320	54,588	55,263	56,949	69,451	111,533	62,894
Media B	6,874	6,853	6,879	6,851	6,983	7,733	9,502	23,972	97,018	19,185

DIFERENCIA UNITARIA	Modo 13									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,001	0,000	-0,001	-0,002	0,001	0,064	1,263	13,936	1,696
1%	0,003	0,003	0,003	0,001	-0,002	0,008	0,067	1,340	13,909	1,704
2%	-0,005	0,001	-0,006	0,000	-0,003	0,007	0,076	1,339	13,903	1,701
4%	-0,053	0,003	0,004	-0,002	-0,004	0,003	0,073	1,348	13,907	1,698
8%	0,006	0,005	0,008	0,004	-0,001	0,008	0,077	1,344	13,947	1,711
16%	0,014	0,015	0,012	0,011	0,006	0,017	0,083	1,350	13,969	1,720
24%	0,042	0,042	0,035	0,038	0,034	0,040	0,101	1,375	13,971	1,742
50%	0,516	0,515	0,509	0,513	0,505	0,507	0,587	1,862	14,496	2,223
100%	5,913	5,876	5,901	5,856	5,849	5,864	5,944	7,244	20,065	7,612
Media B	0,715	0,718	0,718	0,713	0,709	0,717	0,786	2,052	14,678	2,423

DIFERENCIA UNITARIA	Modo 14									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,000	0,000	-0,010	-0,010	0,040	0,230	3,510	60,200	7,107
1%	0,000	0,000	0,000	-0,010	-0,010	0,040	0,250	3,710	60,020	7,111
2%	0,000	-0,010	-0,010	-0,010	-0,010	0,040	0,250	3,730	59,910	7,099
4%	-0,020	-0,010	-0,010	-0,020	-0,020	0,030	0,250	3,730	60,050	7,109
8%	-0,030	-0,030	-0,030	-0,030	-0,040	0,020	0,230	3,710	60,120	7,102
16%	-0,060	-0,070	-0,070	-0,070	-0,070	-0,020	0,190	3,640	60,260	7,081
24%	-0,080	-0,090	-0,090	-0,090	-0,090	-0,040	0,160	3,600	60,150	7,048
50%	0,440	0,440	0,430	0,430	0,420	0,450	0,610	3,630	60,230	7,453
100%	64,130	63,680	64,020	63,340	63,570	63,570	63,780	64,160	67,360	64,179
Media B	7,153	7,101	7,138	7,059	7,082	7,126	7,328	10,380	60,922	13,477

**Tablas 85.** Diferencias unitarias: modos 15 al 18 de grieta combinada en eje libre.

DIFERENCIA UNITARIA	Modo 15									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,000	0,010	0,040	0,260	1,490	4,470	26,430	70,500	11,467
1%	0,000	0,000	0,010	0,040	0,260	1,690	4,790	27,300	70,450	11,616
2%	0,000	0,000	0,000	0,050	0,270	1,670	4,820	27,380	70,470	11,629
4%	-0,130	0,020	0,020	0,050	0,280	1,690	4,840	27,420	70,450	11,627
8%	0,060	0,060	0,070	0,110	0,330	1,710	4,880	27,440	70,520	11,687
16%	0,640	0,650	0,660	0,670	0,900	2,320	5,480	27,910	70,810	12,227
24%	2,390	2,380	2,380	2,390	2,640	4,050	7,170	29,570	71,680	13,850
50%	20,780	20,780	20,810	20,850	20,920	22,260	25,450	46,580	81,570	31,111
100%	94,080	94,020	94,070	94,000	94,100	94,570	95,770	106,000	166,740	103,706
Media B	13,091	13,101	13,114	13,133	13,329	14,606	17,519	38,448	82,577	24,324

DIFERENCIA UNITARIA	Modo 16									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,000	0,000	0,000	-0,010	-0,010	0,080	1,890	20,580	2,503
1%	0,010	0,010	0,010	0,000	0,000	0,000	0,080	2,020	20,540	2,519
2%	-0,010	0,000	-0,010	0,000	-0,010	0,000	0,090	2,010	20,540	2,512
4%	-0,140	0,000	0,010	0,000	-0,010	-0,010	0,090	2,030	20,540	2,501
8%	0,010	0,000	0,010	0,000	-0,010	0,000	0,090	2,020	20,600	2,524
16%	0,020	0,020	0,010	0,010	0,000	0,010	0,100	2,030	20,650	2,539
24%	0,090	0,090	0,080	0,080	0,070	0,070	0,150	2,100	20,690	2,602
50%	1,510	1,510	1,500	1,510	1,490	1,470	1,600	3,550	22,100	4,027
100%	18,640	18,520	18,610	18,470	18,460	18,490	18,620	20,560	38,590	20,996
Media B	2,237	2,239	2,247	2,230	2,220	2,224	2,322	4,246	22,759	4,747

DIFERENCIA UNITARIA	Modo 17									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,000	0,000	0,000	0,050	0,280	0,820	5,140	28,580	3,874
1%	0,000	0,000	0,000	0,000	0,050	0,320	0,870	5,350	28,330	3,880
2%	-0,010	0,000	-0,010	0,000	0,040	0,300	0,880	5,330	28,390	3,880
4%	-0,040	-0,020	-0,020	-0,010	0,030	0,290	0,860	5,360	28,120	3,841
8%	-0,050	-0,050	-0,040	-0,040	0,000	0,260	0,840	5,280	28,480	3,853
16%	-0,110	-0,110	-0,110	-0,100	-0,060	0,200	0,780	5,240	28,510	3,804
24%	-0,140	-0,140	-0,140	-0,140	-0,090	0,170	0,730	5,200	28,180	3,737
50%	0,070	0,060	0,060	0,070	0,110	0,370	0,960	5,490	28,770	3,996
100%	2,330	2,280	2,330	2,280	2,360	2,610	3,180	7,780	31,580	6,303
Media B	0,228	0,224	0,230	0,229	0,277	0,533	1,102	5,574	28,771	4,130

DIFERENCIA UNITARIA	Modo 18									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	-0,020	-0,010	0,010	0,180	1,120	3,280	18,480	69,660	10,300
1%	-0,020	-0,020	0,000	0,010	0,180	1,260	3,510	19,080	69,550	10,394
2%	-0,020	-0,020	-0,030	0,030	0,200	1,250	3,520	19,160	69,490	10,398
4%	-0,260	0,000	0,020	0,030	0,210	1,270	3,560	19,210	69,540	10,398
8%	0,100	0,110	0,100	0,150	0,310	1,350	3,660	19,290	69,620	10,521
16%	1,240	1,260	1,260	1,230	1,430	2,490	4,760	20,150	70,090	11,546
24%	4,690	4,660	4,660	4,630	4,860	5,870	8,040	22,940	71,190	14,616
50%	39,730	39,710	39,780	39,790	39,640	40,300	42,030	51,390	83,550	46,213
100%	189,680	189,330	189,610	189,100	189,250	189,270	189,560	191,560	211,030	192,043
Media B	26,127	26,112	26,154	26,109	26,251	27,131	29,102	42,362	87,080	35,159

**Tablas 86.** Diferencias unitarias: modos 19 al 22 de grieta combinada en eje libre.

DIFERENCIA UNITARIA	Modo 19									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	-0,020	0,000	-0,010	-0,010	0,030	0,180	2,080	19,300	2,394
1%	0,000	-0,010	0,010	0,000	0,010	0,040	0,180	2,220	19,220	2,408
2%	-0,020	-0,010	-0,030	0,000	0,000	0,040	0,190	2,170	19,200	2,393
4%	-0,280	-0,020	0,000	-0,010	-0,020	0,020	0,180	2,230	19,190	2,366
8%	-0,010	-0,020	-0,020	-0,020	-0,010	0,020	0,170	2,210	19,250	2,397
16%	-0,020	-0,030	-0,050	-0,040	-0,030	0,010	0,170	2,190	19,320	2,391
24%	0,060	0,050	0,040	0,050	0,050	0,090	0,210	2,280	19,350	2,464
50%	2,670	2,670	2,680	2,690	2,670	2,680	2,900	4,960	21,830	5,083
100%	35,150	34,950	35,110	34,860	34,900	34,990	35,180	37,150	52,330	37,180
Media B	4,172	4,173	4,193	4,169	4,173	4,213	4,373	6,388	23,221	6,564

DIFERENCIA UNITARIA	Modo 20									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	-0,020	-0,020	-0,020	-0,010	0,110	0,380	2,940	29,990	3,706
1%	-0,030	-0,020	0,000	-0,020	0,030	0,130	0,390	3,110	29,750	3,704
2%	-0,030	-0,020	-0,050	-0,010	0,000	0,120	0,390	3,030	29,690	3,680
4%	-0,360	-0,010	0,010	-0,020	0,010	0,100	0,380	3,130	29,580	3,647
8%	0,090	0,100	0,070	0,100	0,090	0,150	0,360	3,080	29,820	3,762
16%	1,340	1,360	1,340	1,280	1,330	1,390	1,530	3,030	29,960	4,729
24%	5,200	5,170	5,160	5,090	5,170	5,190	5,300	6,440	29,760	8,053
50%	41,970	41,920	41,990	41,990	41,730	41,720	42,070	43,200	73,180	45,530
100%	157,230	157,000	157,220	156,890	157,150	158,160	160,970	187,030	371,790	184,827
Media B	22,823	22,831	22,858	22,809	22,833	23,008	23,530	28,332	72,613	29,071

DIFERENCIA UNITARIA	Modo 21									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	-0,030	0,000	-0,020	-0,020	0,060	0,200	1,470	20,060	2,413
1%	-0,010	-0,020	0,010	-0,010	-0,020	0,070	0,210	1,570	19,970	2,419
2%	-0,030	-0,020	-0,030	0,000	0,010	0,060	0,180	1,580	19,820	2,397
4%	-0,390	-0,050	-0,020	-0,020	-0,010	0,080	0,220	1,650	19,960	2,380
8%	-0,040	-0,050	-0,050	-0,040	-0,010	0,100	0,340	1,750	19,900	2,433
16%	-0,080	-0,100	-0,110	-0,090	-0,060	0,060	0,340	2,900	20,240	2,567
24%	-0,020	-0,030	-0,040	-0,020	0,010	0,130	0,360	3,130	21,030	2,728
50%	3,140	3,160	3,170	3,190	3,180	3,250	3,610	6,360	32,910	6,886
100%	41,880	41,630	41,860	41,520	41,680	41,760	41,940	44,270	67,750	44,921
Media B	4,939	4,943	4,977	4,946	4,973	5,063	5,267	7,187	26,849	7,683

DIFERENCIA UNITARIA	Modo 22									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,000	0,000	0,010	0,080	0,550	1,940	18,220	149,590	18,932
1%	0,000	0,000	0,000	0,000	0,070	0,630	2,100	19,060	149,320	19,020
2%	-0,010	-0,010	-0,010	0,000	0,070	0,620	2,120	19,140	148,820	18,971
4%	-0,060	-0,010	-0,010	-0,010	0,060	0,610	2,110	19,160	149,500	19,039
8%	-0,030	-0,030	-0,020	-0,020	0,050	0,590	2,100	19,130	149,660	19,048
16%	0,000	0,000	0,010	0,010	0,080	0,640	2,160	19,250	152,070	19,358
24%	0,240	0,240	0,230	0,240	0,320	0,890	2,430	20,030	158,470	20,343
50%	3,450	3,440	3,450	3,460	3,530	4,260	6,240	28,270	187,730	27,092
100%	23,730	23,700	23,720	23,640	23,900	25,170	28,550	61,380	192,110	47,322
Media B	3,036	3,037	3,041	3,037	3,129	3,773	5,528	24,849	159,697	23,236

**Tablas 87.** Diferencias unitarias: modos 23 al 26 de grieta combinada en eje libre.

DIFERENCIA UNITARIA	Modo 23									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,000	0,010	0,030	0,180	0,800	2,160	12,360	60,890	8,492
1%	0,000	0,000	0,010	0,040	0,170	0,900	2,300	12,840	60,460	8,524
2%	-0,010	-0,010	0,000	0,030	0,170	0,880	2,320	12,810	60,570	8,529
4%	-0,070	-0,010	-0,010	0,020	0,170	0,880	2,300	12,890	60,100	8,474
8%	-0,030	-0,030	-0,020	0,010	0,150	0,860	2,300	12,780	60,740	8,529
16%	-0,010	0,000	0,000	0,030	0,170	0,890	2,320	12,820	60,880	8,567
24%	0,130	0,130	0,130	0,170	0,310	1,020	2,440	12,960	60,460	8,639
50%	1,850	1,850	1,850	1,890	2,020	2,730	4,210	14,880	62,830	10,457
100%	15,080	14,800	15,100	14,790	15,160	15,800	17,170	28,180	78,260	23,816
Media B	1,882	1,859	1,897	1,890	2,056	2,751	4,169	14,724	62,799	10,447

DIFERENCIA UNITARIA	Modo 24									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	-0,020	-0,020	-0,020	0,040	0,550	1,850	13,420	56,190	7,999
1%	-0,020	-0,030	-0,010	-0,020	0,040	0,620	1,990	14,000	56,130	8,078
2%	-0,040	-0,020	-0,050	-0,010	0,060	0,590	1,960	13,990	55,920	8,044
4%	-0,410	-0,030	0,010	-0,020	0,060	0,620	1,990	14,100	56,120	8,049
8%	0,000	0,010	-0,010	0,030	0,070	0,620	2,050	14,080	56,200	8,117
16%	0,680	0,700	0,690	0,650	0,750	1,310	2,750	14,900	57,220	8,850
24%	2,960	2,940	2,920	2,890	3,020	3,590	5,030	17,630	60,410	11,266
50%	24,690	24,640	24,690	24,720	24,690	25,500	27,680	43,960	89,020	34,399
100%	84,770	84,660	84,800	84,710	84,920	86,230	89,500	110,490	141,370	94,594
Media B	12,514	12,539	12,558	12,537	12,628	13,292	14,978	28,508	69,842	21,044

DIFERENCIA UNITARIA	Modo 25									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	-0,020	0,000	-0,010	0,000	0,110	0,400	3,700	32,270	4,050
1%	-0,010	0,000	0,020	0,000	0,030	0,130	0,420	3,870	32,190	4,072
2%	-0,040	-0,010	-0,020	0,000	0,010	0,120	0,410	3,810	32,070	4,039
4%	-0,420	-0,040	-0,010	-0,020	0,000	0,100	0,400	3,910	32,140	4,007
8%	-0,020	-0,040	-0,040	-0,030	-0,010	0,080	0,380	3,860	32,140	4,036
16%	-0,050	-0,070	-0,070	-0,070	-0,050	0,050	0,360	3,810	32,170	4,009
24%	0,050	0,030	0,010	0,040	0,050	0,150	0,400	3,920	32,160	4,090
50%	3,160	3,180	3,180	3,200	3,170	3,240	3,610	7,120	35,510	7,263
100%	41,640	41,270	41,660	41,120	41,480	41,450	41,550	45,120	75,210	45,611
Media B	4,923	4,922	4,970	4,914	4,964	5,048	5,326	8,791	37,318	9,020

DIFERENCIA UNITARIA	Modo 26									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	-0,010	0,010	0,040	0,240	1,080	2,890	41,230	226,770	30,250
1%	-0,010	0,000	0,010	0,050	0,240	1,210	3,090	43,360	226,440	30,488
2%	-0,020	0,000	0,000	0,050	0,240	1,200	3,110	43,510	226,250	30,482
4%	-0,130	0,010	0,020	0,060	0,250	1,200	3,110	43,650	226,450	30,513
8%	0,060	0,060	0,070	0,110	0,310	1,260	3,180	43,510	226,660	30,580
16%	0,440	0,450	0,470	0,490	0,690	1,650	3,560	43,510	227,240	30,944
24%	1,420	1,400	1,410	1,450	1,640	2,600	4,470	44,480	228,290	31,907
50%	12,060	12,070	12,090	12,140	12,230	13,040	14,890	56,790	242,000	43,034
100%	129,100	126,660	129,240	126,260	128,280	128,040	127,870	136,590	285,390	146,381
Media B	15,880	15,627	15,924	15,628	16,013	16,809	18,463	55,181	235,054	44,953



**Tablas 88.** Diferencias unitarias: modos 27 al 30 de grieta combinada en eje libre.

DIFERENCIA UNITARIA		Modo 27								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,000	0,020	0,050	0,480	2,820	8,610	32,460	103,520	16,440
1%	0,000	-0,010	0,010	0,070	0,460	3,200	9,230	33,110	102,890	16,551
2%	-0,030	-0,010	-0,020	0,060	0,480	3,120	9,270	33,080	103,020	16,552
4%	-0,400	-0,020	0,030	0,060	0,480	3,150	9,280	33,220	102,360	16,462
8%	-0,010	-0,020	-0,010	0,030	0,420	3,050	9,250	33,140	103,380	16,581
16%	0,050	0,050	0,040	0,050	0,470	3,170	9,380	33,520	103,860	16,732
24%	0,470	0,470	0,440	0,520	0,950	3,650	9,780	34,370	103,700	17,150
50%	7,740	7,700	7,740	7,830	8,210	11,100	17,900	43,860	111,510	24,843
100%	58,160	58,030	58,210	58,000	58,760	62,660	72,060	138,770	205,510	85,573
Media B	7,331	7,354	7,384	7,408	7,857	10,658	17,196	46,170	115,528	25,210

DIFERENCIA UNITARIA		Modo 28								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,010	0,000	-0,010	-0,040	-0,050	0,130	3,700	38,200	4,660
1%	0,010	0,010	0,020	0,010	-0,020	-0,030	0,150	3,910	38,060	4,680
2%	-0,040	0,000	-0,020	-0,010	-0,030	-0,030	0,150	3,870	38,040	4,659
4%	-0,400	-0,010	0,010	-0,020	-0,030	-0,040	0,140	3,960	38,080	4,632
8%	-0,030	-0,030	-0,030	0,000	-0,030	-0,040	0,160	3,930	38,230	4,684
16%	0,020	0,030	0,050	0,040	0,020	0,010	0,220	4,020	38,440	4,761
24%	0,300	0,280	0,240	0,280	0,240	0,230	0,410	4,370	38,970	5,036
50%	2,550	2,580	2,550	2,570	2,540	2,630	3,110	8,350	45,690	8,063
100%	13,400	13,370	13,380	13,320	13,390	13,810	14,870	24,170	76,870	21,842
Media B	1.757	1.804	1.800	1.798	1.782	1.832	2.149	6.698	43.398	7.002

DIFERENCIA UNITARIA		Modo 29								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,000	0,010	0,030	0,210	1,270	4,300	37,030	170,390	23,693
1%	0,010	0,000	0,010	0,040	0,210	1,460	4,640	38,540	170,260	23,908
2%	-0,010	0,000	0,000	0,030	0,210	1,430	4,690	38,690	169,910	23,883
4%	-0,140	0,000	0,010	0,030	0,210	1,430	4,690	38,740	170,330	23,922
8%	0,010	0,010	0,030	0,050	0,220	1,420	4,690	38,700	170,050	23,909
16%	0,310	0,310	0,320	0,330	0,500	1,740	5,000	38,790	170,430	24,192
24%	1,420	1,410	1,400	1,420	1,610	2,840	6,050	39,880	170,690	25,191
50%	16,950	16,960	16,980	17,010	17,050	18,270	21,610	54,100	174,640	39,286
100%	164,380	164,050	164,260	163,110	164,030	164,260	165,550	176,050	222,870	172,062
Media B	20,326	20,304	20,336	20,228	20,472	21,569	24,580	55,613	176,619	42,222

DIFERENCIA UNITARIA		Modo 30								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	-0,050	-0,030	-0,060	-0,070	0,020	0,250	2,480	17,960	2,278
1%	-0,040	-0,040	-0,020	-0,040	-0,060	0,020	0,290	2,580	17,750	2,271
2%	-0,030	-0,010	-0,040	-0,030	-0,050	0,040	0,250	2,550	17,730	2,268
4%	-0,310	0,000	0,030	-0,010	0,000	0,070	0,310	2,700	17,650	2,271
8%	0,200	0,160	0,170	0,160	0,160	0,230	0,490	2,830	18,050	2,494
16%	1,180	1,180	1,170	1,130	1,160	1,220	1,500	3,810	18,970	3,480
24%	3,530	3,470	3,480	3,460	3,450	3,520	3,750	6,080	20,750	5,721
50%	25,530	25,540	25,570	25,590	25,410	25,360	25,760	27,600	39,910	27,363
100%	163,740	161,700	163,810	161,360	162,710	162,000	160,800	159,940	164,720	162,309
Media B	21.533	21.328	21.571	21.284	21.412	21.387	21.489	23.397	37.054	23.384

**Tablas 89.** Diferencias unitarias: modos 31 al 34 de grieta combinada en eje libre.

DIFERENCIA UNITARIA		Modo 31								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,010	0,040	0,120	0,800	4,350	12,500	60,280	111,860	21,107
1%	0,010	0,000	0,020	0,140	0,780	4,910	13,330	61,680	111,760	21,403
2%	-0,030	0,000	0,000	0,120	0,790	4,820	13,410	61,830	111,750	21,410
4%	-0,370	0,000	0,040	0,130	0,800	4,850	13,430	61,910	111,760	21,394
8%	0,030	0,020	0,030	0,090	0,730	4,730	13,360	61,810	111,750	21,394
16%	0,210	0,210	0,210	0,170	0,680	4,760	13,400	61,590	111,790	21,447
24%	0,690	0,680	0,640	0,670	0,690	4,760	13,260	61,700	111,910	21,667
50%	7,270	7,300	7,270	7,300	7,210	7,190	14,480	63,150	114,410	26,176
100%	57,890	57,510	57,910	57,340	57,680	57,640	57,750	89,310	156,790	72,202
Media B	7,300	7,303	7,351	7,342	7,796	10,890	18,324	64,807	117,087	27,578

DIFERENCIA UNITARIA	Modo 32									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,020	0,000	-0,010	-0,040	-0,060	0,210	5,490	58,990	7,178
1%	0,010	0,020	0,020	0,010	-0,030	-0,020	0,240	5,820	58,630	7,189
2%	-0,030	0,010	-0,020	-0,010	-0,040	-0,030	0,250	5,780	58,680	7,177
4%	-0,370	0,010	0,030	-0,010	-0,020	-0,030	0,240	5,880	58,590	7,147
8%	-0,030	-0,030	0,000	0,040	0,000	0,000	0,280	5,860	59,010	7,237
16%	-0,080	-0,060	-0,030	0,040	0,170	0,160	0,450	6,010	59,130	7,310
24%	-0,070	-0,070	-0,080	0,040	0,650	0,640	0,880	6,450	59,100	7,504
50%	1,110	1,110	1,130	1,270	1,890	5,900	7,580	12,690	61,310	10,443
100%	28,000	28,000	28,090	27,710	28,790	32,560	41,050	61,070	88,950	40,469
Media B	3,171	3,223	3,238	3,231	3,486	4,347	5,687	12,783	62,488	11,295

DIFERENCIA UNITARIA		Modo 33								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	-0,040	-0,030	-0,060	-0,100	-0,130	-0,110	0,840	9,770	1,127
1%	-0,040	-0,040	-0,020	-0,040	-0,100	-0,140	-0,090	0,870	9,710	1,123
2%	-0,040	-0,010	-0,050	-0,040	-0,100	-0,130	-0,140	0,840	9,620	1,106
4%	-0,330	-0,010	0,010	-0,030	-0,060	-0,110	-0,100	0,970	9,620	1,107
8%	0,110	0,070	0,070	0,060	0,020	-0,030	0,010	1,040	9,850	1,244
16%	0,730	0,740	0,720	0,670	0,680	0,600	0,680	1,710	10,680	1,912
24%	2,290	2,240	2,230	2,220	2,180	2,120	2,150	3,310	12,590	3,481
50%	13,500	13,510	13,530	13,520	13,410	13,330	13,520	15,310	29,080	15,412
100%	30,820	30,680	30,800	30,610	30,640	30,600	30,810	34,830	72,890	35,853
Media B	5,227	5,238	5,251	5,212	5,174	5,123	5,192	6,636	19,312	6,930

DIFERENCIA UNITARIA		Modo 34								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	-0,010	0,000	0,040	0,300	1,440	3,970	27,010	225,310	28,673
1%	-0,020	-0,010	0,010	0,070	0,300	1,620	4,260	28,250	223,320	28,644
2%	-0,040	-0,020	-0,020	0,040	0,290	1,590	4,270	28,190	223,550	28,650
4%	-0,210	-0,040	-0,020	0,020	0,280	1,570	4,230	28,410	221,870	28,457
8%	-0,110	-0,110	-0,090	-0,030	0,220	1,500	4,200	28,090	224,640	28,701
16%	-0,220	-0,210	-0,190	-0,160	0,100	1,390	4,100	28,000	225,280	28,677
24%	-0,250	-0,260	-0,260	-0,190	0,050	1,330	3,950	27,840	222,870	28,342
50%	0,820	0,830	0,840	0,900	1,100	2,220	4,660	27,810	224,260	29,271
100%	417,240	416,570	417,010	415,140	416,390	416,130	416,270	416,170	416,770	416,410
Media B	46.357	46.304	46.364	46.203	46.559	47.643	49.990	71.086	245.319	71.758

**Tablas 90.** Diferencias unitarias: modos 35 al 38 de grieta combinada en eje libre.

DIFERENCIA UNITARIA		Modo 35								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,000	0,030	0,090	0,650	3,510	10,040	55,620	180,130	27,786
1%	0,000	0,000	0,020	0,110	0,640	3,960	10,710	57,240	180,020	28,078
2%	-0,030	0,000	-0,010	0,100	0,650	3,890	10,780	57,450	179,760	28,066
4%	-0,330	0,000	0,040	0,120	0,660	3,920	10,820	57,530	179,970	28,081
8%	0,040	0,030	0,070	0,160	0,680	3,890	10,820	57,500	179,800	28,110
16%	0,650	0,670	0,700	0,730	1,280	4,520	11,370	57,370	180,130	28,602
24%	2,360	2,350	2,360	2,420	2,980	6,070	12,600	57,830	180,080	29,894
50%	29,420	29,600	29,580	29,630	29,460	30,740	33,780	61,890	181,130	50,581
100%	93,880	93,030	93,920	92,720	93,300	93,210	93,100	96,630	270,980	113,419
Media B	13,999	13,964	14,079	14,009	14,478	17,079	22,669	62,118	190,222	40,291

DIFERENCIA UNITARIA		Modo 36								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,010	0,000	0,000	0,030	0,280	1,020	8,020	40,910	5,586
1%	0,010	0,020	0,020	0,020	0,060	0,340	1,110	8,360	40,810	5,639
2%	-0,020	0,010	-0,010	0,010	0,050	0,330	1,120	8,310	40,770	5,619
4%	-0,330	0,020	0,030	0,020	0,060	0,340	1,120	8,420	40,840	5,613
8%	0,060	0,050	0,060	0,070	0,100	0,380	1,170	8,420	40,900	5,690
16%	0,340	0,340	0,340	0,310	0,360	0,650	1,440	8,680	41,110	5,952
24%	1,040	1,030	1,010	1,030	1,060	1,340	2,130	9,470	41,720	6,648
50%	8,860	8,870	8,880	8,920	8,910	9,300	10,470	18,680	49,190	14,676
100%	33,020	33,000	33,030	33,050	33,370	34,910	40,680	82,960	183,150	56,352
Media B	4,776	4,817	4,818	4,826	4,889	5,319	6,696	17,924	57,711	12,419

DIFERENCIA UNITARIA		Modo 37								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	-0,020	-0,010	0,000	0,140	1,050	3,310	17,280	64,230	9,553
1%	-0,010	-0,010	0,000	0,010	0,160	1,200	3,540	17,790	64,070	9,639
2%	-0,030	-0,020	-0,030	0,020	0,160	1,180	3,570	17,830	63,710	9,599
4%	-0,300	-0,010	0,010	0,020	0,160	1,190	3,590	17,890	64,290	9,649
8%	0,060	0,060	0,070	0,090	0,240	1,250	3,660	17,970	64,300	9,744
16%	0,880	0,890	0,880	0,880	1,050	2,130	4,590	19,260	66,070	10,737
24%	3,830	3,800	3,790	3,780	4,000	5,190	7,870	23,660	71,070	14,110
50%	42,280	42,240	42,340	42,410	42,640	45,690	52,720	86,300	131,810	58,714
100%	113,870	113,890	113,990	113,650	114,510	117,790	122,850	149,290	188,390	127,581
Media B	17,842	17,869	17,893	17,873	18,118	19,630	22,856	40,808	86,438	28,814

DIFERENCIA UNITARIA		Modo 38								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	-0,010	0,000	0,010	0,130	0,810	2,400	22,460	237,520	29,258
1%	-0,010	0,000	0,000	0,020	0,170	0,940	2,590	23,730	236,140	29,287
2%	-0,020	0,000	-0,020	0,030	0,150	0,920	2,610	23,630	236,110	29,268
4%	-0,320	0,030	0,040	0,040	0,160	0,940	2,590	23,890	235,140	29,168
8%	0,230	0,220	0,230	0,280	0,390	1,140	2,730	23,730	236,990	29,549
16%	2,300	2,330	2,330	2,260	2,420	3,190	4,680	24,040	237,670	31,247
24%	7,980	7,930	7,950	7,870	8,080	8,740	10,180	24,930	236,290	35,550
50%	67,540	67,730	67,720	67,740	67,230	67,520	68,660	74,520	241,590	87,806
100%	246,170	246,030	246,160	245,700	246,000	245,930	245,920	248,420	283,800	250,459
Media B	35,986	36,029	36,046	35,994	36,081	36,681	38,040	54,372	242,361	61,288

**Tablas 91.** Diferencias unitarias: modos 39 al 42 de grieta combinada en eje libre.

DIFERENCIA UNITARIA	Modo 39									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	-0,020	0,010	0,020	0,140	0,790	2,320	12,740	83,070	11,008
1%	0,000	0,010	0,010	0,030	0,140	0,900	2,470	13,190	82,960	11,079
2%	-0,010	0,000	-0,010	0,030	0,160	0,890	2,480	13,250	82,380	11,019
4%	-0,340	-0,010	0,010	0,030	0,150	0,880	2,540	13,330	83,040	11,070
8%	0,030	0,000	0,040	0,070	0,190	0,920	2,650	13,500	82,890	11,143
16%	0,290	0,270	0,270	0,300	0,430	1,170	2,910	15,220	84,990	11,761
24%	1,070	1,050	1,060	1,090	1,220	1,960	3,670	20,170	89,370	13,407
50%	12,270	12,260	12,310	12,360	12,410	13,130	15,130	36,660	133,930	28,940
100%	128,080	126,750	128,130	126,430	127,190	127,810	129,030	144,140	278,030	146,177
Media B	15,710	15,590	15,759	15,596	15,781	16,494	18,133	31,356	111,184	28,400

DIFERENCIA UNITARIA	Modo 40									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,030	0,040	0,130	0,560	2,370	6,250	33,370	90,010	14,751
1%	0,010	0,010	0,040	0,130	0,540	2,640	6,680	34,480	89,790	14,924
2%	-0,030	0,010	0,010	0,100	0,530	2,590	6,700	34,410	89,820	14,904
4%	-0,170	-0,020	0,000	0,080	0,500	2,560	6,640	34,590	89,580	14,862
8%	-0,120	-0,140	-0,100	-0,010	0,400	2,460	6,580	34,230	89,790	14,788
16%	-0,340	-0,320	-0,290	-0,220	0,190	2,260	6,380	34,030	89,640	14,592
24%	-0,520	-0,520	-0,520	-0,420	0,000	2,070	6,100	33,710	89,180	14,342
50%	-0,880	-0,870	-0,860	-0,760	-0,360	1,640	5,700	33,120	90,780	14,168
100%	123,720	123,730	123,820	123,380	123,620	123,970	125,210	130,480	172,580	130,057
Media B	13,519	13,546	13,571	13,601	13,998	15,840	19,582	44,713	99,019	27,488

DIFERENCIA UNITARIA	Modo 41									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	-0,050	-0,030	-0,070	-0,110	-0,070	0,130	2,560	21,220	2,620
1%	-0,030	-0,030	-0,010	-0,060	-0,080	-0,070	0,140	2,750	21,180	2,643
2%	-0,040	-0,040	-0,060	-0,030	-0,070	-0,060	0,120	2,730	20,980	2,614
4%	-0,460	-0,040	-0,010	-0,050	-0,080	-0,060	0,150	2,840	21,250	2,616
8%	0,070	0,050	0,040	0,040	0,010	0,010	0,240	2,930	21,360	2,750
16%	1,120	1,120	1,090	1,040	1,050	1,090	1,320	4,230	23,220	3,920
24%	5,140	5,090	5,090	5,000	5,080	5,130	5,460	9,060	29,150	8,244
50%	62,590	62,580	62,690	62,680	62,330	63,040	65,040	74,870	96,900	68,080
100%	82,590	82,550	82,610	82,640	83,060	84,870	88,650	115,350	200,110	100,270
Media B	16,776	16,803	16,823	16,799	16,799	17,098	17,917	24,147	50,597	21,529

DIFERENCIA UNITARIA	Modo 42									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	-0,020	-0,020	-0,020	0,110	0,700	2,140	17,310	132,270	16,941
1%	-0,020	-0,020	-0,020	-0,010	0,150	0,810	2,290	18,150	131,850	17,020
2%	-0,020	-0,010	-0,050	0,000	0,110	0,780	2,320	18,050	131,660	16,982
4%	-0,400	0,050	0,020	0,010	0,060	0,730	2,290	18,210	131,560	16,948
8%	0,410	0,390	0,390	0,410	0,390	0,710	2,280	18,070	131,920	17,219
16%	3,910	3,960	3,950	3,810	3,840	4,020	4,670	18,130	132,120	19,823
24%	13,500	13,410	13,430	13,260	13,390	13,570	14,450	25,520	131,580	28,012
50%	80,050	80,120	80,130	80,160	79,790	80,220	81,890	92,650	147,760	89,197
100%	132,810	132,800	132,820	132,650	132,810	133,180	134,300	142,400	187,070	140,093
Media B	25,582	25,631	25,628	25,586	25,628	26,080	27,403	40,943	139,754	40,248

**Tablas 92.** Diferencias unitarias: modos 43 al 46 de grieta combinada en eje libre.

DIFERENCIA UNITARIA		Modo 43								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	-0,020	0,020	-0,010	-0,040	0,070	0,660	10,320	108,920	13,324
1%	0,010	0,010	0,010	0,000	-0,040	0,130	0,770	11,090	108,740	13,413
2%	-0,010	0,000	-0,050	0,020	0,000	0,110	0,750	11,020	108,030	13,319
4%	-0,470	-0,030	-0,010	0,000	0,030	0,150	0,840	11,200	108,950	13,407
8%	-0,050	-0,080	-0,030	0,000	0,090	0,530	1,240	11,510	109,000	13,579
16%	0,010	0,010	-0,020	0,030	0,140	0,830	2,350	15,420	112,030	14,533
24%	0,520	0,510	0,520	0,530	0,650	1,330	2,810	18,670	117,920	15,940
50%	11,330	11,320	11,350	11,410	11,420	11,980	13,680	28,900	135,640	27,448
100%	123,410	122,080	123,430	121,800	122,260	122,390	122,570	128,810	184,350	130,122
Media B	14,972	14,867	15,024	14,864	14,946	15,280	16,186	27,438	121,509	28,343

DIFERENCIA UNITARIA		Modo 44								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,010	0,020	0,060	0,430	2,110	5,850	33,770	131,740	19,332
1%	-0,020	0,000	0,010	0,070	0,410	2,380	6,270	35,020	131,540	19,520
2%	-0,050	-0,020	-0,030	0,050	0,390	2,310	6,280	34,920	131,150	19,444
4%	-0,200	-0,060	-0,050	0,010	0,350	2,270	6,210	35,130	131,630	19,477
8%	-0,160	-0,200	-0,140	-0,070	0,260	2,190	6,150	34,760	131,430	19,358
16%	-0,140	-0,140	-0,120	-0,070	0,280	2,210	6,160	34,740	131,680	19,400
24%	0,300	0,290	0,300	0,350	0,710	2,610	6,510	34,930	131,420	19,713
50%	6,470	6,480	6,490	6,560	6,810	8,580	12,390	39,300	138,260	25,704
100%	118,730	118,680	118,810	118,460	118,500	118,390	118,630	125,580	328,650	142,714
Media B	13,881	13,893	13,921	13,936	14,238	15,894	19,383	45,350	154,167	33,851

DIFERENCIA UNITARIA		Modo 45								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	-0,040	-0,020	-0,060	-0,090	0,040	0,700	14,450	163,690	19,852
1%	-0,020	-0,030	-0,010	-0,050	-0,070	0,060	0,770	15,340	163,150	19,904
2%	-0,060	-0,040	-0,060	-0,040	-0,070	0,050	0,750	15,410	163,280	19,913
4%	-0,490	-0,050	-0,020	-0,070	-0,080	0,050	0,760	15,490	162,570	19,796
8%	-0,030	-0,040	-0,050	-0,050	-0,080	0,030	0,770	15,400	163,320	19,919
16%	0,490	0,490	0,460	0,420	0,430	0,540	1,220	15,350	163,150	20,283
24%	2,900	2,860	2,840	2,790	2,820	2,850	3,340	16,180	162,140	22,080
50%	42,930	42,910	42,980	42,980	42,600	42,480	42,670	44,530	163,520	56,400
100%	143,800	140,620	143,960	140,310	142,890	141,830	140,580	146,590	190,670	147,917
Media B	21,058	20,742	21,120	20,692	20,928	20,881	21,284	33,193	166,166	38,452

DIFERENCIA UNITARIA		Modo 46								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	-0,010	0,020	0,060	0,520	3,160	9,890	61,930	137,890	23,718
1%	0,000	0,000	0,000	0,070	0,520	3,630	10,660	64,250	137,830	24,107
2%	-0,020	0,010	-0,030	0,070	0,540	3,580	10,730	64,280	137,680	24,093
4%	-0,550	0,070	0,050	0,110	0,580	3,620	10,800	64,510	137,870	24,118
8%	0,410	0,400	0,400	0,520	0,970	3,960	11,190	64,840	138,190	24,542
16%	4,080	4,120	4,150	4,070	4,570	7,750	15,040	69,470	141,490	28,304
24%	14,250	14,150	14,160	14,090	14,720	18,040	25,700	82,280	151,220	38,734
50%	70,460	70,410	70,480	70,610	70,960	74,840	84,220	151,160	231,550	99,410
100%	93,340	93,300	93,320	93,300	93,970	97,660	106,530	173,390	301,620	127,381
Media B	20,219	20,272	20,283	20,322	20,817	24,027	31,640	88,457	168,371	46,045



**Tablas 93.** Diferencias unitarias: modos 47al 50 de grieta combinada en eje libre.

DIFERENCIA UNITARIA		Modo 47								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	-0,020	0,020	0,000	-0,010	0,070	0,560	7,690	65,990	8,256
1%	0,040	0,040	0,030	0,010	0,030	0,140	0,570	8,160	65,940	8,329
2%	-0,010	0,000	-0,080	0,010	-0,030	0,100	0,630	8,040	65,890	8,283
4%	-0,640	-0,030	-0,020	-0,050	-0,090	0,020	0,580	8,110	65,870	8,194
8%	-0,100	-0,110	-0,080	-0,100	-0,140	-0,030	0,520	8,000	65,750	8,190
16%	-0,260	-0,260	-0,330	-0,310	-0,340	-0,190	0,300	7,770	65,600	7,998
24%	-0,170	-0,180	-0,200	-0,210	-0,220	-0,130	0,310	7,800	65,300	8,033
50%	7,120	7,110	7,080	7,130	6,990	7,000	7,590	14,430	69,520	14,886
100%	78,290	77,860	78,200	77,680	77,520	77,600	77,760	82,570	216,330	93,757
Media B	9,363	9,379	9,402	9,351	9,301	9,398	9,869	16,952	82,910	18,436

DIFERENCIA UNITARIA	Modo 48									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,020	0,000	-0,060	-0,060	0,360	1,630	13,960	142,730	17,620
1%	0,000	0,010	-0,010	-0,060	-0,080	0,430	1,780	14,580	142,500	17,683
2%	-0,040	-0,020	-0,040	-0,080	-0,090	0,380	1,770	14,520	142,160	17,618
4%	-0,170	-0,040	-0,060	-0,100	-0,140	0,350	1,750	14,630	142,510	17,637
8%	-0,020	-0,120	-0,040	-0,070	-0,090	0,380	1,770	14,500	142,130	17,604
16%	0,720	0,690	0,670	0,610	0,600	1,080	2,450	15,050	142,890	18,307
24%	2,850	2,810	2,800	2,730	2,710	3,150	4,510	16,750	143,090	20,156
50%	27,660	27,670	27,660	27,650	27,350	27,490	28,630	37,350	143,570	41,670
100%	412,700	407,090	413,080	406,420	411,390	409,900	408,070	423,170	520,080	423,544
Media B	49,300	48,679	49,340	48,560	49,066	49,280	50,262	62,723	184,629	65,760

DIFERENCIA UNITARIA		Modo 49								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	-0,010	0,040	0,160	1,150	6,390	19,140	121,850	337,540	54,029
1%	-0,050	-0,020	-0,020	0,180	1,150	7,260	20,550	125,890	336,620	54,618
2%	-0,070	-0,020	-0,020	0,160	1,170	7,170	20,700	126,400	336,740	54,692
4%	-0,660	0,010	0,010	0,190	1,160	7,200	20,780	126,460	335,870	54,558
8%	0,160	0,140	0,200	0,400	1,370	7,290	20,900	126,510	337,050	54,891
16%	2,660	2,700	2,730	2,790	3,780	9,830	23,290	127,440	337,170	56,932
24%	10,200	10,140	10,130	10,200	11,280	17,210	30,260	131,600	336,210	63,026
50%	65,740	65,570	65,760	65,940	66,420	71,110	81,780	158,070	342,370	109,196
100%	153,260	153,120	153,320	152,720	153,460	155,780	160,770	195,790	395,010	185,914
Media B	25.693	25.737	25.794	25.860	26.771	32.138	44.241	137.779	343.842	76.428

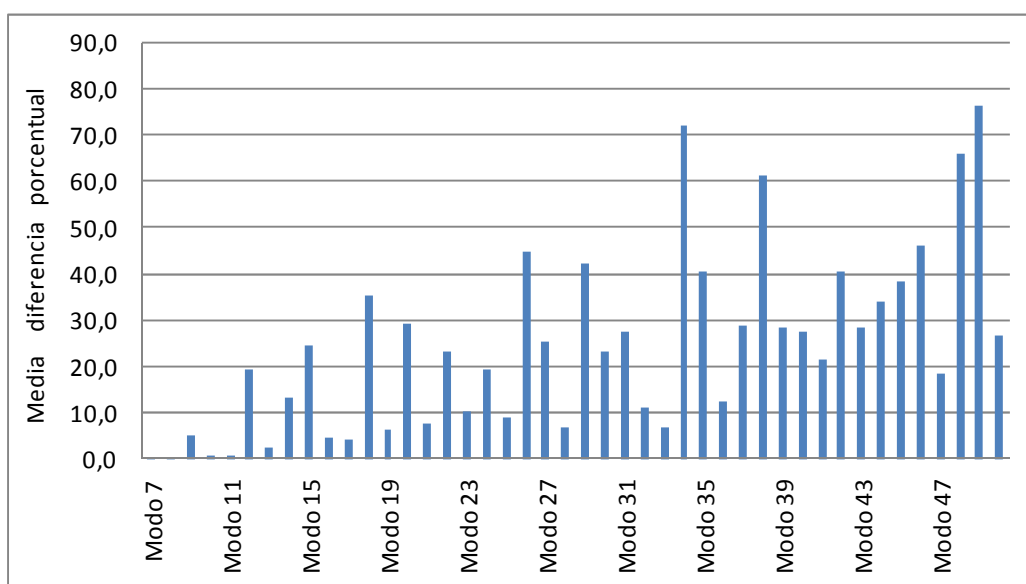
DIFERENCIA UNITARIA		Modo 50								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	-0,030	0,000	-0,020	-0,110	-0,190	0,090	7,140	92,930	11,090
1%	0,000	0,030	0,000	-0,020	-0,070	-0,140	0,060	7,720	92,520	11,122
2%	-0,030	-0,010	-0,090	-0,020	-0,130	-0,180	0,120	7,600	92,560	11,091
4%	-0,710	-0,050	-0,030	-0,070	-0,200	-0,270	0,080	7,680	92,340	10,974
8%	-0,120	-0,180	-0,090	-0,140	-0,250	-0,310	0,010	7,580	92,860	11,040
16%	-0,290	-0,290	-0,370	-0,350	-0,440	-0,490	-0,240	7,380	93,330	10,916
24%	-0,270	-0,280	-0,310	-0,340	-0,400	-0,510	-0,270	7,400	93,660	10,964
50%	5,850	5,890	5,820	5,850	5,650	5,530	5,960	13,410	106,830	17,866
100%	115,740	114,800	115,730	114,430	115,300	115,020	115,250	124,670	386,800	146,416
Media B	13,352	13,320	13,407	13,258	13,261	13,162	13,451	21,176	127,092	26,831



Como podíamos esperar, en el caso de las diferencias unitarias, como ya ocurría con las porcentuales, aumentan de media con el tamaño de las grietas, con lo que nos encontramos las mayores diferencias para el 100% de las mismas. Las mayores medias de diferencias unitarias obtenidas para eje libre son:

- Modo 34 al porcentaje de 100% en la Posición A, con un 416.41Hz.
- Modo 38 al porcentaje de 100% en la Posición A, con un 250.46Hz.
- Modo 48 al porcentaje de 100% en la Posición A, con un 423.54Hz.
- Modo 49 al porcentaje de 100% en la Posición B, con un 343.84Hz.

Es importante también tener en cuenta las medias de esta diferencia unitaria, ya que es un dato relevante en lo que respecta al comportamiento del eje a modos de vibración. Para su análisis construiremos una gráfica análoga al caso de las diferencias porcentuales que vimos con anterioridad en apartados anteriores. Recordemos que en la gráfica no incluimos los seis primeros modos de vibración y que estos, al corresponderse con los grados de libertad del eje libre, la frecuencia propia de los mismos es cero, siendo el mismo valor el resultado de todas las diferencias en estos 6 primeros modos de vibración, tanto porcentual como unitaria.



**Figura 147.** Gráfica de la diferencia unitaria respecto al modo de vibración en eje libre.

En lo que respecta a los modos, tomando el promedio obtenido en cada caso, tenemos que los modos que presentan de media las mayores diferencias unitarias son:

- Modo 34, con un 71.76Hz de diferencia media con respecto al eje nuevo.
- Modo 38, con un 61.29Hz de diferencia media con respecto al eje nuevo.
- Modo 48, con un 65.76Hz de diferencia media con respecto al eje nuevo.
- Modo 49, con un 76.43Hz de diferencia media con respecto al eje nuevo.

### 9.6.3. Coeficiente de simetría en el eje libre.

Una de las cuestiones más singulares de este proyecto es, sin lugar a dudas, el apartado en que nos encontramos. Para analizar las grietas combinadas, hasta ahora, hemos adaptado la sistemática de las grietas simples a las tablas cruzadas que hemos visto en los anteriores apartados.

En cierta manera, como hemos visto en las gráficas representativas de las frecuencias propias, en cada modo de vibración existe una tendencia a que la frecuencia decaiga de forma simétrica con respecto a ambas fisuras. Sin embargo, existen modos de vibración en que los datos de la frecuencia son más dispersos ó existe una tendencia a que estos confluyan en una de las dos grietas.

Este apartado tiene como meta el poder cuantificar esta simetría de resultados que en un principio cabría esperar, calculando para ello un coeficiente de simetría para combinaciones de posición primero y después, un coeficiente global de simetría para cada uno de los modos de vibración estudiados en el proyecto.

Para el cálculo de cada uno de los diferentes coeficientes de simetría de un modo de vibración cualquiera usaremos la siguiente fórmula.

$$Coef. xy = \left| 2 \cdot \frac{Valor_{xy} - Valor_{yx}}{Valor_{xy} + Valor_{yx}} \right| = Coef. yx$$

Siendo X e Y los diferentes valores de porcentaje de las grietas A y B.

Para el cálculo global de coeficiente de simetría de un modo, teniendo en cuenta que el valor de la diagonal, o lo que es lo mismo, los coeficientes de simetría para cuando X=Y son 0, además de considerar que los valores situados a ambos lados de la diagonal son iguales, el coeficiente de simetría global será el promedio de los valores a uno de los lados de la diagonal.

A continuación mostramos las tablas de los diferentes modos de vibración a estudio con sus valores del coeficiente de simetría para cada posición.

**Tabla 94.** Coeficiente de simetría del modo 7 para el eje libre.

COEF. SIMETRÍA	Modo 7								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0022	0,0135
1%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0004	0,0022	0,0135
2%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0023	0,0135
4%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0023	0,0135
8%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0022	0,0135
16%	0,0001	0,0002	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0002	0,0021	0,0134
24%	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0002	0,0000	0,0019	0,0131
50%	0,0022	0,0022	0,0023	0,0023	0,0022	0,0021	0,0019	0,0000	0,0113
100%	0,0135	0,0135	0,0135	0,0135	0,0135	0,0134	0,0131	0,0113	0,0000

**Tabla 95.** Coeficiente de simetría del modo 8 al 11 para el eje libre.

COEF. SIMETRIA	Modo 8								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0005	0,0030
1%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0005	0,0030
2%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0005	0,0030
4%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0005	0,0030
8%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0005	0,0030
16%	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0029
24%	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0004	0,0029
50%	0,0005	0,0005	0,0005	0,0005	0,0005	0,0004	0,0004	0,0000	0,0025
100%	0,0030	0,0030	0,0030	0,0030	0,0030	0,0029	0,0029	0,0025	0,0000

COEF. SIMETRIA	Modo 9								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0013	0,0085	0,0560
1%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0005	0,0014	0,0089	0,0558
2%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0005	0,0014	0,0090	0,0556
4%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0005	0,0014	0,0090	0,0559
8%	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0004	0,0013	0,0089	0,0560
16%	0,0004	0,0005	0,0005	0,0005	0,0004	0,0000	0,0009	0,0084	0,0557
24%	0,0013	0,0014	0,0014	0,0014	0,0013	0,0009	0,0000	0,0075	0,0545
50%	0,0085	0,0089	0,0090	0,0090	0,0089	0,0084	0,0075	0,0000	0,0467
100%	0,0560	0,0558	0,0556	0,0559	0,0560	0,0557	0,0545	0,0467	0,0000

COEF. SIMETRIA	Modo 10								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0009	0,0088
1%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0010	0,0088
2%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0010	0,0087
4%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0010	0,0088
8%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0010	0,0088
16%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0009	0,0088
24%	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0009	0,0087
50%	0,0009	0,0010	0,0010	0,0010	0,0010	0,0009	0,0009	0,0000	0,0079
100%	0,0088	0,0088	0,0087	0,0088	0,0088	0,0088	0,0087	0,0079	0,0000

COEF. SIMETRIA	Modo 11								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0013	0,0064
1%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0014	0,0063
2%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0013	0,0063
4%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0014	0,0063
8%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0013	0,0063
16%	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0002	0,0012	0,0063
24%	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0002	0,0002	0,0000	0,0011	0,0060
50%	0,0013	0,0014	0,0013	0,0014	0,0013	0,0012	0,0011	0,0000	0,0050
100%	0,0064	0,0063	0,0063	0,0063	0,0063	0,0063	0,0060	0,0050	0,0000

**Tabla 96.** Coeficiente de simetría del modo 12 al 15 para el eje libre.

COEF. SIMETRIA	Modo 12								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0008	0,0023	0,0140	0,0580
1%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0010	0,0026	0,0149	0,0580
2%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0009	0,0026	0,0149	0,0577
4%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0009	0,0026	0,0149	0,0584
8%	0,0002	0,0002	0,0002	0,0001	0,0000	0,0008	0,0024	0,0148	0,0583
16%	0,0008	0,0010	0,0009	0,0009	0,0008	0,0000	0,0017	0,0140	0,0578
24%	0,0023	0,0026	0,0026	0,0026	0,0024	0,0017	0,0000	0,0123	0,0557
50%	0,0140	0,0149	0,0149	0,0149	0,0148	0,0140	0,0123	0,0000	0,0440
100%	0,0580	0,0580	0,0577	0,0584	0,0583	0,0578	0,0557	0,0440	0,0000

COEF. SIMETRIA	Modo 13								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0010	0,0107
1%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0011	0,0107
2%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0011	0,0106
4%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0011	0,0107
8%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0011	0,0108
16%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0011	0,0108
24%	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0001	0,0001	0,0000	0,0010	0,0107
50%	0,0010	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011	0,0010	0,0000	0,0097
100%	0,0107	0,0107	0,0106	0,0107	0,0108	0,0108	0,0107	0,0097	0,0000

COEF. SIMETRIA	Modo 14								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0029	0,0039
1%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0030	0,0036
2%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0031	0,0041
4%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0031	0,0032
8%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0031	0,0034
16%	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0002	0,0030	0,0033
24%	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0002	0,0000	0,0028	0,0036
50%	0,0029	0,0030	0,0031	0,0031	0,0031	0,0030	0,0028	0,0000	0,0039
100%	0,0039	0,0036	0,0041	0,0032	0,0034	0,0033	0,0036	0,0039	0,0000

COEF. SIMETRIA	Modo 15								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0007	0,0018	0,0049	0,0214
1%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0009	0,0020	0,0056	0,0214
2%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0009	0,0021	0,0057	0,0214
4%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0009	0,0021	0,0057	0,0214
8%	0,0002	0,0002	0,0002	0,0001	0,0000	0,0007	0,0019	0,0056	0,0214
16%	0,0007	0,0009	0,0009	0,0009	0,0007	0,0000	0,0012	0,0049	0,0216
24%	0,0018	0,0020	0,0021	0,0021	0,0019	0,0012	0,0000	0,0036	0,0219
50%	0,0049	0,0056	0,0057	0,0057	0,0056	0,0049	0,0036	0,0000	0,0224
100%	0,0214	0,0214	0,0214	0,0214	0,0214	0,0216	0,0219	0,0224	0,0000

**Tabla 97.** Coeficiente de simetría del modo 16 al 19 para el eje libre.

COEF. SIMETRIA	Modo 16								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0003	0,0017
1%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0004	0,0017
2%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0004	0,0017
4%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0004	0,0018
8%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0004	0,0018
16%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0005	0,0019
24%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0004	0,0018
50%	0,0003	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0005	0,0004	0,0000	0,0013
100%	0,0017	0,0017	0,0017	0,0018	0,0018	0,0019	0,0018	0,0013	0,0000

COEF. SIMETRIA	Modo 17								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0007	0,0036	0,0188
1%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0007	0,0037	0,0186
2%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0007	0,0037	0,0186
4%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0003	0,0007	0,0037	0,0185
8%	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0000	0,0002	0,0007	0,0037	0,0187
16%	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0002	0,0000	0,0004	0,0035	0,0185
24%	0,0007	0,0007	0,0007	0,0007	0,0007	0,0004	0,0000	0,0030	0,0179
50%	0,0036	0,0037	0,0037	0,0037	0,0037	0,0035	0,0030	0,0000	0,0150
100%	0,0188	0,0186	0,0186	0,0185	0,0187	0,0185	0,0179	0,0150	0,0000

COEF. SIMETRIA	Modo 18								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0000	0,0001	0,0009	0,0133	0,0805
1%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0007	0,0130	0,0803
2%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0007	0,0130	0,0805
4%	0,0002	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0007	0,0129	0,0801
8%	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0007	0,0128	0,0802
16%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0007	0,0127	0,0799
24%	0,0009	0,0007	0,0007	0,0007	0,0007	0,0007	0,0000	0,0120	0,0794
50%	0,0133	0,0130	0,0130	0,0129	0,0128	0,0127	0,0120	0,0000	0,0728
100%	0,0805	0,0803	0,0805	0,0801	0,0802	0,0799	0,0794	0,0728	0,0000

COEF. SIMETRIA	Modo 19								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0099
1%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0099
2%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0003	0,0100
4%	0,0002	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0098
8%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0098
16%	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0003	0,0098
24%	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0000	0,0004	0,0099
50%	0,0004	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0004	0,0000	0,0096
100%	0,0099	0,0099	0,0100	0,0098	0,0098	0,0098	0,0099	0,0096	0,0000

**Tabla 98.** Coeficiente de simetría del modo 20 al 23 para el eje libre.

COEF. SIMETRIA	Modo 20								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0000	0,0006	0,0023	0,0192	0,0649
1%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0006	0,0023	0,0191	0,0649
2%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0006	0,0023	0,0192	0,0650
4%	0,0002	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0006	0,0023	0,0191	0,0649
8%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0006	0,0023	0,0190	0,0649
16%	0,0006	0,0006	0,0006	0,0006	0,0006	0,0006	0,0018	0,0190	0,0654
24%	0,0023	0,0023	0,0023	0,0023	0,0023	0,0018	0,0000	0,0175	0,0670
50%	0,0192	0,0191	0,0192	0,0191	0,0190	0,0190	0,0175	0,0000	0,0592
100%	0,0649	0,0649	0,0650	0,0649	0,0649	0,0654	0,0670	0,0592	0,0000

COEF. SIMETRIA	Modo 21								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0000	0,0001	0,0001	0,0008	0,0108
1%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0008	0,0107
2%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0008	0,0109
4%	0,0002	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0008	0,0107
8%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0007	0,0108
16%	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0001	0,0002	0,0106
24%	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0002	0,0001	0,0000	0,0002	0,0103
50%	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0007	0,0002	0,0002	0,0000	0,0056
100%	0,0108	0,0107	0,0109	0,0107	0,0108	0,0106	0,0103	0,0056	0,0000

COEF. SIMETRIA	Modo 22								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0008	0,0067	0,0588
1%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0003	0,0008	0,0070	0,0587
2%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0003	0,0008	0,0071	0,0584
4%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0003	0,0008	0,0071	0,0588
8%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0008	0,0070	0,0587
16%	0,0002	0,0003	0,0003	0,0003	0,0002	0,0000	0,0006	0,0068	0,0593
24%	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0006	0,0000	0,0062	0,0609
50%	0,0067	0,0070	0,0071	0,0071	0,0070	0,0068	0,0062	0,0000	0,0601
100%	0,0588	0,0587	0,0584	0,0588	0,0587	0,0593	0,0609	0,0601	0,0000

COEF. SIMETRIA	Modo 23								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0009	0,0047	0,0206
1%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0010	0,0049	0,0205
2%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0010	0,0049	0,0204
4%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0009	0,0049	0,0204
8%	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0003	0,0009	0,0048	0,0205
16%	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0003	0,0000	0,0006	0,0045	0,0203
24%	0,0009	0,0010	0,0010	0,0009	0,0009	0,0006	0,0000	0,0039	0,0195
50%	0,0047	0,0049	0,0049	0,0049	0,0048	0,0045	0,0039	0,0000	0,0156
100%	0,0206	0,0205	0,0204	0,0204	0,0205	0,0203	0,0195	0,0156	0,0000



**Tabla 99.** Coeficiente de simetría del modo 24 al 27 para el eje libre.

COEF. SIMETRIA	Modo 24								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0000	0,0001	0,0004	0,0045	0,0116
1%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0004	0,0042	0,0116
2%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0004	0,0043	0,0117
4%	0,0002	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0004	0,0042	0,0116
8%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0042	0,0117
16%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0003	0,0042	0,0118
24%	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0003	0,0000	0,0040	0,0119
50%	0,0045	0,0042	0,0043	0,0042	0,0042	0,0040	0,0000	0,0000	0,0088
100%	0,0116	0,0116	0,0117	0,0116	0,0117	0,0118	0,0119	0,0088	0,0000

COEF. SIMETRIA	Modo 25								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0000	0,0001	0,0001	0,0002	0,0038
1%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0003	0,0036
2%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0002	0,0038
4%	0,0002	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0003	0,0036
8%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0003	0,0037
16%	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0001	0,0002	0,0037
24%	0,0001	0,0002	0,0002	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0001	0,0038
50%	0,0002	0,0003	0,0002	0,0003	0,0003	0,0002	0,0001	0,0000	0,0039
100%	0,0038	0,0036	0,0038	0,0036	0,0037	0,0037	0,0038	0,0039	0,0000

COEF. SIMETRIA	Modo 26								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0002	0,0005	0,0096	0,0337
1%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0005	0,0103	0,0344
2%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0006	0,0103	0,0334
4%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0005	0,0103	0,0345
8%	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0000	0,0002	0,0005	0,0103	0,0339
16%	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0000	0,0003	0,0100	0,0342
24%	0,0005	0,0005	0,0006	0,0005	0,0005	0,0003	0,0000	0,0097	0,0346
50%	0,0096	0,0103	0,0103	0,0103	0,0103	0,0100	0,0097	0,0000	0,0365
100%	0,0337	0,0344	0,0334	0,0345	0,0339	0,0342	0,0346	0,0365	0,0000

COEF. SIMETRIA	Modo 27								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0009	0,0026	0,0080	0,0151
1%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0010	0,0028	0,0083	0,0149
2%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0010	0,0029	0,0082	0,0149
4%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0010	0,0028	0,0083	0,0147
8%	0,0002	0,0002	0,0002	0,0001	0,0000	0,0008	0,0027	0,0081	0,0148
16%	0,0009	0,0010	0,0010	0,0010	0,0008	0,0000	0,0019	0,0073	0,0137
24%	0,0026	0,0028	0,0029	0,0028	0,0027	0,0019	0,0000	0,0054	0,0105
50%	0,0080	0,0083	0,0082	0,0083	0,0081	0,0073	0,0054	0,0000	0,0092
100%	0,0151	0,0149	0,0149	0,0147	0,0148	0,0137	0,0105	0,0092	0,0000

**Tabla 100.** Coeficiente de simetría del modo 28 al 31 para el eje libre.

COEF. SIMETRÍA	Modo 28								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0081
1%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0004	0,0080
2%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0004	0,0080
4%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0004	0,0081
8%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0004	0,0081
16%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0004	0,0080
24%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0004	0,0079
50%	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0000	0,0070
100%	0,0081	0,0080	0,0080	0,0081	0,0081	0,0080	0,0079	0,0070	0,0000

COEF. SIMETRÍA	Modo 29								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0008	0,0059	0,0018
1%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0009	0,0064	0,0019
2%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0010	0,0064	0,0017
4%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0003	0,0010	0,0064	0,0022
8%	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0000	0,0003	0,0009	0,0064	0,0019
16%	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0000	0,0006	0,0061	0,0019
24%	0,0008	0,0009	0,0010	0,0010	0,0009	0,0006	0,0000	0,0054	0,0016
50%	0,0059	0,0064	0,0064	0,0064	0,0064	0,0061	0,0054	0,0000	0,0004
100%	0,0018	0,0019	0,0017	0,0022	0,0019	0,0019	0,0016	0,0004	0,0000

COEF. SIMETRÍA	Modo 30								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0003	0,0009	0,0065	0,0423
1%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0009	0,0065	0,0417
2%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0009	0,0065	0,0424
4%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0003	0,0009	0,0065	0,0417
8%	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0000	0,0003	0,0008	0,0064	0,0419
16%	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0000	0,0006	0,0061	0,0415
24%	0,0009	0,0009	0,0009	0,0009	0,0008	0,0006	0,0000	0,0056	0,0406
50%	0,0065	0,0065	0,0065	0,0065	0,0064	0,0061	0,0056	0,0000	0,0349
100%	0,0423	0,0417	0,0424	0,0417	0,0419	0,0415	0,0406	0,0349	0,0000

COEF. SIMETRÍA	Modo 31								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0011	0,0032	0,0143	0,0148
1%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0013	0,0034	0,0147	0,0149
2%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0012	0,0034	0,0148	0,0148
4%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0013	0,0034	0,0148	0,0149
8%	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0000	0,0011	0,0034	0,0148	0,0148
16%	0,0011	0,0013	0,0012	0,0013	0,0011	0,0000	0,0023	0,0147	0,0149
24%	0,0032	0,0034	0,0034	0,0034	0,0034	0,0023	0,0000	0,0128	0,0149
50%	0,0143	0,0147	0,0148	0,0148	0,0148	0,0147	0,0128	0,0000	0,0069
100%	0,0148	0,0149	0,0148	0,0149	0,0148	0,0149	0,0149	0,0069	0,0000

**Tabla 101.** Coeficiente de simetría del modo 32 al 35 para el eje libre.

COEF. SIMETRIA	Modo 32								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0000	0,0001	0,0012	0,0084
1%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0013	0,0083
2%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0012	0,0083
4%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0012	0,0084
8%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0011	0,0082
16%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0072
24%	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0003	0,0049
50%	0,0012	0,0013	0,0012	0,0012	0,0011	0,0000	0,0003	0,0000	0,0001
100%	0,0084	0,0083	0,0083	0,0084	0,0082	0,0072	0,0049	0,0001	0,0000

COEF. SIMETRIA	Modo 33								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0002	0,0006	0,0034	0,0056
1%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0006	0,0033	0,0056
2%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0006	0,0034	0,0056
4%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0006	0,0033	0,0056
8%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0006	0,0033	0,0055
16%	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0000	0,0004	0,0031	0,0053
24%	0,0006	0,0006	0,0006	0,0006	0,0006	0,0004	0,0000	0,0027	0,0048
50%	0,0034	0,0033	0,0034	0,0033	0,0033	0,0031	0,0027	0,0000	0,0015
100%	0,0056	0,0056	0,0056	0,0056	0,0055	0,0053	0,0048	0,0015	0,0000

COEF. SIMETRIA	Modo 34								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0004	0,0010	0,0060	0,0476
1%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0010	0,0063	0,0479
2%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0010	0,0063	0,0480
4%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0010	0,0063	0,0479
8%	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0003	0,0010	0,0062	0,0476
16%	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0003	0,0000	0,0006	0,0059	0,0473
24%	0,0010	0,0010	0,0010	0,0010	0,0010	0,0006	0,0000	0,0053	0,0479
50%	0,0060	0,0063	0,0063	0,0063	0,0062	0,0059	0,0053	0,0000	0,0476
100%	0,0476	0,0479	0,0480	0,0479	0,0476	0,0473	0,0479	0,0476	0,0000

COEF. SIMETRIA	Modo 35								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0007	0,0018	0,0060	0,0203
1%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0008	0,0019	0,0064	0,0205
2%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0007	0,0019	0,0064	0,0202
4%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0007	0,0019	0,0064	0,0205
8%	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0006	0,0018	0,0065	0,0203
16%	0,0007	0,0008	0,0007	0,0007	0,0006	0,0000	0,0012	0,0061	0,0204
24%	0,0018	0,0019	0,0019	0,0019	0,0018	0,0012	0,0000	0,0055	0,0205
50%	0,0060	0,0064	0,0064	0,0064	0,0065	0,0061	0,0055	0,0000	0,0199
100%	0,0203	0,0205	0,0202	0,0205	0,0203	0,0204	0,0205	0,0199	0,0000

**Tabla 102.** Coeficiente de simetría del modo 36 al 39 para el eje libre.

COEF. SIMETRIA	Modo 36								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0018
1%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0018
2%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0018
4%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0018
8%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0017
16%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0014
24%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0002
50%	0,0002	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0002	0,0000	0,0078
100%	0,0018	0,0018	0,0018	0,0018	0,0017	0,0014	0,0002	0,0078	0,0000

COEF. SIMETRIA	Modo 37								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0000	0,0001	0,0056	0,0113
1%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0055	0,0114
2%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0055	0,0115
4%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0055	0,0113
8%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0056	0,0115
16%	0,0000	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0000	0,0001	0,0060	0,0118
24%	0,0001	0,0001	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0000	0,0066	0,0118
50%	0,0056	0,0055	0,0055	0,0055	0,0056	0,0060	0,0066	0,0000	0,0040
100%	0,0113	0,0114	0,0115	0,0113	0,0115	0,0118	0,0118	0,0040	0,0000

COEF. SIMETRIA	Modo 38								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0003	0,0011	0,0091	0,0018
1%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0003	0,0011	0,0088	0,0021
2%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0003	0,0011	0,0089	0,0021
4%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0003	0,0011	0,0088	0,0022
8%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0003	0,0011	0,0087	0,0019
16%	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0000	0,0008	0,0087	0,0017
24%	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011	0,0008	0,0000	0,0088	0,0020
50%	0,0091	0,0088	0,0089	0,0088	0,0087	0,0087	0,0088	0,0000	0,0014
100%	0,0018	0,0021	0,0021	0,0022	0,0019	0,0017	0,0020	0,0014	0,0000

COEF. SIMETRIA	Modo 39								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0001	0,0002	0,0001	0,0092
1%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0002	0,0089
2%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0002	0,0093
4%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0002	0,0088
8%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0002	0,0090
16%	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0002	0,0004	0,0087
24%	0,0002	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0002	0,0000	0,0010	0,0081
50%	0,0001	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0004	0,0010	0,0000	0,0021
100%	0,0092	0,0089	0,0093	0,0088	0,0090	0,0087	0,0081	0,0021	0,0000

**Tabla 103.** Coeficiente de simetría del modo 40 al 43 para el eje libre.

COEF. SIMETRÍA	Modo 40								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0005	0,0013	0,0066	0,0067
1%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0006	0,0014	0,0069	0,0067
2%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0006	0,0014	0,0068	0,0067
4%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0005	0,0014	0,0069	0,0067
8%	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0004	0,0013	0,0067	0,0067
16%	0,0005	0,0006	0,0006	0,0005	0,0004	0,0000	0,0008	0,0063	0,0068
24%	0,0013	0,0014	0,0014	0,0014	0,0013	0,0008	0,0000	0,0054	0,0071
50%	0,0066	0,0069	0,0068	0,0069	0,0067	0,0063	0,0054	0,0000	0,0078
100%	0,0067	0,0067	0,0067	0,0067	0,0067	0,0068	0,0071	0,0078	0,0000

COEF. SIMETRÍA	Modo 41								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0002	0,0010	0,0115	0,0118
1%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0009	0,0114	0,0118
2%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0009	0,0115	0,0118
4%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0009	0,0115	0,0118
8%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0009	0,0114	0,0119
16%	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0000	0,0007	0,0113	0,0118
24%	0,0010	0,0009	0,0009	0,0009	0,0009	0,0007	0,0000	0,0107	0,0114
50%	0,0115	0,0114	0,0115	0,0115	0,0114	0,0113	0,0107	0,0000	0,0036
100%	0,0118	0,0118	0,0118	0,0118	0,0119	0,0118	0,0114	0,0036	0,0000

COEF. SIMETRÍA	Modo 42								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0006	0,0020	0,0113	0,0001
1%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0006	0,0020	0,0111	0,0002
2%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0006	0,0020	0,0111	0,0002
4%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0005	0,0020	0,0111	0,0002
8%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0006	0,0020	0,0111	0,0002
16%	0,0006	0,0006	0,0006	0,0005	0,0006	0,0000	0,0016	0,0111	0,0002
24%	0,0020	0,0020	0,0020	0,0020	0,0020	0,0016	0,0000	0,0101	0,0005
50%	0,0113	0,0111	0,0111	0,0111	0,0111	0,0111	0,0101	0,0000	0,0010
100%	0,0001	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0005	0,0010	0,0000

COEF. SIMETRÍA	Modo 43								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0026
1%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0024
2%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0028
4%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0023
8%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0000	0,0024
16%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0002	0,0006	0,0019
24%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0002	0,0000	0,0009	0,0008
50%	0,0002	0,0000	0,0001	0,0000	0,0000	0,0006	0,0009	0,0000	0,0012
100%	0,0026	0,0024	0,0028	0,0023	0,0024	0,0019	0,0008	0,0012	0,0000

**Tabla 104.** Coeficiente de simetría del modo 44 al 47 para eje el libre.

COEF. SIMETRIA	Modo 44								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0009	0,0046	0,0022
1%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0010	0,0048	0,0022
2%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0010	0,0048	0,0021
4%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0010	0,0048	0,0023
8%	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0003	0,0009	0,0047	0,0022
16%	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0003	0,0000	0,0006	0,0044	0,0023
24%	0,0009	0,0010	0,0010	0,0010	0,0009	0,0006	0,0000	0,0038	0,0022
50%	0,0046	0,0048	0,0048	0,0048	0,0047	0,0044	0,0038	0,0000	0,0022
100%	0,0022	0,0022	0,0021	0,0023	0,0022	0,0023	0,0022	0,0022	0,0000

COEF. SIMETRIA	Modo 45								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0001	0,0004	0,0048	0,0034
1%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0046	0,0039
2%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0046	0,0033
4%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0046	0,0038
8%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0046	0,0035
16%	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0003	0,0045	0,0036
24%	0,0004	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0000	0,0044	0,0037
50%	0,0048	0,0046	0,0046	0,0046	0,0046	0,0045	0,0044	0,0000	0,0029
100%	0,0034	0,0039	0,0033	0,0038	0,0035	0,0036	0,0037	0,0029	0,0000

COEF. SIMETRIA	Modo 46								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0001	0,0007	0,0014	0,0073
1%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0006	0,0010	0,0073
2%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0006	0,0010	0,0073
4%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0005	0,0010	0,0073
8%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0006	0,0010	0,0073
16%	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0005	0,0009	0,0072
24%	0,0007	0,0006	0,0006	0,0005	0,0006	0,0005	0,0000	0,0003	0,0073
50%	0,0014	0,0010	0,0010	0,0010	0,0010	0,0009	0,0003	0,0000	0,0097
100%	0,0073	0,0073	0,0073	0,0073	0,0073	0,0072	0,0073	0,0097	0,0000

COEF. SIMETRIA	Modo 47								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0001	0,0001	0,0001	0,0020
1%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0002	0,0019
2%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0002	0,0020
4%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0002	0,0019
8%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0019
16%	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0020
24%	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0000	0,0020
50%	0,0001	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0001	0,0000	0,0000	0,0021
100%	0,0020	0,0019	0,0020	0,0019	0,0019	0,0020	0,0020	0,0021	0,0000



**Tabla 105.** Coeficiente de simetría del modo 48 al 50 para eje el libre.

COEF. SIMETRÍA	Modo 48								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0021	0,0427
1%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0020	0,0418
2%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0020	0,0428
4%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0020	0,0417
8%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0020	0,0426
16%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0019	0,0422
24%	0,0002	0,0002	0,0002	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0018	0,0419
50%	0,0021	0,0020	0,0020	0,0020	0,0020	0,0019	0,0018	0,0000	0,0442
100%	0,0427	0,0418	0,0428	0,0417	0,0426	0,0422	0,0419	0,0442	0,0000

COEF. SIMETRÍA	Modo 49								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0005	0,0013	0,0083	0,0279
1%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0007	0,0015	0,0089	0,0278
2%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0006	0,0015	0,0090	0,0278
4%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0006	0,0015	0,0090	0,0278
8%	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0005	0,0014	0,0089	0,0278
16%	0,0005	0,0007	0,0006	0,0006	0,0005	0,0000	0,0009	0,0084	0,0275
24%	0,0013	0,0015	0,0015	0,0015	0,0014	0,0009	0,0000	0,0074	0,0266
50%	0,0083	0,0089	0,0090	0,0090	0,0089	0,0084	0,0074	0,0000	0,0223
100%	0,0279	0,0278	0,0278	0,0278	0,0278	0,0275	0,0266	0,0223	0,0000

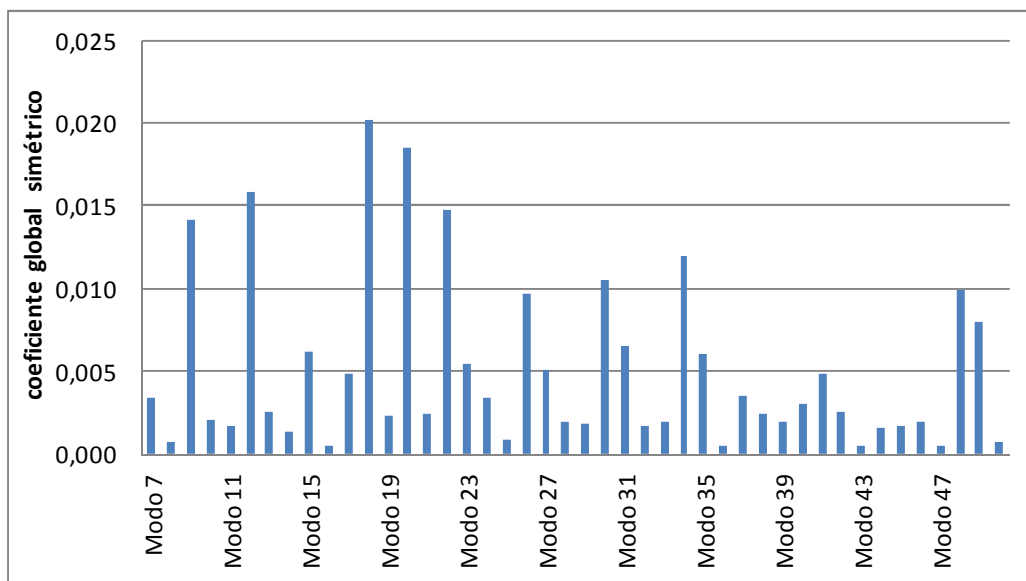
COEF. SIMETRÍA	Modo 50								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0034
1%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0003	0,0033
2%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0034
4%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0033
8%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0033
16%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0003	0,0032
24%	0,0001	0,0000	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0000	0,0002	0,0032
50%	0,0002	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0002	0,0000	0,0027
100%	0,0034	0,0033	0,0034	0,0033	0,0033	0,0032	0,0032	0,0027	0,0000

Obtenidos todos los valores de los coeficientes de simetría calcularemos los coeficientes de simetría globales para cada modo de vibración, que serán los siguientes:

**Tabla 106.** Coeficientes globales de simetría para cada modo del eje libre.

Coeficientes Globales de Simetría en los modos de vibración										
Modo 7	Modo 8	Modo 9	Modo 10	Modo 11	Modo 12	Modo 13	Modo 14	Modo 15	Modo 16	Modo 17
0,0034	0,0008	0,0141	0,0021	0,0017	0,0158	0,0026	0,0014	0,0062	0,0005	0,0049
Modo 18	Modo 19	Modo 20	Modo 21	Modo 22	Modo 23	Modo 24	Modo 25	Modo 26	Modo 27	Modo 28
0,0202	0,0023	0,0185	0,0024	0,0147	0,0055	0,0034	0,0009	0,0097	0,0051	0,0019
Modo 29	Modo 30	Modo 31	Modo 32	Modo 33	Modo 34	Modo 35	Modo 36	Modo 37	Modo 38	Modo 39
0,0018	0,0105	0,0066	0,0017	0,0019	0,0120	0,0061	0,0005	0,0035	0,0024	0,0019
Modo 40	Modo 41	Modo 42	Modo 43	Modo 44	Modo 45	Modo 46	Modo 47	Modo 48	Modo 49	Modo 50
0,0031	0,0048	0,0026	0,0005	0,0016	0,0017	0,0020	0,0005	0,0099	0,0080	0,0008

A continuación mostramos una grafica en la que se representan los valores globales del coeficiente de simetría para los modos de vibración a estudio.



**Figura 148.** Representación de los coeficientes globales de simetría en eje libre.

En la anterior representación grafica observamos modos de vibración cuyos coeficientes de simetría muy próximos a cero, valores que enumeramos a continuación.

- Modo 16, con coeficiente de simetría de 0,0005 en el caso del eje libre.
- Modo 36, con coeficiente de simetría de 0,0005 en el caso del eje libre.
- Modo 43, con coeficiente de simetría de 0,0005 en el caso del eje libre.
- Modo 47, con coeficiente de simetría de 0,0005 en el caso del eje libre.

Por su parte, si nos fijamos en los valores más altos de estos coeficientes de simetría, estos son los que se exponen a continuación

- Modo 12, con coeficiente de simetría de 0,0158 en el caso del eje libre.
- Modo 18, con coeficiente de simetría de 0,0202 en el caso del eje libre.
- Modo 20, con coeficiente de simetría de 0,0185 en el caso del eje libre.
- Modo 22, con coeficiente de simetría de 0,0147 en el caso del eje libre.

Si observamos las graficas de evolución que incluíamos al principio del apartado 9.5, en el caso de los modos cuyos valores eran próximos a 0 observamos graficas de evolución con una simetría muy marcada. Sin embargo, si observamos aquellos modos donde se registraron los mayores valores del coeficiente de simetría, vemos con claridad como se trata de modos en donde la variación de la frecuencia no se produce de forma simétrica.

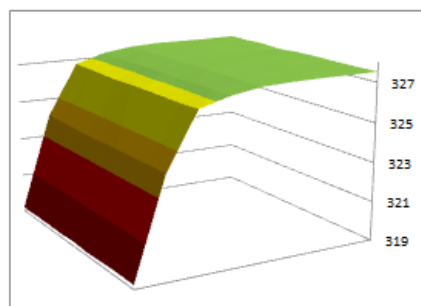
## 9.7. ANÁLISIS COMBINADO DE GRIETAS SOBRE EL EJE RESTRINGIDO.

Tras el respectivo análisis de los resultados para grietas combinadas en eje libre vamos a repetir el mismo análisis para eje restringido en cada uno de los modos de vibración. Como no, las posiciones seleccionadas para el mismo análisis serán las mismas, A y B.

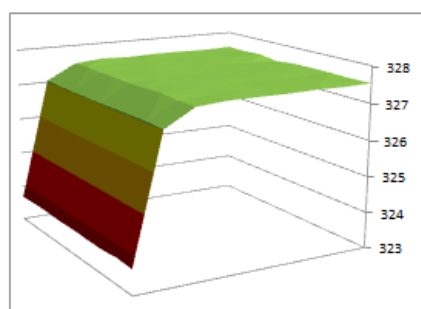
A continuación veremos los resultados obtenidos junto con un gráfico que muestra la evolución de cada uno de modos con respecto a las grietas, donde la evolución de B se muestra con respecto a la línea inferior derecha del plano que da base a la Gráfica mientras que la evolución en A se muestra con respecto a la línea inferior a la izquierda de mismo plano.

**Tablas 107.** Frecuencia de modos del 1 al 4 para grieta combinada en eje restringido.

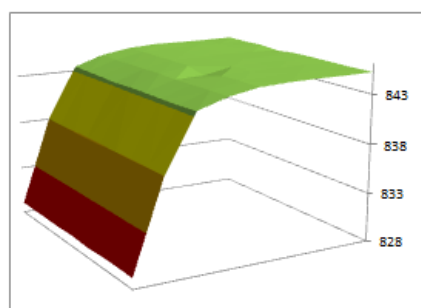
FRECUENCIA PROPIA (Hz)		Modo 1								
Grieta A \ Grieta B		Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo		327,534	327,513	327,511	327,517	327,438	327,222	326,761	324,126	319,186
1%		327,510	327,523	327,529	327,490	327,435	327,173	326,743	324,066	319,193
2%		327,535	327,516	327,512	327,489	327,436	327,193	326,721	324,053	319,196
4%		327,462	327,502	327,498	327,479	327,435	327,194	326,691	324,029	319,183
8%		327,525	327,529	327,511	327,485	327,432	327,207	326,727	324,043	319,230
16%		327,528	327,527	327,503	327,492	327,454	327,173	326,733	324,076	319,169
24%		327,517	327,515	327,511	327,489	327,432	327,188	326,727	324,065	319,212
50%		327,507	327,520	327,525	327,485	327,444	327,203	326,722	324,070	319,235
100%		327,522	327,511	327,512	327,490	327,429	327,188	326,759	324,070	319,217



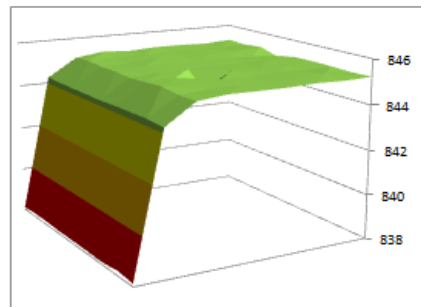
FRECUENCIA PROPIA (Hz)		Modo 2								
Grieta A \ Grieta B		Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo		327,548	327,523	327,537	327,540	327,513	327,541	327,468	327,041	323,674
1%		327,533	327,526	327,532	327,518	327,535	327,503	327,493	327,022	323,685
2%		327,562	327,543	327,537	327,517	327,539	327,502	327,467	327,018	323,690
4%		327,478	327,508	327,522	327,521	327,525	327,512	327,471	327,018	323,670
8%		327,534	327,540	327,519	327,519	327,514	327,506	327,453	327,015	323,681
16%		327,543	327,535	327,532	327,533	327,524	327,501	327,479	327,028	323,673
24%		327,540	327,519	327,535	327,512	327,525	327,511	327,500	327,032	323,663
50%		327,525	327,553	327,539	327,519	327,519	327,507	327,461	327,037	323,714
100%		327,539	327,522	327,537	327,520	327,526	327,525	327,469	327,017	323,689



FRECUENCIA PROPIA (Hz)		Modo 3								
Grieta A \ Grieta B		Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo		845,221	845,161	845,161	845,181	844,985	844,486	843,471	838,071	829,035
1%		845,164	845,186	845,206	845,106	844,979	844,376	843,411	837,968	829,049
2%		845,221	845,172	845,163	845,101	844,981	844,409	843,373	837,933	829,041
4%		845,026	845,131	845,125	845,075	844,977	844,423	843,301	837,880	829,030
8%		845,195	845,200	845,161	845,090	844,971	844,455	843,394	837,922	829,114
16%		845,202	845,196	845,138	845,113	844,502	844,369	843,399	837,998	828,997
24%		845,174	845,172	845,152	845,106	844,969	844,405	843,384	837,961	829,084
50%		845,148	845,185	845,194	845,089	845,000	844,442	843,376	837,985	829,123
100%		845,182	845,154	845,158	845,109	844,959	844,412	843,463	837,965	829,078

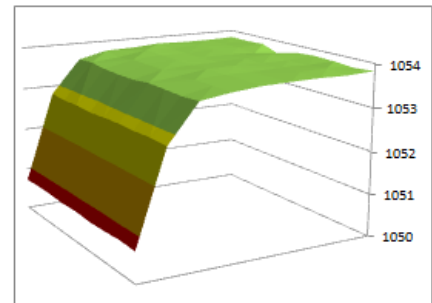


FRECUENCIA PROPIA (Hz)		Modo 4								
Grieta A \ Grieta B		Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo		845,265	845,187	845,229	845,236	845,166	845,246	845,074	844,259	838,120
1%		845,216	845,200	845,218	845,183	845,221	845,151	845,136	844,233	838,150
2%		845,296	845,244	845,223	845,185	845,239	845,138	845,080	844,220	838,151
4%		845,065	845,153	845,188	845,184	845,201	845,171	845,088	844,221	838,116
8%		845,221	845,231	845,174	845,184	845,172	845,152	845,042	844,209	838,129
16%		845,246	845,221	845,211	845,227	844,520	845,145	845,101	844,244	838,122
24%		845,232	845,183	845,221	845,164	845,197	845,164	845,169	844,251	838,103
50%		845,196	845,261	845,235	845,181	845,186	845,151	845,067	844,264	838,212
100%		845,230	845,189	845,227	845,190	845,193	845,209	845,079	844,215	838,137

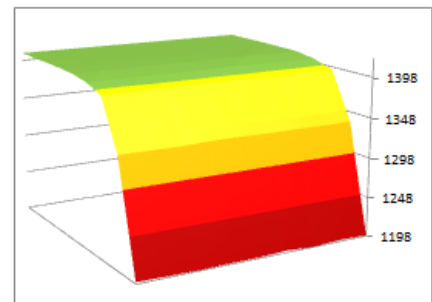


**Tablas 108** Frecuencia de modos del 5 al 9 para grieta combinada en eje restringido.

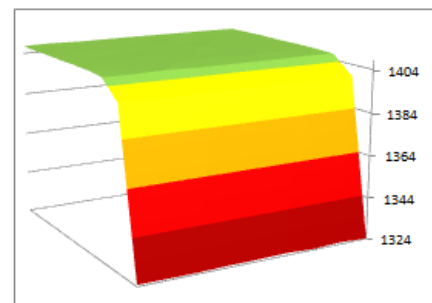
FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 5									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	
Nuevo	1053,83	1053,81	1053,81	1053,83	1053,78	1053,76	1053,60	1052,81	1050,71	
1%	1053,82	1053,81	1053,83	1053,79	1053,82	1053,70	1053,63	1052,77	1050,73	
2%	1053,84	1053,81	1053,81	1053,78	1053,79	1053,74	1053,58	1052,79	1050,72	
4%	1053,67	1053,77	1053,79	1053,78	1053,79	1053,73	1053,57	1052,76	1050,70	
8%	1053,82	1053,85	1053,81	1053,78	1053,77	1053,73	1053,57	1052,79	1050,72	
16%	1053,85	1053,81	1053,80	1053,81	1053,80	1053,70	1053,62	1052,80	1050,69	
24%	1053,83	1053,80	1053,81	1053,78	1053,78	1053,74	1053,61	1052,79	1050,70	
50%	1053,79	1053,85	1053,83	1053,79	1053,79	1053,73	1053,59	1052,81	1050,73	
100%	1053,83	1053,80	1053,81	1053,80	1053,78	1053,72	1053,62	1052,78	1050,71	



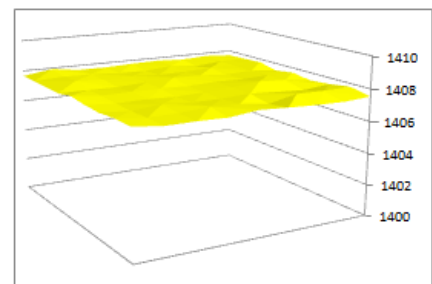
FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 6									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	
Nuevo	1407,44	1407,58	1407,57	1407,52	1407,48	1407,58	1407,50	1407,67	1407,54	
1%	1407,48	1407,53	1407,42	1407,61	1407,42	1407,54	1407,51	1407,53	1407,42	
2%	1407,61	1407,56	1407,63	1407,47	1407,47	1407,61	1407,56	1407,46	1407,57	
4%	1407,15	1407,45	1407,25	1407,40	1407,35	1407,30	1407,24	1407,24	1407,34	
8%	1406,80	1406,64	1407,05	1406,63	1406,72	1406,63	1406,49	1406,63	1406,55	
16%	1402,79	1402,74	1403,06	1403,37	1403,02	1402,80	1402,88	1402,53	1402,93	
24%	1394,62	1395,18	1394,75	1394,99	1394,73	1395,09	1395,16	1394,34	1394,70	
50%	1335,58	1335,21	1335,67	1335,53	1336,03	1336,04	1334,70	1335,02	1335,30	
100%	1198,98	1200,03	1198,39	1200,51	1199,19	1199,36	1198,91	1199,57	1200,30	



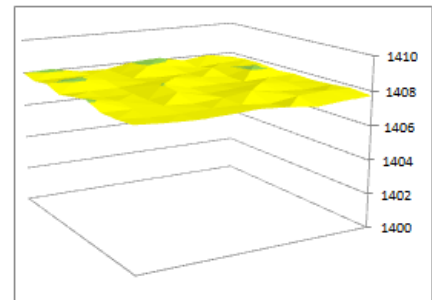
FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 7									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	
Nuevo	1407,51	1407,68	1407,65	1407,68	1407,71	1407,64	1407,54	1407,85	1407,59	
1%	1407,54	1407,61	1407,47	1407,69	1407,46	1407,60	1407,61	1407,68	1407,45	
2%	1407,66	1407,68	1407,64	1407,52	1407,62	1407,62	1407,65	1407,74	1407,59	
4%	1407,42	1407,66	1407,51	1407,67	1407,64	1407,59	1407,45	1407,56	1407,57	
8%	1407,53	1407,64	1407,57	1407,43	1407,57	1407,51	1407,61	1407,49	1407,65	
16%	1407,41	1407,59	1407,60	1407,44	1407,53	1407,46	1407,39	1407,27	1407,61	
24%	1406,86	1407,18	1406,90	1406,86	1406,89	1406,82	1407,24	1406,83	1406,82	
50%	1398,63	1398,56	1398,56	1398,67	1398,67	1398,97	1398,56	1398,54	1398,85	
100%	1324,23	1324,86	1324,44	1325,10	1324,88	1324,86	1324,66	1324,69	1324,82	



FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 8									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	
Nuevo	1407,67	1407,80	1407,70	1407,80	1407,76	1407,69	1407,69	1407,93	1407,66	
1%	1407,72	1407,71	1407,54	1407,74	1407,58	1407,61	1407,73	1407,75	1407,66	
2%	1407,78	1407,69	1407,75	1407,66	1407,63	1407,74	1407,69	1407,81	1407,62	
4%	1407,51	1407,69	1407,60	1407,74	1407,79	1407,68	1407,57	1407,59	1407,59	
8%	1407,68	1407,71	1407,62	1407,66	1407,58	1407,63	1407,65	1407,61	1407,80	
16%	1407,49	1407,72	1407,83	1407,66	1407,56	1407,48	1407,54	1407,51	1407,65	
24%	1407,60	1407,42	1407,51	1407,62	1407,52	1407,51	1407,65	1407,46	1407,60	
50%	1407,79	1407,74	1407,75	1407,37	1407,60	1407,66	1407,51	1407,49	1407,69	
100%	1407,54	1407,43	1407,46	1407,54	1407,63	1407,43	1407,47	1407,45	1407,66	



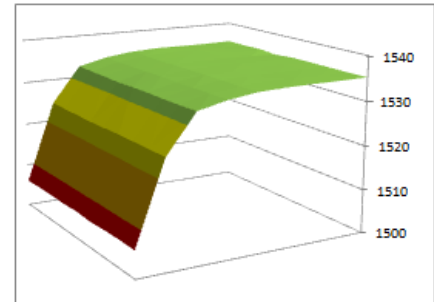
FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 9									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	
Nuevo	1407,72	1408,00	1407,79	1408,12	1408,03	1407,72	1407,75	1408,08	1407,99	
1%	1407,83	1407,74	1407,60	1407,87	1407,97	1407,72	1407,85	1407,83	1407,81	
2%	1407,80	1407,80	1407,89	1407,69	1407,65	1407,75	1407,85	1408,09	1407,97	
4%	1407,68	1408,14	1407,67	1407,77	1407,94	1407,82	1407,70	1407,68	1407,67	
8%	1407,75	1407,72	1407,64	1407,67	1407,66	1408,02	1407,67	1407,67	1407,89	
16%	1407,69	1407,73	1407,91	1407,74	1407,63	1407,92	1407,66	1407,81	1408,08	
24%	1407,75	1407,63	1407,73	1407,96	1407,74	1407,62	1407,70	1407,72	1407,74	
50%	1407,85	1407,89	1407,80	1407,55	1407,70	1407,70	1407,63	1407,65	1407,76	
100%	1407,73	1407,67	1407,53	1407,72	1407,83	1407,74	1407,68	1407,74	1407,86	



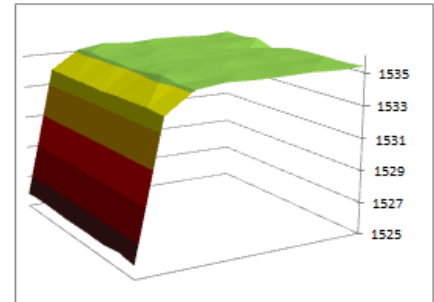


**Tablas 109.** Frecuencia de modos del 10 al 14 para grieta combinada en eje restringido.

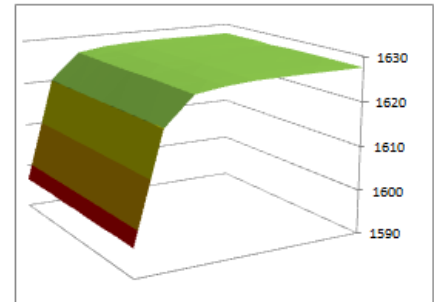
FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 10								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	1535,38	1535,25	1535,26	1535,30	1534,97	1534,17	1532,62	1524,34	1505,98
1%	1535,28	1535,29	1535,34	1535,16	1534,96	1534,00	1532,50	1524,19	1506,06
2%	1535,37	1535,28	1535,27	1535,15	1534,96	1534,04	1532,45	1524,13	1506,08
4%	1534,99	1535,19	1535,20	1535,10	1534,96	1534,08	1532,33	1524,05	1506,02
8%	1535,32	1535,32	1535,26	1535,13	1534,95	1534,13	1532,50	1524,13	1506,20
16%	1535,33	1535,31	1535,22	1535,18	1535,03	1533,98	1532,49	1524,25	1505,94
24%	1535,28	1535,28	1535,23	1535,17	1534,94	1534,05	1532,46	1524,18	1506,13
50%	1535,23	1535,31	1535,31	1535,13	1535,00	1534,10	1532,46	1524,21	1506,23
100%	1535,29	1535,24	1535,25	1535,17	1534,92	1534,06	1532,59	1524,17	1506,10



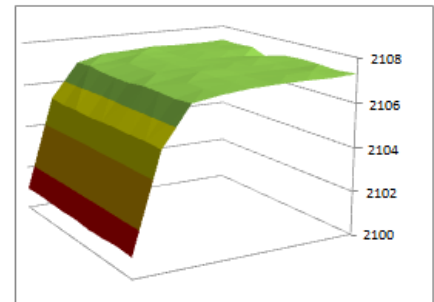
FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 11								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	1535,46	1535,30	1535,38	1535,40	1535,26	1535,41	1535,12	1533,95	1525,83
1%	1535,36	1535,33	1535,36	1535,31	1535,37	1535,25	1535,23	1533,94	1525,89
2%	1535,51	1535,41	1535,37	1535,32	1535,40	1535,21	1535,14	1533,91	1525,87
4%	1535,06	1535,24	1535,30	1535,30	1535,34	1535,28	1535,15	1533,91	1525,82
8%	1535,37	1535,38	1535,27	1535,30	1535,28	1535,24	1535,07	1533,88	1525,83
16%	1535,42	1535,36	1535,34	1535,39	1535,33	1535,23	1535,16	1533,95	1525,83
24%	1535,38	1535,30	1535,36	1535,26	1535,32	1535,27	1535,31	1533,96	1525,81
50%	1535,32	1535,43	1535,40	1535,29	1535,31	1535,23	1535,12	1533,98	1525,98
100%	1535,38	1535,31	1535,37	1535,32	1535,30	1535,35	1535,13	1533,90	1525,82



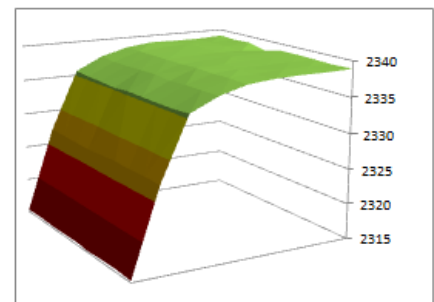
FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 12								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	1627,71	1627,66	1627,67	1627,67	1627,49	1627,12	1626,15	1620,23	1596,54
1%	1627,67	1627,67	1627,68	1627,60	1627,52	1626,98	1626,15	1620,07	1596,62
2%	1627,73	1627,68	1627,67	1627,60	1627,52	1627,03	1626,07	1620,02	1596,68
4%	1627,51	1627,62	1627,63	1627,60	1627,50	1627,03	1626,03	1619,99	1596,49
8%	1627,69	1627,70	1627,65	1627,60	1627,49	1627,04	1626,06	1619,99	1596,63
16%	1627,70	1627,68	1627,65	1627,62	1627,53	1626,97	1626,10	1620,08	1596,49
24%	1627,68	1627,64	1627,65	1627,58	1627,50	1627,02	1626,12	1620,05	1596,49
50%	1627,61	1627,67	1627,65	1627,57	1627,47	1627,00	1626,03	1620,03	1596,61
100%	1627,56	1627,52	1627,54	1627,47	1627,37	1626,90	1626,00	1619,90	1596,47



FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 13								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	2107,30	2107,25	2107,25	2107,29	2107,19	2107,15	2106,83	2105,23	2100,93
1%	2107,27	2107,26	2107,29	2107,21	2107,27	2107,04	2106,89	2105,15	2100,97
2%	2107,31	2107,27	2107,26	2107,20	2107,21	2107,11	2106,80	2105,19	2100,94
4%	2106,98	2107,17	2107,21	2107,19	2107,20	2107,08	2106,77	2105,13	2100,92
8%	2107,28	2107,33	2107,25	2107,20	2107,18	2107,09	2106,77	2105,18	2100,95
16%	2107,33	2107,25	2107,24	2107,24	2107,25	2107,04	2106,87	2105,20	2100,88
24%	2107,30	2107,23	2107,25	2107,20	2107,20	2107,11	2106,85	2105,19	2100,91
50%	2107,23	2107,34	2107,30	2107,21	2107,22	2107,09	2106,82	2105,22	2100,98
100%	2107,30	2107,24	2107,26	2107,24	2107,20	2107,08	2106,88	2105,17	2100,93

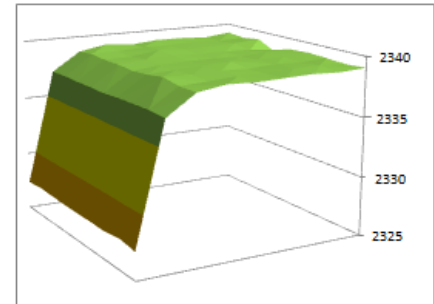


FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 14								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	2339,08	2338,87	2338,89	2338,96	2338,50	2337,48	2335,62	2327,15	2315,27
1%	2338,94	2338,92	2338,99	2338,74	2338,50	2337,25	2335,43	2327,05	2315,36
2%	2339,05	2338,91	2338,90	2338,73	2338,49	2337,28	2335,40	2326,98	2315,27
4%	2338,42	2338,76	2338,79	2338,65	2338,49	2337,36	2335,23	2326,87	2315,28
8%	2338,98	2338,96	2338,89	2338,68	2338,46	2337,43	2335,48	2327,02	2315,40
16%	2339,00	2338,95	2338,83	2338,78	2338,59	2337,21	2335,45	2327,17	2315,19
24%	2338,92	2338,92	2338,83	2338,77	2338,46	2337,33	2335,40	2327,04	2315,37
50%	2338,83	2338,97	2338,97	2338,69	2338,54	2337,37	2335,41	2327,13	2315,41
100%	2338,94	2338,85	2338,87	2338,76	2338,42	2337,35	2335,60	2327,02	2315,25

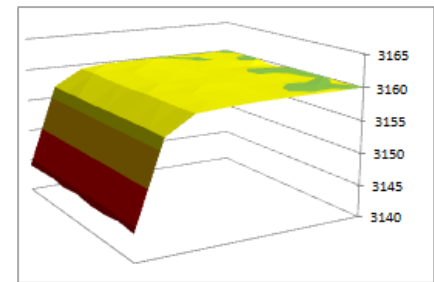


**Tablas 110.** Frecuencia de modos del 15 al 19 para grieta combinada en eje restringido.

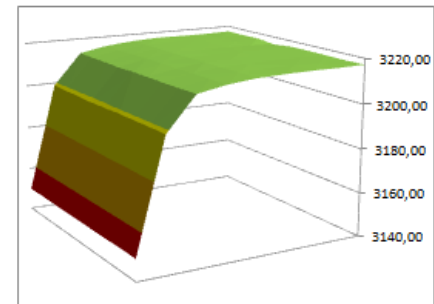
FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 15								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	2339,22	2338,94	2339,08	2339,10	2338,89	2339,11	2338,67	2337,10	2327,35
1%	2339,04	2338,98	2339,05	2338,98	2339,04	2338,88	2338,82	2337,13	2327,46
2%	2339,27	2339,11	2339,05	2339,00	2339,11	2338,79	2338,72	2337,08	2327,42
4%	2338,52	2338,86	2338,94	2338,93	2339,01	2338,92	2338,72	2337,08	2327,35
8%	2339,06	2339,06	2338,90	2338,95	2338,93	2338,84	2338,60	2337,03	2327,36
16%	2339,15	2339,03	2338,99	2339,11	2339,00	2338,84	2338,73	2337,13	2327,36
24%	2339,07	2338,96	2339,04	2338,89	2338,98	2338,90	2338,96	2337,14	2327,34
50%	2338,97	2339,13	2339,11	2338,93	2338,97	2338,82	2338,70	2337,18	2327,56
100%	2339,07	2338,96	2339,06	2339,00	2338,93	2339,03	2338,68	2337,06	2327,31



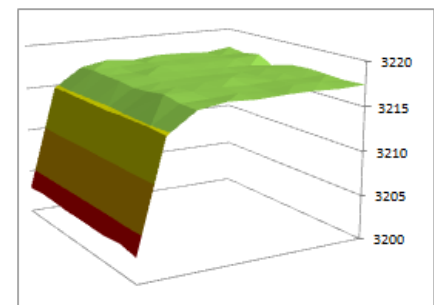
FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 16								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	3160,03	3159,96	3159,96	3160,01	3159,87	3159,80	3159,32	3156,83	3144,13
1%	3159,98	3159,96	3160,02	3159,90	3159,98	3159,64	3159,40	3156,70	3144,21
2%	3160,05	3159,98	3159,97	3159,88	3159,90	3159,75	3159,26	3156,77	3144,38
4%	3159,55	3159,84	3159,90	3159,86	3159,89	3159,71	3159,22	3156,67	3144,03
8%	3160,01	3160,08	3159,96	3159,88	3159,85	3159,71	3159,22	3156,75	3144,42
16%	3160,08	3159,95	3159,94	3159,95	3159,95	3159,63	3159,37	3156,78	3144,02
24%	3160,03	3159,93	3159,96	3159,89	3159,88	3159,74	3159,34	3156,77	3144,07
50%	3159,92	3160,09	3160,03	3159,90	3159,91	3159,71	3159,30	3156,81	3144,48
100%	3160,04	3159,95	3159,97	3159,94	3159,88	3159,69	3159,39	3156,73	3144,14



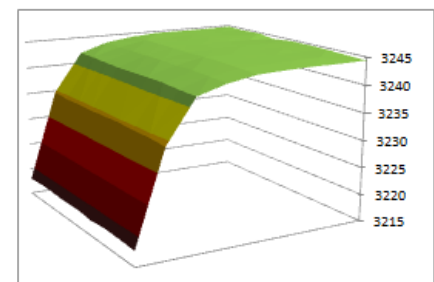
FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 17								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	3217,49	3217,16	3217,22	3217,31	3216,73	3215,51	3213,16	3198,87	3149,76
1%	3217,31	3217,23	3217,33	3216,99	3216,75	3215,19	3212,90	3198,66	3149,83
2%	3217,43	3217,23	3217,23	3216,98	3216,72	3215,24	3212,87	3198,49	3149,79
4%	3216,47	3217,01	3217,08	3216,87	3216,73	3215,36	3212,65	3198,31	3149,75
8%	3217,33	3217,28	3217,20	3216,91	3216,68	3215,43	3212,98	3198,44	3149,80
16%	3217,36	3217,26	3217,13	3217,07	3216,86	3215,14	3212,93	3198,68	3149,69
24%	3217,25	3217,25	3217,11	3217,05	3216,68	3215,34	3212,87	3198,61	3149,74
50%	3217,12	3217,34	3217,31	3216,93	3216,80	3215,35	3212,88	3198,62	3149,85
100%	3217,28	3217,13	3217,18	3217,04	3216,62	3215,35	3213,08	3198,51	3149,77



FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 18								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	3217,68	3217,26	3217,45	3217,50	3217,18	3217,47	3216,87	3214,72	3202,90
1%	3217,41	3217,32	3217,43	3217,34	3217,40	3217,18	3217,04	3214,81	3203,09
2%	3217,72	3217,50	3217,43	3217,39	3217,51	3217,02	3216,95	3214,74	3203,02
4%	3216,61	3217,16	3217,25	3217,25	3217,36	3217,24	3216,94	3214,73	3202,92
8%	3217,45	3217,42	3217,22	3217,27	3217,25	3217,11	3216,76	3214,66	3202,94
16%	3217,58	3217,38	3217,32	3217,53	3217,36	3217,11	3216,93	3214,79	3202,92
24%	3217,45	3217,31	3217,40	3217,20	3217,33	3217,20	3217,28	3214,81	3202,91
50%	3217,32	3217,52	3217,52	3217,25	3217,32	3217,06	3216,92	3214,86	3203,18
100%	3217,44	3217,30	3217,42	3217,38	3217,24	3217,39	3216,89	3214,72	3202,82



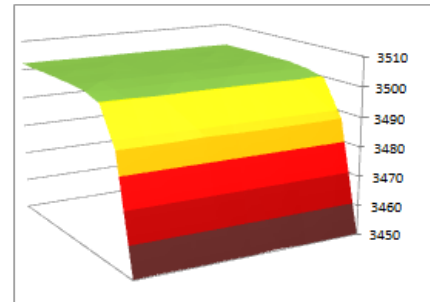
FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 19								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	3244,78	3244,68	3244,69	3244,69	3244,33	3243,62	3241,95	3234,65	3217,90
1%	3244,69	3244,70	3244,72	3244,54	3244,40	3243,36	3241,96	3234,40	3218,21
2%	3244,83	3244,72	3244,69	3244,54	3244,38	3243,45	3241,80	3234,40	3218,12
4%	3244,36	3244,60	3244,63	3244,54	3244,36	3243,46	3241,70	3234,37	3217,99
8%	3244,73	3244,75	3244,65	3244,54	3244,32	3243,48	3241,78	3234,45	3218,12
16%	3244,76	3244,70	3244,63	3244,58	3244,39	3243,33	3241,86	3234,56	3217,81
24%	3244,68	3244,61	3244,63	3244,49	3244,32	3243,41	3241,88	3234,39	3218,09
50%	3244,50	3244,63	3244,58	3244,40	3244,21	3243,31	3241,64	3234,39	3218,01
100%	3244,38	3244,30	3244,33	3244,21	3243,99	3243,09	3241,59	3234,09	3217,80



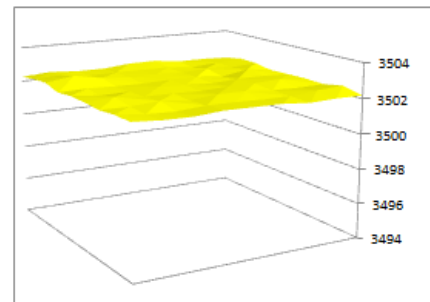


**Tablas 111.** Frecuencia de modos del 20 al 24 para grieta combinada en eje restringido.

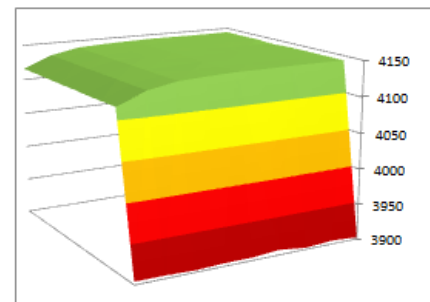
FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 20								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	3502,16	3502,28	3502,21	3502,29	3502,29	3502,21	3502,20	3502,29	3502,24
1%	3502,21	3502,26	3502,12	3502,28	3502,24	3502,18	3502,17	3502,22	3502,10
2%	3502,30	3502,20	3502,34	3502,21	3502,23	3502,21	3502,40	3502,35	3502,23
4%	3502,15	3502,31	3502,13	3502,17	3502,24	3502,18	3502,24	3502,12	3502,16
8%	3502,13	3502,10	3502,18	3502,13	3502,13	3502,13	3502,04	3502,06	3502,07
16%	3501,33	3501,45	3501,53	3501,54	3501,33	3501,39	3501,32	3501,18	3501,62
24%	3499,80	3499,98	3499,91	3499,88	3499,89	3499,90	3500,04	3499,85	3499,82
50%	3487,58	3487,47	3487,44	3487,45	3487,51	3487,76	3487,51	3487,50	3487,53
100%	3450,03	3450,21	3450,09	3450,49	3450,14	3450,25	3450,18	3450,31	3450,18



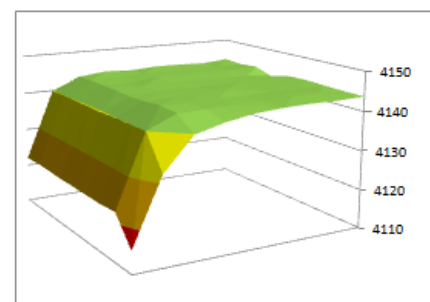
FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 21								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	3502,22	3502,29	3502,28	3502,46	3502,44	3502,28	3502,28	3502,39	3502,26
1%	3502,42	3502,31	3502,17	3502,32	3502,32	3502,33	3502,29	3502,47	3502,41
2%	3502,39	3502,28	3502,37	3502,26	3502,34	3502,32	3502,43	3502,73	3502,49
4%	3502,21	3502,43	3502,14	3502,29	3502,29	3502,23	3502,24	3502,29	3502,23
8%	3502,25	3502,30	3502,30	3502,19	3502,28	3502,33	3502,25	3502,20	3502,35
16%	3502,27	3502,41	3502,33	3502,32	3502,22	3502,27	3502,27	3502,45	3502,33
24%	3502,23	3502,19	3502,22	3502,35	3502,36	3502,21	3502,36	3502,24	3502,25
50%	3502,44	3502,35	3502,21	3502,20	3502,24	3502,25	3502,13	3502,18	3502,35
100%	3502,19	3502,21	3502,15	3502,29	3502,30	3502,32	3502,20	3502,22	3502,34



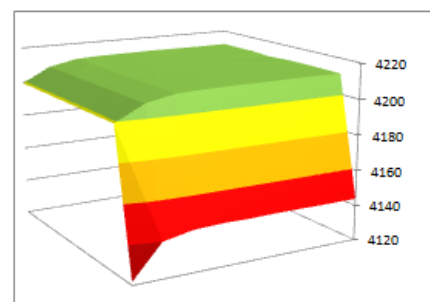
FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 22								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	4144,04	4143,54	4143,66	4143,77	4143,11	4141,89	4139,94	4131,98	4115,85
1%	4143,80	4143,64	4143,76	4143,34	4143,16	4141,55	4139,61	4131,95	4116,07
2%	4143,93	4143,66	4143,67	4143,35	4143,10	4141,59	4139,63	4131,88	4115,89
4%	4142,56	4143,35	4143,47	4143,20	4143,13	4141,77	4139,38	4131,71	4115,82
8%	4143,78	4143,69	4143,61	4143,25	4143,04	4141,82	4139,78	4132,00	4115,98
16%	4143,83	4143,66	4143,54	4143,48	4143,28	4141,47	4139,69	4132,18	4115,69
24%	4143,69	4143,68	4143,50	4143,46	4143,06	4141,79	4139,61	4131,94	4115,90
50%	4143,49	4143,84	4143,75	4143,28	4143,21	4141,69	4139,65	4132,13	4116,02
100%	3902,33	3904,89	3902,22	3907,12	3904,05	3904,23	3902,64	3904,15	3904,34



FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 23								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	4144,27	4143,68	4143,94	4144,01	4143,57	4143,93	4143,12	4139,84	4121,96
1%	4143,89	4143,75	4143,91	4143,82	4143,87	4143,57	4143,31	4140,00	4122,25
2%	4144,29	4144,00	4143,92	4143,89	4144,00	4143,33	4143,22	4139,90	4122,15
4%	4142,73	4143,57	4143,66	4143,67	4143,82	4143,65	4143,19	4139,86	4121,97
8%	4143,97	4143,87	4143,67	4143,70	4143,67	4143,45	4142,96	4139,79	4122,04
16%	4144,14	4143,83	4143,75	4144,08	4143,82	4143,46	4143,15	4139,95	4121,95
24%	4143,94	4143,77	4143,86	4143,61	4143,79	4143,61	4143,62	4139,99	4121,94
50%	4143,77	4144,02	4144,04	4143,66	4143,78	4143,37	4143,20	4140,03	4122,31
100%	4143,76	4143,53	4143,60	4143,45	4142,98	4141,77	4139,92	4131,93	4115,65

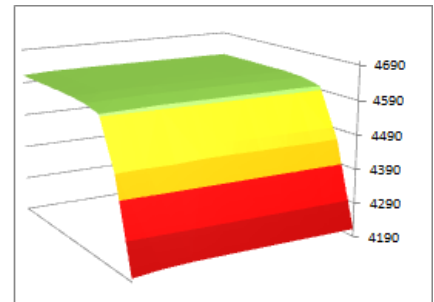


FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 24								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	4211,64	4211,55	4211,54	4211,63	4211,42	4211,33	4210,67	4207,43	4199,17
1%	4211,58	4211,55	4211,62	4211,45	4211,58	4211,09	4210,78	4207,27	4199,28
2%	4211,65	4211,58	4211,56	4211,45	4211,47	4211,25	4210,61	4207,35	4199,23
4%	4210,98	4211,39	4211,46	4211,41	4211,45	4211,20	4210,55	4207,23	4199,19
8%	4211,61	4211,71	4211,56	4211,43	4211,40	4211,21	4210,55	4207,34	4199,25
16%	4211,71	4211,54	4211,52	4211,54	4211,53	4211,10	4210,74	4207,38	4199,10
24%	4211,64	4211,50	4211,53	4211,44	4211,44	4211,24	4210,71	4207,34	4199,18
50%	4211,49	4211,72	4211,64	4211,46	4211,48	4211,21	4210,65	4207,41	4199,30
100%	4143,94	4143,75	4143,90	4143,89	4143,64	4143,83	4143,13	4139,90	4121,84

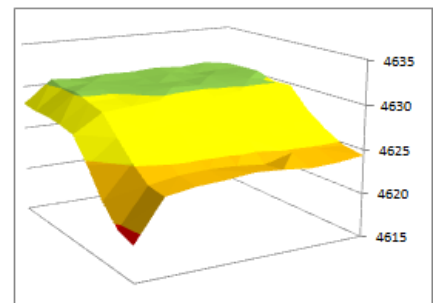


**Tablas 112.** Frecuencia de modos del 25 al 29 para grieta combinada en eje restringido.

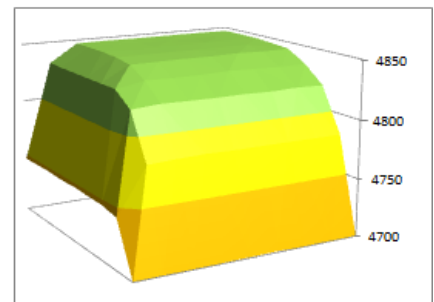
FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 25								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	4618,38	4618,78	4618,51	4618,68	4618,41	4618,38	4617,87	4616,97	4612,41
1%	4618,42	4618,41	4618,24	4618,53	4618,26	4618,08	4617,99	4616,46	4612,23
2%	4618,48	4618,49	4618,55	4618,21	4618,20	4618,11	4617,74	4616,60	4612,25
4%	4617,66	4618,42	4618,26	4618,24	4618,33	4617,98	4617,33	4616,02	4612,10
8%	4617,79	4617,78	4617,81	4617,57	4617,52	4617,43	4616,95	4615,47	4611,76
16%	4613,38	4613,50	4613,96	4614,05	4613,76	4612,99	4612,99	4610,90	4608,16
24%	4600,52	4601,79	4600,56	4601,04	4600,66	4600,78	4600,70	4598,12	4596,20
50%	4459,71	4458,02	4459,42	4458,91	4460,62	4460,13	4456,64	4457,38	4455,94
100%	4211,65	4211,53	4211,56	4211,52	4211,43	4211,19	4210,78	4207,32	4199,19



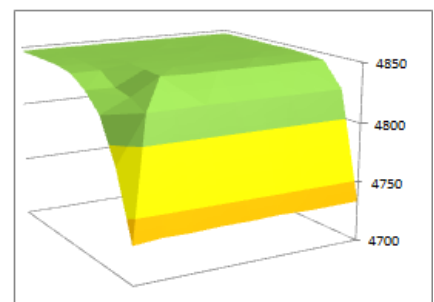
FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 26								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	4630,29	4630,73	4630,45	4630,66	4630,44	4630,51	4630,29	4630,54	4627,94
1%	4630,37	4630,35	4630,17	4630,52	4630,27	4630,26	4630,39	4630,05	4627,70
2%	4630,40	4630,43	4630,50	4630,18	4630,20	4630,27	4630,21	4630,25	4627,76
4%	4629,69	4630,40	4630,21	4630,22	4630,34	4630,15	4629,81	4629,70	4627,57
8%	4629,78	4629,76	4629,79	4629,57	4629,61	4629,82	4629,54	4629,23	4627,17
16%	4627,52	4627,58	4627,87	4627,86	4627,74	4627,68	4627,59	4627,17	4624,61
24%	4625,92	4625,66	4625,77	4626,09	4625,72	4625,61	4625,78	4625,22	4621,59
50%	4624,75	4624,88	4624,82	4623,96	4624,30	4624,41	4624,25	4623,70	4619,57
100%	4624,39	4624,03	4623,90	4624,24	4624,45	4624,13	4623,96	4623,44	4619,00



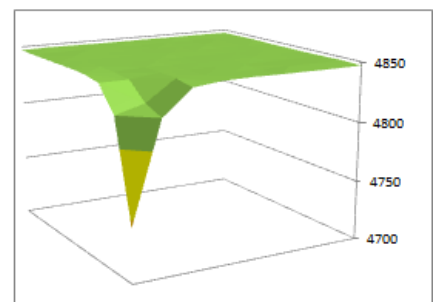
FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 27								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	4846,74	4847,00	4847,04	4846,93	4846,92	4847,08	4846,81	4831,38	4746,76
1%	4846,86	4846,90	4846,59	4846,88	4846,53	4846,79	4846,80	4830,80	4747,09
2%	4846,72	4846,97	4846,90	4846,64	4846,52	4846,65	4846,79	4830,65	4747,45
4%	4845,53	4846,22	4846,08	4846,06	4846,05	4846,02	4845,81	4830,55	4746,74
8%	4844,12	4843,84	4844,49	4843,87	4844,01	4843,81	4843,53	4830,52	4747,29
16%	4834,47	4834,25	4834,84	4835,44	4834,60	4834,47	4834,71	4830,43	4746,54
24%	4819,91	4820,65	4819,86	4820,38	4820,08	4820,31	4820,61	4818,79	4746,33
50%	4782,33	4782,17	4782,34	4782,38	4782,27	4782,76	4782,02	4780,82	4743,17
100%	4699,80	4700,48	4699,95	4701,02	4700,76	4700,52	4700,13	4700,37	4700,14



FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 28								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	4846,97	4847,24	4847,10	4847,16	4847,21	4847,12	4847,03	4847,18	4846,79
1%	4847,00	4846,93	4846,93	4847,29	4846,86	4846,90	4847,10	4846,86	4846,56
2%	4847,12	4847,07	4847,18	4846,84	4846,96	4847,07	4847,14	4846,53	4846,55
4%	4846,68	4847,13	4846,99	4847,05	4847,14	4847,09	4846,88	4845,76	4846,02
8%	4847,00	4847,01	4846,91	4846,70	4846,83	4846,86	4846,93	4843,86	4843,64
16%	4846,12	4846,53	4846,99	4846,38	4846,39	4846,22	4846,13	4834,15	4834,67
24%	4844,35	4844,92	4844,32	4844,42	4844,40	4844,13	4844,98	4831,09	4819,89
50%	4823,76	4823,69	4823,67	4823,80	4823,75	4824,24	4823,52	4823,54	4785,41
100%	4733,81	4733,67	4733,54	4734,50	4733,75	4733,95	4733,06	4733,49	4731,53

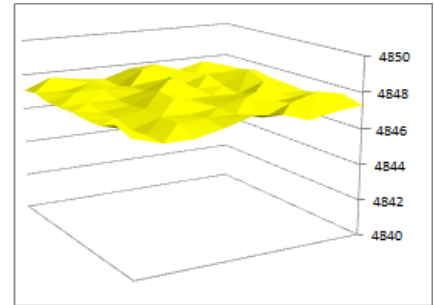


FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 29								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	4847,12	4847,44	4847,32	4847,37	4847,25	4847,21	4847,38	4847,60	4847,05
1%	4847,28	4847,11	4847,05	4847,35	4846,89	4847,16	4847,41	4846,93	4846,81
2%	4847,43	4847,14	4847,47	4847,14	4847,06	4847,10	4847,22	4847,32	4846,87
4%	4847,00	4847,19	4847,06	4847,13	4847,27	4847,14	4847,04	4846,97	4846,95
8%	4847,13	4847,31	4846,99	4846,95	4846,94	4847,18	4846,97	4846,86	4847,07
16%	4846,92	4846,98	4847,03	4847,18	4847,00	4846,76	4847,05	4845,79	4846,69
24%	4847,15	4846,84	4846,78	4847,11	4847,03	4846,82	4847,12	4844,23	4844,10
50%	4847,47	4847,32	4847,39	4846,63	4847,12	4847,19	4846,92	4830,53	4823,93
100%	4846,95	4846,76	4846,86	4846,97	4847,26	4846,83	4844,30	4824,34	4744,13

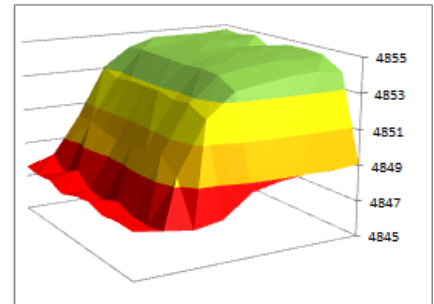


**Tablas 113.** Frecuencia de modos del 30 al 34 para grieta combinada en eje restringido.

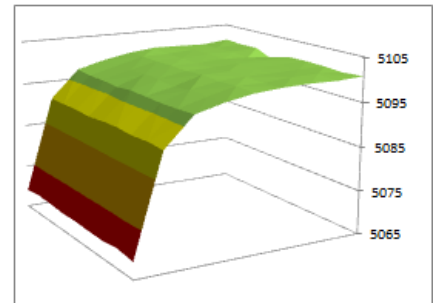
FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 30								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	4847,29	4847,74	4847,36	4847,84	4847,75	4847,26	4847,43	4847,69	4847,07
1%	4847,37	4847,21	4847,12	4847,72	4847,97	4847,17	4847,47	4847,17	4847,24
2%	4847,55	4847,28	4847,64	4847,18	4847,17	4847,39	4847,44	4847,38	4847,04
4%	4847,35	4848,02	4847,27	4847,18	4848,07	4847,47	4847,12	4847,12	4847,07
8%	4847,28	4847,62	4847,04	4847,12	4847,07	4847,76	4847,14	4846,94	4847,13
16%	4847,17	4847,24	4847,44	4847,33	4847,24	4847,65	4847,28	4846,98	4847,07
24%	4847,32	4847,07	4847,20	4847,66	4847,31	4847,12	4847,19	4846,70	4847,12
50%	4847,64	4847,95	4847,50	4846,90	4847,24	4847,26	4847,18	4846,81	4847,51
100%	4847,31	4847,17	4846,89	4847,38	4847,54	4847,10	4846,76	4846,75	4847,22



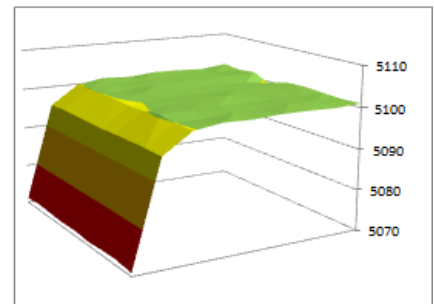
FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 31								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	4854,74	4854,62	4854,63	4854,63	4854,15	4853,07	4850,26	4848,07	4847,57
1%	4854,63	4854,64	4854,66	4854,43	4854,22	4852,68	4850,27	4847,24	4847,47
2%	4854,82	4854,67	4854,64	4854,42	4854,20	4852,82	4850,03	4847,94	4847,58
4%	4854,18	4854,51	4854,53	4854,44	4854,17	4852,83	4849,89	4847,21	4847,22
8%	4854,68	4854,70	4854,58	4854,43	4854,11	4852,86	4849,99	4847,04	4847,57
16%	4854,71	4854,63	4854,56	4854,47	4854,21	4852,65	4850,11	4847,48	4847,73
24%	4854,60	4854,51	4854,54	4854,36	4854,11	4852,75	4850,19	4847,13	4847,45
50%	4853,90	4854,09	4854,00	4853,78	4853,52	4852,22	4849,44	4847,09	4847,61
100%	4849,11	4848,99	4849,03	4848,87	4848,53	4847,33	4847,07	4847,33	4847,59



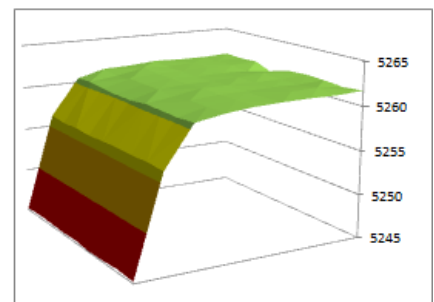
FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 32								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	5101,19	5100,49	5100,68	5100,81	5100,10	5098,92	5097,20	5090,78	5068,98
1%	5100,88	5100,61	5100,77	5100,26	5100,19	5098,52	5096,81	5090,76	5069,46
2%	5101,00	5100,66	5100,70	5100,30	5100,08	5098,59	5096,86	5090,75	5069,31
4%	5099,16	5100,26	5100,44	5100,11	5100,14	5098,81	5096,58	5090,55	5069,02
8%	5100,81	5100,68	5100,58	5100,16	5100,00	5098,83	5097,04	5090,93	5069,16
16%	5100,88	5100,63	5100,53	5100,47	5100,30	5098,41	5096,94	5091,08	5068,97
24%	5100,72	5100,70	5100,46	5100,44	5100,04	5098,89	5096,81	5090,78	5068,94
50%	5100,43	5100,93	5100,76	5100,20	5100,22	5098,64	5096,89	5091,03	5069,43
100%	5100,81	5100,47	5100,58	5100,40	5099,91	5098,79	5097,15	5090,75	5068,85



FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 33								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	5101,44	5100,68	5100,99	5101,10	5100,52	5100,93	5099,87	5095,16	5071,17
1%	5100,98	5100,76	5100,99	5100,89	5100,91	5100,51	5100,06	5095,41	5071,53
2%	5101,43	5101,07	5101,00	5100,99	5101,07	5100,17	5100,00	5095,28	5071,29
4%	5099,36	5100,55	5100,63	5100,66	5100,85	5100,61	5099,94	5095,19	5071,07
8%	5101,07	5100,90	5100,70	5100,69	5100,67	5100,33	5099,67	5095,12	5071,29
16%	5101,28	5100,85	5100,74	5101,20	5100,86	5100,34	5099,90	5095,29	5070,93
24%	5101,02	5100,83	5100,88	5100,58	5100,83	5100,59	5100,48	5095,35	5071,17
50%	5100,80	5101,10	5101,15	5100,65	5100,81	5100,22	5099,99	5095,39	5071,35
100%	5100,81	5100,75	5100,92	5100,96	5100,59	5100,80	5099,86	5095,26	5070,81



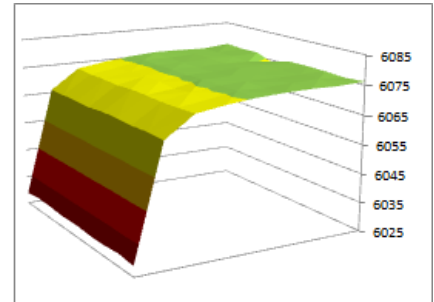
FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 34								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	5261,75	5261,59	5261,60	5261,69	5261,43	5261,32	5260,47	5256,25	5245,17
1%	5261,65	5261,61	5261,71	5261,49	5261,64	5261,02	5260,62	5256,05	5245,31
2%	5261,75	5261,64	5261,62	5261,47	5261,50	5261,22	5260,39	5256,16	5245,26
4%	5260,88	5261,39	5261,49	5261,43	5261,47	5261,15	5260,30	5256,00	5245,18
8%	5261,68	5261,81	5261,61	5261,46	5261,41	5261,17	5260,30	5256,13	5245,28
16%	5261,81	5261,58	5261,56	5261,58	5261,58	5261,03	5260,56	5256,18	5245,08
24%	5261,72	5261,55	5261,60	5261,47	5261,46	5261,20	5260,52	5256,15	5245,17
50%	5261,52	5261,83	5261,73	5261,50	5261,52	5261,16	5260,45	5256,24	5245,34
100%	5261,73	5261,57	5261,61	5261,56	5261,45	5261,14	5260,60	5256,11	5245,21



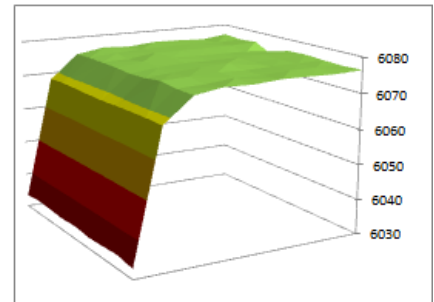


**Tablas 114.** Frecuencia de modos del 35 al 39 para grieta combinada en eje restringido.

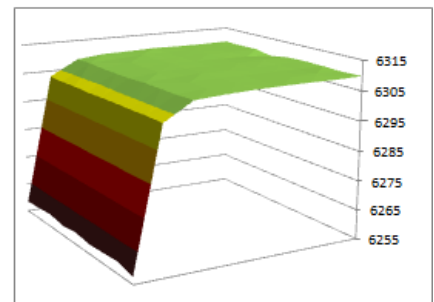
FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 35								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	6076,72	6075,79	6076,06	6076,17	6075,46	6074,33	6072,82	6065,97	6028,75
1%	6076,29	6075,92	6076,13	6075,52	6075,58	6073,87	6072,37	6065,89	6029,41
2%	6076,42	6076,01	6076,10	6075,60	6075,41	6074,00	6072,43	6065,92	6029,24
4%	6074,03	6075,52	6075,76	6075,36	6075,53	6074,23	6072,12	6065,71	6028,82
8%	6076,20	6076,01	6075,90	6075,43	6075,33	6074,22	6072,63	6066,19	6029,09
16%	6076,30	6075,93	6075,87	6075,83	6075,70	6073,74	6072,54	6066,29	6028,71
24%	6076,11	6076,04	6075,78	6075,80	6075,41	6074,44	6072,37	6065,96	6028,68
50%	6075,71	6076,39	6076,11	6075,48	6075,61	6073,97	6072,49	6066,21	6029,30
100%	6076,25	6075,80	6075,95	6075,73	6075,24	6074,24	6072,76	6065,96	6028,62



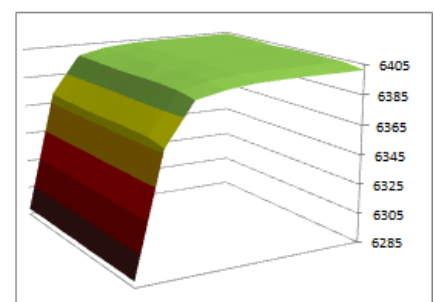
FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 36								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	6076,98	6076,01	6076,39	6076,55	6075,80	6076,23	6074,90	6068,19	6033,35
1%	6076,46	6076,12	6076,42	6076,30	6076,29	6075,77	6075,09	6068,53	6033,90
2%	6076,92	6076,49	6076,48	6076,44	6076,47	6075,33	6075,07	6068,34	6033,64
4%	6074,26	6075,89	6075,95	6076,01	6076,23	6075,90	6074,96	6068,22	6033,32
8%	6076,55	6076,27	6076,10	6076,02	6076,00	6075,54	6074,65	6068,16	6033,67
16%	6076,78	6076,21	6076,07	6076,67	6076,25	6075,53	6074,92	6068,33	6033,11
24%	6076,45	6076,24	6076,25	6075,92	6076,24	6075,94	6075,61	6068,44	6033,41
50%	6076,21	6076,56	6076,62	6075,98	6076,20	6075,39	6075,07	6068,47	6033,75
100%	6076,44	6076,12	6076,32	6076,43	6075,91	6076,13	6074,92	6068,37	6032,90



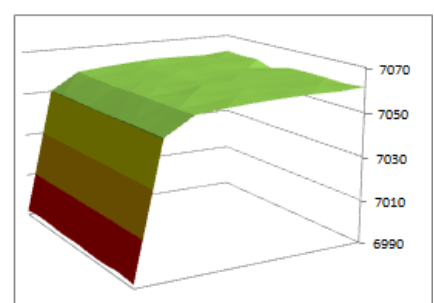
FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 37								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	6309,86	6309,68	6309,67	6309,81	6309,47	6309,33	6308,27	6303,03	6258,42
1%	6309,75	6309,69	6309,81	6309,53	6309,72	6308,95	6308,44	6302,76	6258,91
2%	6309,86	6309,73	6309,73	6309,51	6309,55	6309,20	6308,17	6302,91	6259,35
4%	6308,77	6309,42	6309,53	6309,46	6309,52	6309,13	6308,08	6302,70	6258,35
8%	6309,79	6309,94	6309,69	6309,50	6309,45	6309,13	6308,07	6302,87	6259,11
16%	6309,95	6309,67	6309,64	6309,64	6309,64	6308,95	6308,40	6302,93	6258,25
24%	6309,84	6309,62	6309,66	6309,51	6309,50	6309,19	6308,34	6302,92	6258,54
50%	6309,59	6309,98	6309,84	6309,54	6309,59	6309,13	6308,25	6303,01	6259,00
100%	6309,84	6309,65	6309,71	6309,64	6309,48	6309,09	6308,47	6302,84	6257,53



FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 38								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	6404,02	6403,81	6403,82	6403,82	6403,06	6401,43	6397,28	6371,42	6289,12
1%	6403,84	6403,83	6403,88	6403,50	6403,20	6400,81	6397,32	6370,64	6289,29
2%	6404,12	6403,89	6403,85	6403,50	6403,16	6401,07	6396,95	6370,45	6289,22
4%	6403,09	6403,64	6403,70	6403,52	6403,11	6401,06	6396,73	6370,29	6289,15
8%	6403,92	6403,98	6403,77	6403,52	6403,01	6401,11	6396,87	6370,29	6289,25
16%	6404,01	6403,86	6403,73	6403,61	6403,20	6400,79	6397,09	6370,67	6289,01
24%	6403,87	6403,71	6403,76	6403,45	6403,09	6401,01	6397,18	6370,56	6289,14
50%	6403,45	6403,76	6403,61	6403,25	6402,82	6400,79	6396,64	6370,32	6289,34
100%	6401,33	6401,15	6401,22	6400,96	6400,23	6398,39	6394,52	6367,79	6289,17

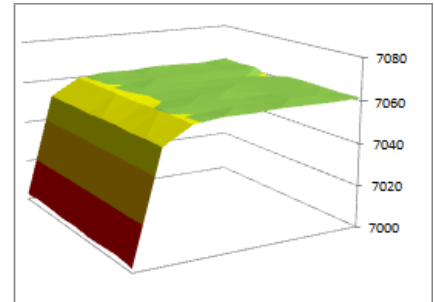


FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 39								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	7061,96	7060,72	7061,08	7061,19	7060,46	7059,48	7058,27	7050,21	6991,98
1%	7061,31	7060,85	7061,09	7060,41	7060,65	7058,93	7057,80	7050,49	6992,85
2%	7061,51	7060,98	7061,16	7060,56	7060,41	7059,16	7057,86	7050,41	6992,64
4%	7058,47	7060,40	7060,70	7060,27	7060,61	7059,41	7057,54	7050,24	6992,03
8%	7061,22	7060,98	7060,89	7060,34	7060,30	7059,34	7058,00	7050,20	6992,50
16%	7061,38	7060,85	7060,85	7060,85	7060,79	7058,79	7057,96	7050,35	6991,87
24%	7061,14	7061,03	7060,75	7060,77	7060,44	7059,80	7057,80	7050,54	6991,81
50%	7060,62	7061,51	7061,12	7060,41	7060,69	7059,02	7057,96	7050,54	6992,65
100%	7061,38	7060,76	7060,94	7060,69	7060,23	7059,41	7058,20	7050,52	6991,89

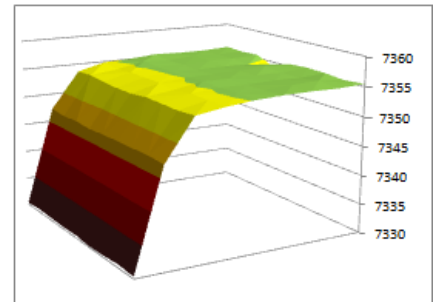


**Tablas 115.** Frecuencia de modos del 40 al 44 para grieta combinada en eje restringido.

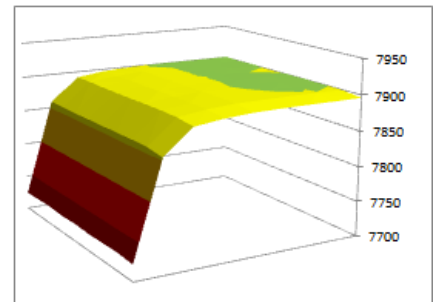
FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 40								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	7062,20	7060,98	7061,42	7061,65	7060,72	7061,18	7059,51	7051,76	7002,56
1%	7061,61	7061,08	7061,44	7061,36	7061,33	7060,64	7059,70	7051,70	7003,34
2%	7062,04	7061,54	7061,62	7061,56	7061,52	7060,10	7059,69	7051,72	7003,06
4%	7058,73	7060,85	7060,89	7061,00	7061,23	7060,82	7059,56	7051,43	7002,40
8%	7061,67	7061,29	7061,16	7060,99	7060,94	7060,34	7059,25	7051,98	7002,93
16%	7061,95	7061,22	7061,06	7061,82	7061,29	7060,34	7059,46	7052,10	7002,18
24%	7061,54	7061,30	7061,26	7060,90	7061,29	7060,96	7060,30	7051,72	7002,51
50%	7061,24	7061,68	7061,74	7060,93	7061,26	7060,17	7059,76	7051,97	7003,10
100%	7061,53	7061,13	7061,33	7061,54	7060,89	7061,07	7059,60	7051,75	7001,99



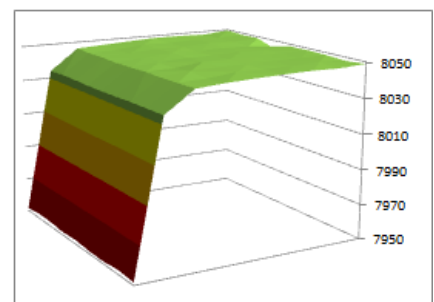
FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 41								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	7355,56	7355,30	7355,30	7355,46	7355,05	7354,85	7353,63	7347,25	7330,29
1%	7355,39	7355,30	7355,44	7355,13	7355,35	7354,41	7353,82	7346,93	7330,52
2%	7355,54	7355,37	7355,38	7355,12	7355,14	7354,71	7353,50	7347,12	7330,43
4%	7354,21	7354,99	7355,13	7355,04	7355,10	7354,63	7353,35	7346,84	7330,36
8%	7355,43	7355,62	7355,30	7355,10	7355,03	7354,64	7353,35	7347,04	7330,47
16%	7355,63	7355,27	7355,25	7355,28	7355,25	7354,42	7353,72	7347,12	7330,16
24%	7355,49	7355,21	7355,28	7355,11	7355,10	7354,72	7353,67	7347,15	7330,33
50%	7355,18	7355,66	7355,49	7355,14	7355,20	7354,63	7353,57	7347,24	7330,58
100%	7355,50	7355,26	7355,33	7355,27	7355,05	7354,58	7353,84	7347,03	7330,36



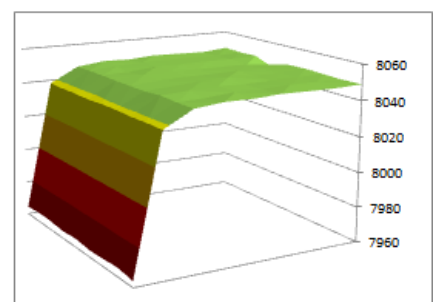
FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 42								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	7900,61	7900,31	7900,31	7900,32	7899,26	7897,12	7891,66	7859,19	7724,15
1%	7900,35	7900,32	7900,40	7899,88	7899,49	7896,27	7891,79	7858,23	7724,73
2%	7900,72	7900,40	7900,37	7899,88	7899,40	7896,67	7891,24	7858,03	7725,29
4%	7899,23	7900,08	7900,15	7899,90	7899,35	7896,63	7890,93	7857,76	7724,08
8%	7900,43	7900,54	7900,24	7899,89	7899,18	7896,66	7891,10	7857,76	7725,05
16%	7900,50	7900,28	7900,13	7899,96	7899,42	7896,16	7891,38	7858,16	7723,93
24%	7900,24	7900,02	7900,07	7899,67	7899,18	7896,43	7891,40	7857,96	7724,37
50%	7899,52	7899,97	7899,72	7899,25	7898,66	7895,95	7890,53	7857,55	7724,90
100%	7896,19	7895,92	7896,01	7895,69	7895,03	7892,24	7887,17	7853,71	7723,09



FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 43								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	8049,58	8048,04	8048,53	8048,60	8047,91	8047,06	8046,18	8034,12	7951,63
1%	8048,79	8048,23	8048,44	8047,71	8048,13	8046,43	8045,63	8034,51	7952,72
2%	8049,03	8048,37	8048,65	8047,93	8047,83	8046,79	8045,70	8034,40	7952,56
4%	8045,27	8047,75	8048,05	8047,58	8048,14	8047,02	8045,33	8034,09	7951,67
8%	8048,66	8048,35	8048,30	8047,65	8047,70	8046,88	8045,48	8034,07	7952,39
16%	8048,89	8048,18	8048,29	8048,26	8048,31	8046,24	8045,82	8034,22	7951,47
24%	8048,60	8048,44	8048,15	8048,16	8047,91	8047,58	8045,58	8034,54	7951,40
50%	8047,95	8049,06	8048,51	8047,77	8048,21	8046,44	8045,75	8034,48	7952,43
100%	8048,92	8048,06	8048,39	8047,66	8047,66	8046,99	8045,85	8034,49	7951,67

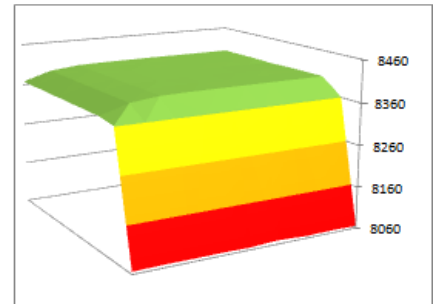


FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 44								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	8049,80	8048,37	8048,84	8049,17	8048,11	8048,53	8046,55	8038,19	7964,39
1%	8049,27	8048,46	8048,86	8048,84	8048,80	8047,94	8046,72	8037,90	7965,38
2%	8049,57	8049,02	8049,21	8049,09	8048,96	8047,31	8046,72	8038,13	7965,14
4%	8045,55	8048,29	8048,25	8048,42	8048,67	8048,18	8046,53	8037,73	7964,15
8%	8049,22	8048,69	8048,67	8048,33	8048,29	8047,57	8046,50	8038,36	7964,96
16%	8049,54	8048,67	8048,47	8049,33	8048,75	8047,56	8046,47	8038,46	7963,94
24%	8049,06	8048,84	8048,70	8048,32	8048,78	8048,37	8047,35	8038,08	7964,27
50%	8048,71	8049,24	8049,28	8048,33	8048,73	8047,32	8046,82	8038,32	7965,09
100%	8049,01	8048,55	8048,67	8049,01	8048,20	8048,32	8046,77	8038,17	7963,53

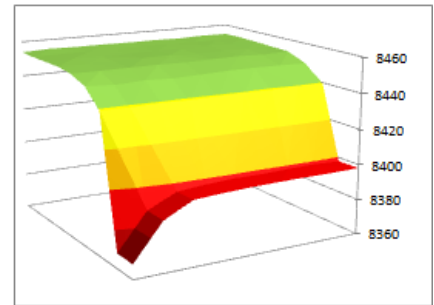


**Tablas 116.** Frecuencia de modos del 45 al 49 para grieta combinada en eje restringido.

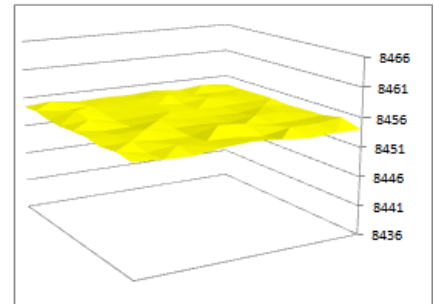
FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 45								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	8398,26	8397,92	8397,89	8398,13	8397,61	8397,42	8395,91	8388,33	8368,06
1%	8398,06	8397,92	8398,09	8397,71	8397,98	8396,86	8396,13	8387,95	8368,36
2%	8398,21	8398,01	8397,99	8397,70	8397,75	8397,21	8395,73	8388,20	8368,28
4%	8396,63	8397,57	8397,70	8397,61	8397,68	8397,12	8395,56	8387,84	8368,16
8%	8398,10	8398,28	8397,94	8397,66	8397,59	8397,13	8395,58	8388,06	8368,28
16%	8398,32	8397,87	8397,87	8397,91	8397,87	8396,86	8396,04	8388,18	8367,94
24%	8398,14	8397,83	8397,89	8397,66	8397,65	8397,21	8395,97	8388,22	8368,12
50%	8361,35	8361,58	8361,43	8361,45	8362,29	8362,37	8360,69	8361,45	8361,47
100%	8065,44	8066,00	8065,30	8069,12	8065,73	8066,70	8066,82	8067,05	8066,34



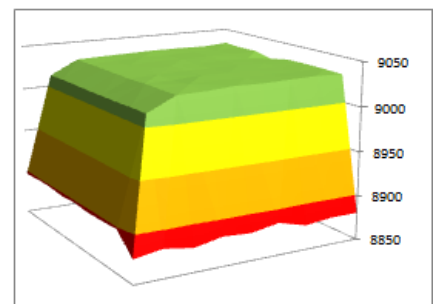
FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 46								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	8454,17	8454,43	8453,92	8454,24	8454,12	8454,34	8454,22	8454,55	8453,87
1%	8454,26	8453,88	8453,86	8454,02	8453,75	8453,99	8454,16	8453,91	8453,65
2%	8453,91	8453,88	8454,13	8453,84	8453,88	8453,69	8453,94	8454,19	8453,67
4%	8453,32	8453,58	8453,87	8453,45	8454,07	8453,93	8453,25	8453,55	8453,63
8%	8452,94	8452,45	8453,06	8452,77	8452,48	8452,77	8452,65	8452,59	8452,59
16%	8448,48	8448,82	8449,04	8448,99	8448,46	8448,00	8448,64	8447,85	8448,85
24%	8439,57	8439,91	8439,22	8439,77	8439,44	8439,19	8439,58	8439,05	8439,32
50%	8397,79	8398,37	8398,16	8397,74	8397,83	8397,11	8395,83	8388,34	8368,44
100%	8398,16	8397,86	8397,95	8397,89	8397,63	8397,05	8396,18	8388,09	8368,17



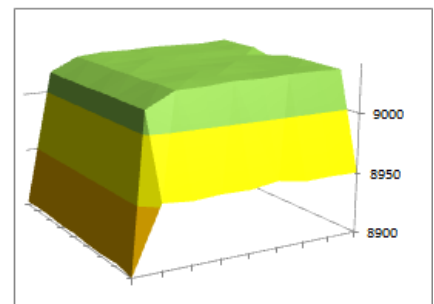
FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 47								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	8454,32	8454,73	8454,22	8454,66	8454,37	8454,46	8454,28	8454,88	8454,42
1%	8454,28	8454,17	8454,26	8454,80	8454,66	8454,46	8454,36	8454,03	8454,67
2%	8454,38	8454,41	8454,69	8454,09	8454,43	8454,31	8454,07	8455,17	8454,20
4%	8454,42	8454,24	8454,04	8454,08	8454,36	8454,08	8453,82	8454,63	8454,13
8%	8454,15	8454,52	8453,86	8453,86	8454,07	8454,47	8453,88	8453,80	8454,39
16%	8454,30	8454,54	8454,44	8453,92	8454,13	8454,07	8454,60	8454,39	8454,50
24%	8454,38	8454,07	8454,01	8454,68	8455,09	8453,87	8453,92	8454,40	8454,16
50%	8454,96	8454,58	8454,58	8453,72	8454,19	8454,24	8454,31	8453,80	8454,63
100%	8454,02	8454,09	8453,90	8454,34	8454,69	8454,43	8453,79	8453,93	8454,25



FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 48								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	9032,62	9030,64	9031,26	9031,30	9030,55	9029,82	9028,77	9012,76	8896,88
1%	9031,56	9030,87	9031,19	9030,25	9030,88	9029,05	9028,35	9013,24	8898,20
2%	9031,81	9031,02	9031,45	9030,60	9030,48	9029,61	9028,43	9013,14	8898,37
4%	9027,34	9030,40	9030,68	9030,12	9030,96	9029,83	9028,07	9012,76	8896,61
8%	9031,40	9030,99	9031,00	9030,27	9030,42	9029,57	9027,68	9012,74	8897,88
16%	9031,67	9030,77	9030,99	9030,98	9031,10	9028,87	9028,65	9012,80	8896,35
24%	9031,37	9031,09	9030,88	9030,82	9030,68	9030,61	9028,30	9013,33	8897,02
50%	9030,58	9031,89	9031,17	9030,42	9031,07	9029,07	9028,43	9013,32	8898,16
100%	8880,55	8880,63	8877,55	8886,10	8880,61	8882,81	8876,62	8882,02	8877,06



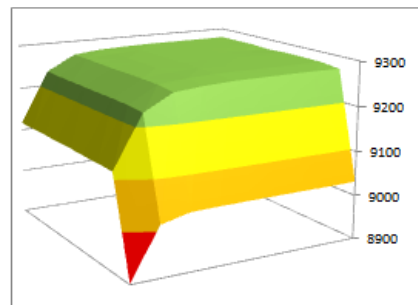
FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 49								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	9032,84	9031,07	9031,55	9031,94	9030,80	9031,11	9028,95	9017,29	8902,22
1%	9032,27	9031,13	9031,66	9031,58	9031,56	9030,50	9029,00	9016,77	8903,39
2%	9032,31	9031,76	9032,03	9031,87	9031,65	9029,87	9028,97	9017,15	8903,29
4%	9027,63	9030,97	9030,94	9031,10	9031,34	9030,81	9028,74	9016,66	8902,32
8%	9032,12	9031,36	9031,47	9030,98	9030,95	9030,02	9029,15	9017,32	8903,14
16%	9032,44	9031,37	9031,17	9032,19	9031,50	9030,02	9028,82	9017,32	8902,01
24%	9031,87	9031,63	9031,43	9031,08	9031,62	9031,18	9029,67	9017,03	8901,79
50%	9031,48	9032,13	9032,06	9030,98	9031,54	9029,79	9029,26	9017,31	8903,09
100%	8950,77	8951,18	8950,77	8954,80	8951,46	8952,00	8950,53	8952,86	8898,73





**Tabla 117.** Frecuencia de modos del 50 para grieta combinada en eje restringido.

FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 50									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	
Nuevo	9278,73	9278,37	9278,31	9278,38	9276,93	9274,39	9267,82	9233,24	9116,70	
1%	9278,38	9278,25	9278,40	9277,73	9277,26	9273,15	9268,14	9232,12	9117,23	
2%	9278,82	9278,39	9278,43	9277,71	9277,09	9273,80	9267,29	9232,09	9117,40	
4%	9276,49	9278,00	9278,11	9277,68	9277,06	9273,67	9266,85	9231,59	9116,80	
8%	9278,39	9278,55	9278,17	9277,61	9276,69	9273,60	9266,99	9231,55	9117,48	
16%	9278,07	9277,72	9277,60	9277,40	9276,72	9272,50	9267,06	9231,49	9116,33	
24%	9277,09	9276,83	9276,72	9276,34	9275,73	9272,32	9266,44	9230,66	9116,38	
50%	9272,31	9272,90	9272,57	9271,91	9271,25	9267,93	9261,55	9227,33	9115,98	
100%	9031,80	9030,81	9031,11	9030,69	9030,35	9029,77	9028,41	9013,40	8902,35	



Tal como vimos en el caso de eje libre, existen varias tendencias de evolución para cada modo de vibración con respecto a la variación de su frecuencia propia. Si bien el eje restringido se comporta en muchos casos de forma similar al libre, en este también se da el caso particular de modos en los que la caída de la frecuencia se comporta de forma estacionaria, dando lugar a una superficie con formas irregulares que no se define con claridad hacia una de las dos vertientes.

Podemos, por lo tanto, clasificar los modos de vibración en este caso para nuestro eje restringido según la relación entre la variación de las grietas y de su frecuencia propia de la siguiente manera:

- Variación estacionaria: Modos 8, 9, 21, 30 y 47.
- Variación con respecto a la grieta en la posición A: Modos 6, 7, 20, 22, 24, 25, 28, 45 y 46.
- Variación con respecto a la grieta en la posición B: Modos 1, 2, 3, 4, 5, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 23, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43 y 44.
- Variación con respecto a ambas grietas: Modos 26, 27, 29, 31, 48, 49 y 50.

Es interesante observar que la frecuencia propia decae por la evolución de las grietas en la posición B, siendo exclusiva la variación de la misma en 29 de los 50 modos (58%) y a la vez que su variación influye en los cambios de la frecuencia propia en 36 de los 50 modos (72%). Es un dato significativo, ya que en el caso de las grietas de la posición A, en donde de forma solo la respuesta modal es de 9 de los 50 modos estudiados (18%), afectando al resultado final en 16 de los 50 modos analizados (32%) por lo que llegamos a la conclusión que la variación de las grietas en la posición B son mucho más determinantes en la variación de la respuesta modal del eje restringido que en la posición A.

### 9.7.1. Diferencias porcentuales: eje restringido con grietas combinadas.

En este apartado vamos a repetir el método empleado para las grietas combinadas en el eje libre en el caso de eje restringido, tomando así los respectivos resultados de diferencias porcentuales en este caso.

También, como en el caso de eje libre, realizaremos los promedios de los resultados por posición de grieta, A o B, y obtendremos un promedio global del modo para poder determinar así cual es el modo que posee la mayor diferencia porcentual de frecuencia.

**Tablas 118.** Diferencias porcentuales: modos 1 al 3 de la combinada para restringido.

DIFERENCIA PORCENTUAL		Modo 1									
Grieta A \ Grieta B		Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo		0,000	0,006	0,007	0,005	0,029	0,095	0,236	1,041	2,549	0,441
1%		0,007	0,003	0,002	0,013	0,030	0,110	0,242	1,059	2,547	0,446
2%		0,000	0,005	0,007	0,014	0,030	0,104	0,248	1,063	2,546	0,446
4%		0,022	0,010	0,011	0,017	0,030	0,104	0,257	1,070	2,550	0,452
8%		0,003	0,002	0,007	0,015	0,031	0,100	0,246	1,066	2,535	0,445
16%		0,002	0,002	0,009	0,013	0,024	0,110	0,245	1,056	2,554	0,446
24%		0,005	0,006	0,007	0,014	0,031	0,106	0,246	1,059	2,541	0,446
50%		0,008	0,004	0,003	0,015	0,027	0,101	0,248	1,058	2,534	0,444
100%		0,004	0,007	0,007	0,013	0,032	0,106	0,237	1,058	2,539	0,445
Media B		0,006	0,005	0,007	0,013	0,030	0,104	0,245	1,059	2,544	0,446

DIFERENCIA PORCENTUAL		Modo 2									
Grieta A \ Grieta B		Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo		0,000	0,008	0,003	0,002	0,011	0,002	0,024	0,155	1,183	0,154
1%		0,005	0,007	0,005	0,009	0,004	0,014	0,017	0,161	1,179	0,156
2%		-0,004	0,002	0,003	0,009	0,003	0,014	0,025	0,162	1,178	0,155
4%		0,021	0,012	0,008	0,008	0,007	0,011	0,024	0,162	1,184	0,160
8%		0,004	0,002	0,009	0,009	0,010	0,013	0,029	0,163	1,181	0,158
16%		0,002	0,004	0,005	0,005	0,007	0,014	0,021	0,159	1,183	0,155
24%		0,002	0,009	0,004	0,011	0,007	0,011	0,015	0,158	1,186	0,156
50%		0,007	-0,002	0,003	0,009	0,009	0,013	0,027	0,156	1,171	0,155
100%		0,003	0,008	0,003	0,009	0,007	0,007	0,024	0,162	1,178	0,156
Media B		0,004	0,006	0,005	0,008	0,007	0,011	0,023	0,160	1,180	0,156

DIFERENCIA PORCENTUAL		Modo 3									
Grieta A \ Grieta B		Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo		0,000	0,007	0,007	0,005	0,028	0,087	0,207	0,846	1,915	0,345
1%		0,007	0,004	0,002	0,014	0,029	0,100	0,214	0,858	1,913	0,349
2%		0,000	0,006	0,007	0,014	0,028	0,096	0,219	0,862	1,914	0,350
4%		0,023	0,011	0,011	0,017	0,029	0,094	0,227	0,869	1,916	0,355
8%		0,003	0,002	0,007	0,015	0,030	0,091	0,216	0,864	1,906	0,348
16%		0,002	0,003	0,010	0,013	0,085	0,101	0,216	0,855	1,919	0,356
24%		0,006	0,006	0,008	0,014	0,030	0,097	0,217	0,859	1,909	0,349
50%		0,009	0,004	0,003	0,016	0,026	0,092	0,218	0,856	1,905	0,348
100%		0,005	0,008	0,007	0,013	0,031	0,096	0,208	0,858	1,910	0,348
Media B		0,006	0,006	0,007	0,013	0,035	0,095	0,216	0,858	1,912	0,350

**Tablas 119.** Diferencias porcentuales: modos 4 a 7 de la combinada para restringido.

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 4									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,009	0,004	0,003	0,012	0,002	0,023	0,119	0,845	0,113
1%	0,006	0,008	0,006	0,010	0,005	0,013	0,015	0,122	0,842	0,114
2%	-0,004	0,002	0,005	0,009	0,003	0,015	0,022	0,124	0,842	0,113
4%	0,024	0,013	0,009	0,010	0,008	0,011	0,021	0,124	0,846	0,118
8%	0,005	0,004	0,011	0,010	0,011	0,013	0,026	0,125	0,844	0,117
16%	0,002	0,005	0,006	0,004	0,088	0,014	0,019	0,121	0,845	0,123
24%	0,004	0,010	0,005	0,012	0,008	0,012	0,011	0,120	0,847	0,114
50%	0,008	0,000	0,004	0,010	0,009	0,013	0,023	0,118	0,834	0,113
100%	0,004	0,009	0,004	0,009	0,009	0,007	0,022	0,124	0,843	0,115
Media B	0,005	0,007	0,006	0,009	0,017	0,011	0,020	0,122	0,843	0,116

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 5									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,002	0,002	0,000	0,005	0,007	0,022	0,097	0,296	0,048
1%	0,001	0,002	0,000	0,004	0,001	0,012	0,019	0,101	0,294	0,048
2%	-0,001	0,002	0,002	0,005	0,004	0,009	0,024	0,099	0,295	0,049
4%	0,015	0,006	0,004	0,005	0,004	0,009	0,025	0,102	0,297	0,052
8%	0,001	-0,002	0,002	0,005	0,006	0,009	0,025	0,099	0,295	0,049
16%	-0,002	0,002	0,003	0,002	0,003	0,012	0,020	0,098	0,298	0,048
24%	0,000	0,003	0,002	0,005	0,005	0,009	0,021	0,099	0,297	0,049
50%	0,004	-0,002	0,000	0,004	0,004	0,009	0,023	0,097	0,294	0,048
100%	0,000	0,003	0,002	0,003	0,005	0,010	0,020	0,100	0,296	0,049
Media B	0,002	0,002	0,002	0,003	0,004	0,010	0,022	0,099	0,296	0,049

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 6									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	-0,010	-0,009	-0,006	-0,003	-0,010	-0,004	-0,016	-0,007	-0,007
1%	-0,003	-0,006	0,001	-0,012	0,001	-0,007	-0,005	-0,006	0,001	-0,004
2%	-0,012	-0,009	-0,013	-0,002	-0,002	-0,012	-0,009	-0,001	-0,009	-0,008
4%	0,021	-0,001	0,013	0,003	0,006	0,010	0,014	0,014	0,007	0,010
8%	0,045	0,057	0,028	0,058	0,051	0,058	0,067	0,058	0,063	0,054
16%	0,330	0,334	0,311	0,289	0,314	0,330	0,324	0,349	0,320	0,322
24%	0,911	0,871	0,902	0,885	0,903	0,877	0,873	0,931	0,905	0,895
50%	5,106	5,132	5,099	5,109	5,074	5,073	5,168	5,146	5,126	5,115
100%	14,811	14,737	14,853	14,703	14,796	14,784	14,816	14,769	14,718	14,776
Media B	2,357	2,345	2,354	2,336	2,349	2,345	2,361	2,360	2,347	2,350

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 7									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	-0,012	-0,010	-0,012	-0,014	-0,009	-0,002	-0,024	-0,006	-0,010
1%	-0,002	-0,007	0,003	-0,013	0,004	-0,006	-0,007	-0,012	0,004	-0,004
2%	-0,011	-0,012	-0,009	-0,001	-0,008	-0,008	-0,010	-0,016	-0,006	-0,009
4%	0,006	-0,011	0,000	-0,011	-0,009	-0,006	0,004	-0,004	-0,004	-0,004
8%	-0,001	-0,009	-0,004	0,006	-0,004	0,000	-0,007	0,001	-0,010	-0,003
16%	0,007	-0,006	-0,006	0,005	-0,001	0,004	0,009	0,017	-0,007	0,002
24%	0,046	0,023	0,043	0,046	0,044	0,049	0,019	0,048	0,049	0,041
50%	0,631	0,636	0,636	0,628	0,628	0,607	0,636	0,637	0,615	0,628
100%	5,917	5,872	5,902	5,855	5,871	5,872	5,886	5,884	5,875	5,882
Media B	0,733	0,719	0,728	0,723	0,723	0,722	0,725	0,726	0,723	0,725

**Tablas 120. Diferencias porcentuales: modos 8 a 11 de la combinada para restringido.**

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 8									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	-0,009	-0,002	-0,009	-0,006	-0,001	-0,001	-0,018	0,001	-0,005
1%	-0,004	-0,003	0,009	-0,005	0,006	0,004	-0,004	-0,006	0,001	0,000
2%	-0,008	-0,001	-0,006	0,001	0,003	-0,005	-0,001	-0,010	0,004	-0,003
4%	0,011	-0,001	0,005	-0,005	-0,009	-0,001	0,007	0,006	0,006	0,002
8%	-0,001	-0,003	0,004	0,001	0,006	0,003	0,001	0,004	-0,009	0,001
16%	0,013	-0,004	-0,011	0,001	0,008	0,013	0,009	0,011	0,001	0,005
24%	0,005	0,018	0,011	0,004	0,011	0,011	0,001	0,015	0,005	0,009
50%	-0,009	-0,005	-0,006	0,021	0,005	0,001	0,011	0,013	-0,001	0,003
100%	0,009	0,017	0,015	0,009	0,003	0,017	0,014	0,016	0,001	0,011
Media B	0,002	0,001	0,002	0,002	0,003	0,005	0,004	0,003	0,001	0,003

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 9									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	-0,020	-0,005	-0,028	-0,022	0,000	-0,002	-0,026	-0,019	-0,014
1%	-0,008	-0,001	0,009	-0,011	-0,018	0,000	-0,009	-0,008	-0,006	-0,006
2%	-0,006	-0,006	-0,012	0,002	0,005	-0,002	-0,009	-0,026	-0,018	-0,008
4%	0,003	-0,030	0,004	-0,004	-0,016	-0,007	0,001	0,003	0,004	-0,005
8%	-0,002	0,000	0,006	0,004	0,004	-0,021	0,004	0,004	-0,012	-0,002
16%	0,002	-0,001	-0,013	-0,001	0,006	-0,014	0,004	-0,006	-0,026	-0,005
24%	-0,002	0,006	-0,001	-0,017	-0,001	0,007	0,001	0,000	-0,001	-0,001
50%	-0,009	-0,012	-0,006	0,012	0,001	0,001	0,006	0,005	-0,003	0,000
100%	-0,001	0,004	0,013	0,000	-0,008	-0,001	0,003	-0,001	-0,010	0,000
Media B	-0,003	-0,007	-0,001	-0,005	-0,005	-0,004	0,000	-0,006	-0,010	-0,005

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 10									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,008	0,008	0,005	0,027	0,079	0,180	0,719	1,915	0,327
1%	0,007	0,006	0,003	0,014	0,027	0,090	0,188	0,729	1,910	0,330
2%	0,001	0,007	0,007	0,015	0,027	0,087	0,191	0,733	1,908	0,331
4%	0,025	0,012	0,012	0,018	0,027	0,085	0,199	0,738	1,912	0,337
8%	0,004	0,004	0,008	0,016	0,028	0,081	0,188	0,733	1,901	0,329
16%	0,003	0,005	0,010	0,013	0,023	0,091	0,188	0,725	1,917	0,331
24%	0,007	0,007	0,010	0,014	0,029	0,087	0,190	0,729	1,905	0,331
50%	0,010	0,005	0,005	0,016	0,025	0,083	0,190	0,728	1,899	0,329
100%	0,006	0,009	0,008	0,014	0,030	0,086	0,182	0,730	1,907	0,330
Media B	0,007	0,007	0,008	0,014	0,027	0,085	0,188	0,729	1,908	0,330

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 11									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,010	0,005	0,004	0,013	0,003	0,022	0,098	0,627	0,087
1%	0,007	0,008	0,007	0,010	0,006	0,014	0,015	0,099	0,623	0,088
2%	-0,003	0,003	0,006	0,009	0,004	0,016	0,021	0,101	0,625	0,087
4%	0,026	0,014	0,010	0,010	0,008	0,012	0,020	0,101	0,628	0,092
8%	0,006	0,005	0,012	0,010	0,012	0,014	0,025	0,103	0,627	0,091
16%	0,003	0,007	0,008	0,005	0,008	0,015	0,020	0,098	0,627	0,088
24%	0,005	0,010	0,007	0,013	0,009	0,012	0,010	0,098	0,628	0,088
50%	0,009	0,002	0,004	0,011	0,010	0,015	0,022	0,096	0,617	0,087
100%	0,005	0,010	0,006	0,009	0,010	0,007	0,021	0,102	0,628	0,089
Media B	0,006	0,008	0,007	0,009	0,009	0,012	0,020	0,100	0,626	0,088

**Tablas 121.** Diferencias porcentuales: modos 12 a 15 de la combinada para restringido.

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 12									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,003	0,002	0,002	0,014	0,036	0,096	0,460	1,915	0,281
1%	0,002	0,002	0,002	0,007	0,012	0,045	0,096	0,469	1,910	0,283
2%	-0,001	0,002	0,002	0,007	0,012	0,042	0,101	0,472	1,906	0,283
4%	0,012	0,006	0,005	0,007	0,013	0,042	0,103	0,474	1,918	0,287
8%	0,001	0,001	0,004	0,007	0,014	0,041	0,101	0,474	1,909	0,284
16%	0,001	0,002	0,004	0,006	0,011	0,045	0,099	0,469	1,918	0,284
24%	0,002	0,004	0,004	0,008	0,013	0,042	0,098	0,471	1,918	0,284
50%	0,006	0,002	0,004	0,009	0,015	0,044	0,103	0,472	1,911	0,285
100%	0,009	0,012	0,010	0,015	0,021	0,050	0,105	0,480	1,919	0,291
Media B	0,004	0,004	0,004	0,007	0,014	0,043	0,100	0,471	1,914	0,285

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 13									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,002	0,002	0,000	0,005	0,007	0,022	0,098	0,302	0,049
1%	0,001	0,002	0,000	0,004	0,001	0,012	0,019	0,102	0,300	0,049
2%	0,000	0,001	0,002	0,005	0,004	0,009	0,024	0,100	0,302	0,050
4%	0,015	0,006	0,004	0,005	0,005	0,010	0,025	0,103	0,303	0,053
8%	0,001	-0,001	0,002	0,005	0,006	0,010	0,025	0,101	0,301	0,050
16%	-0,001	0,002	0,003	0,003	0,002	0,012	0,020	0,100	0,305	0,050
24%	0,000	0,003	0,002	0,005	0,005	0,009	0,021	0,100	0,303	0,050
50%	0,003	-0,002	0,000	0,004	0,004	0,010	0,023	0,099	0,300	0,049
100%	0,000	0,003	0,002	0,003	0,005	0,010	0,020	0,101	0,302	0,050
Media B	0,002	0,002	0,002	0,004	0,004	0,010	0,022	0,100	0,302	0,050

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 14									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,009	0,008	0,005	0,025	0,068	0,148	0,510	1,018	0,199
1%	0,006	0,007	0,004	0,015	0,025	0,078	0,156	0,514	1,014	0,202
2%	0,001	0,007	0,008	0,015	0,025	0,077	0,157	0,517	1,018	0,203
4%	0,028	0,014	0,012	0,018	0,025	0,074	0,165	0,522	1,017	0,208
8%	0,004	0,005	0,008	0,017	0,027	0,071	0,154	0,516	1,012	0,202
16%	0,003	0,006	0,011	0,013	0,021	0,080	0,155	0,509	1,021	0,202
24%	0,007	0,007	0,011	0,013	0,027	0,075	0,157	0,515	1,014	0,203
50%	0,011	0,005	0,005	0,017	0,023	0,073	0,157	0,511	1,012	0,201
100%	0,006	0,010	0,009	0,014	0,028	0,074	0,149	0,516	1,019	0,203
Media B	0,007	0,008	0,008	0,014	0,025	0,074	0,155	0,514	1,016	0,203

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 15									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,012	0,006	0,005	0,014	0,005	0,024	0,091	0,507	0,074
1%	0,008	0,010	0,007	0,010	0,008	0,015	0,017	0,089	0,503	0,074
2%	-0,002	0,005	0,007	0,009	0,005	0,018	0,021	0,091	0,504	0,073
4%	0,030	0,015	0,012	0,012	0,009	0,013	0,021	0,091	0,507	0,079
8%	0,007	0,007	0,014	0,012	0,012	0,016	0,027	0,094	0,507	0,077
16%	0,003	0,008	0,010	0,005	0,009	0,016	0,021	0,089	0,507	0,074
24%	0,006	0,011	0,008	0,014	0,010	0,014	0,011	0,089	0,508	0,075
50%	0,011	0,004	0,005	0,012	0,011	0,017	0,022	0,087	0,498	0,074
100%	0,006	0,011	0,007	0,009	0,012	0,008	0,023	0,092	0,509	0,075
Media B	0,008	0,009	0,008	0,010	0,010	0,014	0,021	0,090	0,506	0,075

**Tablas 122.** Diferencias porcentuales: modos 16 a 19 de la combinada para restringido.

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 16									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,002	0,002	0,001	0,005	0,007	0,022	0,101	0,503	0,072
1%	0,002	0,002	0,000	0,004	0,002	0,012	0,020	0,105	0,501	0,072
2%	-0,001	0,002	0,002	0,005	0,004	0,009	0,024	0,103	0,495	0,071
4%	0,015	0,006	0,004	0,005	0,004	0,010	0,026	0,106	0,506	0,076
8%	0,001	-0,002	0,002	0,005	0,006	0,010	0,026	0,104	0,494	0,072
16%	-0,002	0,003	0,003	0,003	0,003	0,013	0,021	0,103	0,507	0,072
24%	0,000	0,003	0,002	0,004	0,005	0,009	0,022	0,103	0,505	0,073
50%	0,003	-0,002	0,000	0,004	0,004	0,010	0,023	0,102	0,492	0,071
100%	0,000	0,003	0,002	0,003	0,005	0,011	0,020	0,104	0,503	0,072
Media B	0,002	0,002	0,002	0,004	0,004	0,010	0,023	0,104	0,501	0,072

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 17									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,010	0,008	0,006	0,024	0,062	0,135	0,579	2,105	0,325
1%	0,006	0,008	0,005	0,016	0,023	0,071	0,143	0,585	2,103	0,329
2%	0,002	0,008	0,008	0,016	0,024	0,070	0,144	0,591	2,104	0,330
4%	0,032	0,015	0,013	0,019	0,024	0,066	0,150	0,596	2,105	0,336
8%	0,005	0,007	0,009	0,018	0,025	0,064	0,140	0,592	2,104	0,329
16%	0,004	0,007	0,011	0,013	0,020	0,073	0,142	0,585	2,107	0,329
24%	0,007	0,007	0,012	0,014	0,025	0,067	0,144	0,587	2,106	0,330
50%	0,011	0,005	0,006	0,017	0,021	0,067	0,143	0,586	2,102	0,329
100%	0,007	0,011	0,010	0,014	0,027	0,067	0,137	0,590	2,105	0,330
Media B	0,008	0,009	0,009	0,015	0,024	0,067	0,142	0,588	2,105	0,330

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 18									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,013	0,007	0,006	0,016	0,007	0,025	0,092	0,459	0,069
1%	0,008	0,011	0,008	0,011	0,009	0,016	0,020	0,089	0,453	0,069
2%	-0,001	0,006	0,008	0,009	0,005	0,021	0,023	0,091	0,456	0,069
4%	0,033	0,016	0,013	0,013	0,010	0,014	0,023	0,092	0,459	0,075
8%	0,007	0,008	0,014	0,013	0,013	0,018	0,029	0,094	0,458	0,073
16%	0,003	0,009	0,011	0,005	0,010	0,018	0,023	0,090	0,459	0,070
24%	0,007	0,011	0,009	0,015	0,011	0,015	0,012	0,089	0,459	0,070
50%	0,011	0,005	0,005	0,013	0,011	0,019	0,024	0,088	0,451	0,070
100%	0,007	0,012	0,008	0,009	0,014	0,009	0,025	0,092	0,462	0,071
Media B	0,008	0,010	0,009	0,010	0,011	0,015	0,023	0,091	0,457	0,071

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 19									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,003	0,003	0,003	0,014	0,036	0,087	0,312	0,828	0,143
1%	0,003	0,002	0,002	0,007	0,012	0,044	0,087	0,320	0,819	0,144
2%	-0,002	0,002	0,003	0,007	0,012	0,041	0,092	0,320	0,822	0,144
4%	0,013	0,006	0,005	0,007	0,013	0,041	0,095	0,321	0,826	0,147
8%	0,002	0,001	0,004	0,007	0,014	0,040	0,092	0,318	0,822	0,145
16%	0,001	0,002	0,005	0,006	0,012	0,045	0,090	0,315	0,831	0,145
24%	0,003	0,005	0,005	0,009	0,014	0,042	0,089	0,320	0,823	0,146
50%	0,009	0,005	0,006	0,012	0,018	0,045	0,097	0,320	0,825	0,148
100%	0,012	0,015	0,014	0,018	0,024	0,052	0,098	0,329	0,831	0,155
Media B	0,004	0,005	0,005	0,009	0,015	0,043	0,092	0,320	0,825	0,146



**Tablas 123.** Diferencias porcentuales: modos 20 a 23 de la combinada para restringido.

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 20									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	-0,003	-0,001	-0,004	-0,004	-0,001	-0,001	-0,004	-0,002	-0,002
1%	-0,001	-0,003	0,001	-0,003	-0,002	-0,001	0,000	-0,002	0,002	-0,001
2%	-0,004	-0,001	-0,005	-0,001	-0,002	-0,001	-0,007	-0,005	-0,002	-0,003
4%	0,000	-0,004	0,001	0,000	-0,002	-0,001	-0,002	0,001	0,000	-0,001
8%	0,001	0,002	-0,001	0,001	0,001	0,001	0,003	0,003	0,003	0,001
16%	0,024	0,020	0,018	0,018	0,024	0,022	0,024	0,028	0,015	0,021
24%	0,067	0,062	0,064	0,065	0,065	0,065	0,061	0,066	0,067	0,065
50%	0,416	0,419	0,420	0,420	0,418	0,411	0,418	0,419	0,418	0,418
100%	1,489	1,483	1,487	1,475	1,485	1,482	1,484	1,481	1,484	1,483
Media B	0,221	0,219	0,220	0,219	0,220	0,220	0,220	0,221	0,220	0,220

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 21									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	-0,002	-0,002	-0,007	-0,006	-0,002	-0,002	-0,005	-0,001	-0,003
1%	-0,006	-0,003	0,001	-0,003	-0,003	-0,003	-0,002	-0,007	-0,005	-0,003
2%	-0,005	-0,002	-0,004	-0,001	-0,003	-0,003	-0,006	-0,015	-0,008	-0,005
4%	0,000	-0,006	0,002	-0,002	-0,002	0,000	-0,001	-0,002	0,000	-0,001
8%	-0,001	-0,002	-0,002	0,001	-0,002	-0,003	-0,001	0,001	-0,004	-0,001
16%	-0,001	-0,005	-0,003	-0,003	0,000	-0,001	-0,001	-0,007	-0,003	-0,003
24%	0,000	0,001	0,000	-0,004	-0,004	0,000	-0,004	-0,001	-0,001	-0,001
50%	-0,006	-0,004	0,000	0,001	-0,001	-0,001	0,003	0,001	-0,004	-0,001
100%	0,001	0,000	0,002	-0,002	-0,002	-0,003	0,001	0,000	-0,003	-0,001
Media B	-0,002	-0,003	-0,001	-0,002	-0,003	-0,002	-0,001	-0,004	-0,003	-0,002

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 22									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,012	0,009	0,007	0,022	0,052	0,099	0,291	0,680	0,130
1%	0,006	0,010	0,007	0,017	0,021	0,060	0,107	0,292	0,675	0,133
2%	0,003	0,009	0,009	0,017	0,023	0,059	0,106	0,293	0,679	0,133
4%	0,036	0,017	0,014	0,020	0,022	0,055	0,112	0,298	0,681	0,139
8%	0,006	0,008	0,010	0,019	0,024	0,054	0,103	0,291	0,677	0,132
16%	0,005	0,009	0,012	0,014	0,018	0,062	0,105	0,286	0,684	0,133
24%	0,008	0,009	0,013	0,014	0,024	0,054	0,107	0,292	0,679	0,133
50%	0,013	0,005	0,007	0,018	0,020	0,057	0,106	0,287	0,676	0,132
100%	5,833	5,771	5,835	5,717	5,791	5,787	5,825	5,789	5,784	5,792
Media B	0,657	0,650	0,657	0,649	0,663	0,693	0,741	0,902	1,246	0,762

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 23									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,014	0,008	0,006	0,017	0,008	0,028	0,107	0,538	0,081
1%	0,009	0,013	0,009	0,011	0,010	0,017	0,023	0,103	0,531	0,081
2%	0,000	0,007	0,008	0,009	0,007	0,023	0,025	0,105	0,534	0,080
4%	0,037	0,017	0,015	0,014	0,011	0,015	0,026	0,106	0,538	0,087
8%	0,007	0,010	0,014	0,014	0,014	0,020	0,032	0,108	0,536	0,084
16%	0,003	0,011	0,013	0,005	0,011	0,020	0,027	0,104	0,539	0,081
24%	0,008	0,012	0,010	0,016	0,012	0,016	0,016	0,103	0,539	0,081
50%	0,012	0,006	0,006	0,015	0,012	0,022	0,026	0,102	0,530	0,081
100%	0,012	0,018	0,016	0,020	0,031	0,060	0,105	0,298	0,691	0,139
Media B	0,010	0,012	0,011	0,012	0,014	0,022	0,034	0,126	0,553	0,088

**Tablas 124.** Diferencias porcentuales: modos 24 a 27 de la combinada para restringido.

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 24									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,002	0,002	0,000	0,005	0,007	0,023	0,100	0,296	0,048
1%	0,001	0,002	0,000	0,005	0,001	0,013	0,020	0,104	0,293	0,049
2%	0,000	0,001	0,002	0,005	0,004	0,009	0,024	0,102	0,295	0,049
4%	0,016	0,006	0,004	0,005	0,005	0,010	0,026	0,105	0,296	0,053
8%	0,001	-0,002	0,002	0,005	0,006	0,010	0,026	0,102	0,294	0,049
16%	-0,002	0,002	0,003	0,002	0,003	0,013	0,021	0,101	0,298	0,049
24%	0,000	0,003	0,003	0,005	0,005	0,009	0,022	0,102	0,296	0,049
50%	0,004	-0,002	0,000	0,004	0,004	0,010	0,024	0,100	0,293	0,049
100%	1,607	1,612	1,608	1,609	1,615	1,610	1,627	1,703	2,132	1,680
Media B	0,181	0,181	0,181	0,182	0,183	0,188	0,201	0,280	0,499	0,231

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 25									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	-0,009	-0,003	-0,006	-0,001	0,000	0,011	0,031	0,129	0,017
1%	-0,001	-0,001	0,003	-0,003	0,003	0,006	0,008	0,042	0,133	0,021
2%	-0,002	-0,002	-0,004	0,004	0,004	0,006	0,014	0,039	0,133	0,021
4%	0,016	-0,001	0,003	0,003	0,001	0,009	0,023	0,051	0,136	0,027
8%	0,013	0,013	0,012	0,018	0,019	0,021	0,031	0,063	0,143	0,037
16%	0,108	0,106	0,096	0,094	0,100	0,117	0,117	0,162	0,221	0,124
24%	0,387	0,359	0,386	0,375	0,384	0,381	0,383	0,439	0,480	0,397
50%	3,436	3,472	3,442	3,453	3,416	3,427	3,502	3,486	3,517	3,461
100%	8,807	8,809	8,809	8,810	8,812	8,817	8,826	8,901	9,077	8,852
Media B	1,418	1,416	1,416	1,416	1,415	1,420	1,435	1,468	1,552	1,440

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 26									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	-0,010	-0,003	-0,008	-0,003	-0,005	0,000	-0,005	0,051	0,002
1%	-0,002	-0,001	0,003	-0,005	0,000	0,001	-0,002	0,005	0,056	0,006
2%	-0,002	-0,003	-0,005	0,002	0,002	0,000	0,002	0,001	0,055	0,006
4%	0,013	-0,002	0,002	0,002	-0,001	0,003	0,010	0,013	0,059	0,011
8%	0,011	0,011	0,011	0,016	0,015	0,010	0,016	0,023	0,067	0,020
16%	0,060	0,059	0,052	0,052	0,055	0,056	0,058	0,067	0,123	0,065
24%	0,094	0,100	0,098	0,091	0,099	0,101	0,097	0,109	0,188	0,109
50%	0,120	0,117	0,118	0,137	0,129	0,127	0,130	0,142	0,232	0,139
100%	0,127	0,135	0,138	0,131	0,126	0,133	0,137	0,148	0,244	0,147
Media B	0,047	0,045	0,046	0,046	0,047	0,047	0,050	0,056	0,119	0,056

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 27									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	-0,005	-0,006	-0,004	-0,004	-0,007	-0,001	0,317	2,063	0,261
1%	-0,002	-0,003	0,003	-0,003	0,004	-0,001	-0,001	0,329	2,056	0,265
2%	0,000	-0,005	-0,003	0,002	0,005	0,002	-0,001	0,332	2,049	0,264
4%	0,025	0,011	0,014	0,014	0,014	0,015	0,019	0,334	2,063	0,279
8%	0,054	0,060	0,046	0,059	0,056	0,060	0,066	0,335	2,052	0,310
16%	0,253	0,258	0,246	0,233	0,250	0,253	0,248	0,337	2,067	0,461
24%	0,554	0,538	0,555	0,544	0,550	0,545	0,539	0,577	2,072	0,719
50%	1,329	1,332	1,329	1,328	1,330	1,320	1,335	1,360	2,137	1,422
100%	3,032	3,018	3,029	3,007	3,012	3,017	3,025	3,020	3,025	3,020
Media B	0,583	0,578	0,579	0,576	0,580	0,578	0,581	0,771	2,176	0,778

**Tablas 125.** Diferencias porcentuales: modos 28 a 31 de la combinada para restringido.

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 28									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	-0,006	-0,003	-0,004	-0,005	-0,003	-0,001	-0,004	0,004	-0,002
1%	-0,001	0,001	0,001	-0,007	0,002	0,001	-0,003	0,002	0,008	0,001
2%	-0,003	-0,002	-0,004	0,003	0,000	-0,002	-0,004	0,009	0,009	0,001
4%	0,006	-0,003	0,000	-0,002	-0,004	-0,002	0,002	0,025	0,020	0,005
8%	-0,001	-0,001	0,001	0,006	0,003	0,002	0,001	0,064	0,069	0,016
16%	0,018	0,009	0,000	0,012	0,012	0,015	0,017	0,264	0,254	0,067
24%	0,054	0,042	0,055	0,053	0,053	0,059	0,041	0,328	0,559	0,138
50%	0,479	0,480	0,481	0,478	0,479	0,469	0,484	0,483	1,270	0,567
100%	2,335	2,338	2,340	2,320	2,336	2,332	2,350	2,341	2,382	2,342
Media B	0,321	0,318	0,319	0,318	0,320	0,319	0,321	0,390	0,508	0,348

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 29									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	-0,007	-0,004	-0,005	-0,003	-0,002	-0,005	-0,010	0,001	-0,004
1%	-0,003	0,000	0,001	-0,005	0,005	-0,001	-0,006	0,004	0,006	0,000
2%	-0,006	0,000	-0,007	0,000	0,001	0,000	-0,002	-0,004	0,005	-0,002
4%	0,002	-0,001	0,001	0,000	-0,003	0,000	0,002	0,003	0,004	0,001
8%	0,000	-0,004	0,003	0,004	0,004	-0,001	0,003	0,005	0,001	0,002
16%	0,004	0,003	0,002	-0,001	0,002	0,007	0,001	0,027	0,009	0,006
24%	-0,001	0,006	0,007	0,000	0,002	0,006	0,000	0,060	0,062	0,016
50%	-0,007	-0,004	-0,006	0,010	0,000	-0,001	0,004	0,342	0,478	0,091
100%	0,004	0,007	0,005	0,003	-0,003	0,006	0,058	0,470	2,125	0,297
Media B	-0,001	0,000	0,000	0,001	0,001	0,002	0,006	0,100	0,299	0,045

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 30									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	-0,009	-0,001	-0,011	-0,009	0,001	-0,003	-0,008	0,005	-0,004
1%	-0,002	0,002	0,004	-0,009	-0,014	0,002	-0,004	0,002	0,001	-0,002
2%	-0,005	0,000	-0,007	0,002	0,002	-0,002	-0,003	-0,002	0,005	-0,001
4%	-0,001	-0,015	0,000	0,002	-0,016	-0,004	0,004	0,004	0,005	-0,002
8%	0,000	-0,007	0,005	0,004	0,005	-0,010	0,003	0,007	0,003	0,001
16%	0,002	0,001	-0,003	-0,001	0,001	-0,007	0,000	0,006	0,005	0,000
24%	-0,001	0,005	0,002	-0,008	0,000	0,004	0,002	0,012	0,004	0,002
50%	-0,007	-0,014	-0,004	0,008	0,001	0,001	0,002	0,010	-0,005	-0,001
100%	0,000	0,002	0,008	-0,002	-0,005	0,004	0,011	0,011	0,001	0,003
Media B	-0,002	-0,004	0,000	-0,002	-0,004	-0,001	0,001	0,005	0,003	0,000

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 31									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,002	0,002	0,002	0,012	0,034	0,092	0,137	0,148	0,048
1%	0,002	0,002	0,002	0,006	0,011	0,042	0,092	0,154	0,150	0,051
2%	-0,002	0,001	0,002	0,007	0,011	0,040	0,097	0,140	0,147	0,049
4%	0,012	0,005	0,004	0,006	0,012	0,039	0,100	0,155	0,155	0,054
8%	0,001	0,001	0,003	0,006	0,013	0,039	0,098	0,159	0,148	0,052
16%	0,001	0,002	0,004	0,006	0,011	0,043	0,095	0,150	0,144	0,051
24%	0,003	0,005	0,004	0,008	0,013	0,041	0,094	0,157	0,150	0,053
50%	0,017	0,013	0,015	0,020	0,025	0,052	0,109	0,158	0,147	0,062
100%	0,116	0,118	0,118	0,121	0,128	0,153	0,158	0,153	0,147	0,135
Media B	0,017	0,017	0,017	0,020	0,026	0,054	0,104	0,151	0,148	0,062

**Tablas 126.** Diferencias porcentuales: modos 32 a 35 de la combinada para restringido.

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 32									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,014	0,010	0,007	0,021	0,044	0,078	0,204	0,631	0,112
1%	0,006	0,011	0,008	0,018	0,020	0,052	0,086	0,204	0,622	0,114
2%	0,004	0,010	0,010	0,017	0,022	0,051	0,085	0,205	0,625	0,114
4%	0,040	0,018	0,015	0,021	0,021	0,047	0,090	0,209	0,631	0,121
8%	0,007	0,010	0,012	0,020	0,023	0,046	0,081	0,201	0,628	0,114
16%	0,006	0,011	0,013	0,014	0,017	0,054	0,083	0,198	0,632	0,114
24%	0,009	0,010	0,014	0,015	0,023	0,045	0,086	0,204	0,632	0,115
50%	0,015	0,005	0,008	0,019	0,019	0,050	0,084	0,199	0,623	0,114
100%	0,007	0,014	0,012	0,015	0,025	0,047	0,079	0,205	0,634	0,115
Media B	0,011	0,012	0,011	0,016	0,021	0,049	0,084	0,203	0,629	0,115

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 33									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,015	0,009	0,007	0,018	0,010	0,031	0,123	0,593	0,090
1%	0,009	0,013	0,009	0,011	0,010	0,018	0,027	0,118	0,586	0,089
2%	0,000	0,007	0,009	0,009	0,007	0,025	0,028	0,121	0,591	0,089
4%	0,041	0,017	0,016	0,015	0,012	0,016	0,029	0,123	0,595	0,096
8%	0,007	0,011	0,015	0,015	0,015	0,022	0,035	0,124	0,591	0,093
16%	0,003	0,012	0,014	0,005	0,011	0,022	0,030	0,121	0,598	0,091
24%	0,008	0,012	0,011	0,017	0,012	0,017	0,019	0,119	0,593	0,090
50%	0,013	0,007	0,006	0,015	0,012	0,024	0,028	0,119	0,590	0,090
100%	0,009	0,014	0,010	0,009	0,017	0,013	0,031	0,121	0,600	0,091
Media B	0,010	0,012	0,011	0,011	0,013	0,018	0,029	0,121	0,593	0,091

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 34									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,003	0,003	0,001	0,006	0,008	0,024	0,105	0,315	0,052
1%	0,002	0,003	0,001	0,005	0,002	0,014	0,021	0,108	0,312	0,052
2%	0,000	0,002	0,002	0,005	0,005	0,010	0,026	0,106	0,313	0,052
4%	0,017	0,007	0,005	0,006	0,005	0,011	0,028	0,109	0,315	0,056
8%	0,001	-0,001	0,003	0,006	0,006	0,011	0,028	0,107	0,313	0,053
16%	-0,001	0,003	0,004	0,003	0,003	0,014	0,023	0,106	0,317	0,052
24%	0,001	0,004	0,003	0,005	0,006	0,010	0,023	0,106	0,315	0,053
50%	0,004	-0,002	0,000	0,005	0,004	0,011	0,025	0,105	0,312	0,052
100%	0,000	0,003	0,003	0,004	0,006	0,012	0,022	0,107	0,314	0,052
Media B	0,003	0,002	0,003	0,004	0,005	0,011	0,024	0,107	0,314	0,053

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 35									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,015	0,011	0,009	0,021	0,039	0,064	0,177	0,789	0,125
1%	0,007	0,013	0,010	0,020	0,019	0,047	0,072	0,178	0,779	0,127
2%	0,005	0,012	0,010	0,018	0,022	0,045	0,071	0,178	0,781	0,127
4%	0,044	0,020	0,016	0,022	0,020	0,041	0,076	0,181	0,788	0,134
8%	0,009	0,012	0,013	0,021	0,023	0,041	0,067	0,173	0,784	0,127
16%	0,007	0,013	0,014	0,015	0,017	0,049	0,069	0,172	0,790	0,127
24%	0,010	0,011	0,015	0,015	0,022	0,038	0,072	0,177	0,791	0,128
50%	0,017	0,005	0,010	0,020	0,018	0,045	0,070	0,173	0,780	0,127
100%	0,008	0,015	0,013	0,016	0,024	0,041	0,065	0,177	0,792	0,128
Media B	0,012	0,013	0,012	0,017	0,020	0,043	0,069	0,176	0,786	0,128

**Tablas 127.** Diferencias porcentuales: modos 36 a 39 de la combinada para restringido.

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 36									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,016	0,010	0,007	0,019	0,012	0,034	0,145	0,718	0,107
1%	0,009	0,014	0,009	0,011	0,011	0,020	0,031	0,139	0,709	0,106
2%	0,001	0,008	0,008	0,009	0,008	0,027	0,031	0,142	0,713	0,105
4%	0,045	0,018	0,017	0,016	0,012	0,018	0,033	0,144	0,718	0,114
8%	0,007	0,012	0,014	0,016	0,016	0,024	0,038	0,145	0,713	0,109
16%	0,003	0,013	0,015	0,005	0,012	0,024	0,034	0,142	0,722	0,108
24%	0,009	0,012	0,012	0,017	0,012	0,017	0,023	0,141	0,717	0,107
50%	0,013	0,007	0,006	0,016	0,013	0,026	0,031	0,140	0,711	0,107
100%	0,009	0,014	0,011	0,009	0,018	0,014	0,034	0,142	0,725	0,108
Media B	0,011	0,013	0,011	0,012	0,014	0,020	0,032	0,142	0,716	0,108

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 37									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,003	0,003	0,001	0,006	0,008	0,025	0,108	0,815	0,108
1%	0,002	0,003	0,001	0,005	0,002	0,014	0,023	0,113	0,807	0,108
2%	0,000	0,002	0,002	0,006	0,005	0,010	0,027	0,110	0,800	0,107
4%	0,017	0,007	0,005	0,006	0,005	0,012	0,028	0,113	0,816	0,112
8%	0,001	-0,001	0,003	0,006	0,006	0,012	0,028	0,111	0,804	0,108
16%	-0,001	0,003	0,003	0,003	0,003	0,014	0,023	0,110	0,818	0,109
24%	0,000	0,004	0,003	0,006	0,006	0,011	0,024	0,110	0,813	0,109
50%	0,004	-0,002	0,000	0,005	0,004	0,012	0,026	0,109	0,806	0,107
100%	0,000	0,003	0,002	0,003	0,006	0,012	0,022	0,111	0,829	0,110
Media B	0,003	0,002	0,003	0,005	0,005	0,012	0,025	0,111	0,812	0,109

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 38									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,003	0,003	0,003	0,015	0,040	0,105	0,509	1,794	0,275
1%	0,003	0,003	0,002	0,008	0,013	0,050	0,105	0,521	1,792	0,277
2%	-0,002	0,002	0,003	0,008	0,013	0,046	0,110	0,524	1,793	0,278
4%	0,015	0,006	0,005	0,008	0,014	0,046	0,114	0,527	1,794	0,281
8%	0,002	0,001	0,004	0,008	0,016	0,045	0,112	0,527	1,792	0,278
16%	0,000	0,002	0,005	0,006	0,013	0,050	0,108	0,521	1,796	0,278
24%	0,002	0,005	0,004	0,009	0,015	0,047	0,107	0,522	1,794	0,278
50%	0,009	0,004	0,006	0,012	0,019	0,050	0,115	0,526	1,791	0,281
100%	0,042	0,045	0,044	0,048	0,055	0,088	0,148	0,566	1,793	0,314
Media B	0,008	0,008	0,008	0,012	0,019	0,052	0,114	0,527	1,793	0,282

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 39									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,018	0,012	0,011	0,021	0,035	0,052	0,166	0,991	0,145
1%	0,009	0,016	0,012	0,022	0,019	0,043	0,059	0,162	0,979	0,147
2%	0,006	0,014	0,011	0,020	0,022	0,040	0,058	0,164	0,982	0,146
4%	0,049	0,022	0,018	0,024	0,019	0,036	0,063	0,166	0,990	0,154
8%	0,010	0,014	0,015	0,023	0,024	0,037	0,056	0,167	0,984	0,148
16%	0,008	0,016	0,016	0,016	0,017	0,045	0,057	0,164	0,993	0,148
24%	0,012	0,013	0,017	0,017	0,022	0,031	0,059	0,162	0,993	0,147
50%	0,019	0,006	0,012	0,022	0,018	0,042	0,057	0,162	0,981	0,147
100%	0,008	0,017	0,014	0,018	0,024	0,036	0,053	0,162	0,992	0,147
Media B	0,014	0,015	0,014	0,019	0,021	0,038	0,057	0,164	0,987	0,148



**Tablas 128.** Diferencias porcentuales: modos 40 a 43 de la combinada para restringido.

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 40									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,017	0,011	0,008	0,021	0,014	0,038	0,148	0,844	0,122
1%	0,008	0,016	0,011	0,012	0,012	0,022	0,035	0,149	0,833	0,122
2%	0,002	0,009	0,008	0,009	0,010	0,030	0,036	0,148	0,837	0,121
4%	0,049	0,019	0,019	0,017	0,014	0,020	0,037	0,153	0,847	0,130
8%	0,008	0,013	0,015	0,017	0,018	0,026	0,042	0,145	0,839	0,125
16%	0,004	0,014	0,016	0,005	0,013	0,026	0,039	0,143	0,850	0,123
24%	0,009	0,013	0,013	0,018	0,013	0,018	0,027	0,148	0,845	0,123
50%	0,014	0,007	0,007	0,018	0,013	0,029	0,035	0,145	0,837	0,123
100%	0,009	0,015	0,012	0,009	0,019	0,016	0,037	0,148	0,853	0,124
Media B	0,011	0,014	0,012	0,013	0,015	0,022	0,036	0,147	0,843	0,124

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 41									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,004	0,004	0,001	0,007	0,010	0,026	0,113	0,344	0,056
1%	0,002	0,004	0,002	0,006	0,003	0,016	0,024	0,117	0,340	0,057
2%	0,000	0,003	0,002	0,006	0,006	0,012	0,028	0,115	0,342	0,057
4%	0,018	0,008	0,006	0,007	0,006	0,013	0,030	0,119	0,343	0,061
8%	0,002	-0,001	0,004	0,006	0,007	0,013	0,030	0,116	0,341	0,057
16%	-0,001	0,004	0,004	0,004	0,004	0,015	0,025	0,115	0,345	0,057
24%	0,001	0,005	0,004	0,006	0,006	0,011	0,026	0,114	0,343	0,057
50%	0,005	-0,001	0,001	0,006	0,005	0,013	0,027	0,113	0,340	0,056
100%	0,001	0,004	0,003	0,004	0,007	0,013	0,023	0,116	0,343	0,057
Media B	0,003	0,003	0,003	0,005	0,006	0,013	0,027	0,115	0,342	0,057

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 42									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,004	0,004	0,004	0,017	0,044	0,113	0,524	2,233	0,327
1%	0,003	0,004	0,003	0,009	0,014	0,055	0,112	0,536	2,226	0,329
2%	-0,001	0,003	0,003	0,009	0,015	0,050	0,119	0,539	2,219	0,328
4%	0,017	0,007	0,006	0,009	0,016	0,050	0,123	0,542	2,234	0,334
8%	0,002	0,001	0,005	0,009	0,018	0,050	0,120	0,542	2,222	0,330
16%	0,001	0,004	0,006	0,008	0,015	0,056	0,117	0,537	2,236	0,331
24%	0,005	0,007	0,007	0,012	0,018	0,053	0,117	0,540	2,231	0,332
50%	0,014	0,008	0,011	0,017	0,025	0,059	0,128	0,545	2,224	0,337
100%	0,056	0,059	0,058	0,062	0,071	0,106	0,170	0,594	2,247	0,380
Media B	0,011	0,011	0,011	0,016	0,023	0,058	0,124	0,544	2,230	0,337

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 43									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,019	0,013	0,012	0,021	0,031	0,042	0,192	1,217	0,172
1%	0,010	0,017	0,014	0,023	0,018	0,039	0,049	0,187	1,203	0,173
2%	0,007	0,015	0,012	0,020	0,022	0,035	0,048	0,189	1,205	0,172
4%	0,054	0,023	0,019	0,025	0,018	0,032	0,053	0,192	1,216	0,181
8%	0,011	0,015	0,016	0,024	0,023	0,034	0,051	0,193	1,207	0,175
16%	0,009	0,017	0,016	0,016	0,016	0,041	0,047	0,191	1,219	0,175
24%	0,012	0,014	0,018	0,018	0,021	0,025	0,050	0,187	1,220	0,174
50%	0,020	0,006	0,013	0,022	0,017	0,039	0,048	0,188	1,207	0,173
100%	0,008	0,019	0,015	0,019	0,024	0,032	0,046	0,187	1,216	0,174
Media B	0,015	0,016	0,015	0,020	0,020	0,034	0,048	0,190	1,212	0,174



**Tablas 129.** Diferencias porcentuales: modos 44 a 47 de la combinada para restringido.

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 44									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,021	0,014	0,009	0,025	0,019	0,047	0,170	1,248	0,173
1%	0,008	0,020	0,014	0,014	0,015	0,027	0,045	0,174	1,234	0,172
2%	0,003	0,011	0,009	0,010	0,012	0,036	0,045	0,171	1,237	0,171
4%	0,062	0,022	0,023	0,020	0,017	0,024	0,048	0,176	1,252	0,183
8%	0,008	0,016	0,017	0,021	0,022	0,033	0,048	0,167	1,240	0,175
16%	0,004	0,017	0,019	0,007	0,015	0,033	0,049	0,166	1,255	0,174
24%	0,011	0,014	0,016	0,022	0,015	0,021	0,036	0,171	1,250	0,173
50%	0,016	0,008	0,008	0,021	0,016	0,036	0,044	0,168	1,238	0,173
100%	0,012	0,018	0,017	0,012	0,023	0,022	0,044	0,170	1,261	0,175
Media B	0,014	0,016	0,015	0,015	0,018	0,028	0,045	0,170	1,246	0,174

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 45									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,004	0,004	0,002	0,008	0,010	0,028	0,118	0,360	0,059
1%	0,002	0,004	0,002	0,007	0,003	0,017	0,025	0,123	0,356	0,060
2%	0,001	0,003	0,003	0,007	0,006	0,013	0,030	0,120	0,357	0,060
4%	0,019	0,008	0,007	0,008	0,007	0,014	0,032	0,124	0,358	0,064
8%	0,002	0,000	0,004	0,007	0,008	0,013	0,032	0,121	0,357	0,060
16%	-0,001	0,005	0,005	0,004	0,005	0,017	0,026	0,120	0,361	0,060
24%	0,001	0,005	0,004	0,007	0,007	0,013	0,027	0,120	0,359	0,060
50%	0,439	0,437	0,439	0,438	0,428	0,427	0,447	0,438	0,438	0,437
100%	3,963	3,956	3,965	3,919	3,960	3,948	3,947	3,944	3,952	3,950
Media B	0,492	0,491	0,492	0,489	0,492	0,497	0,511	0,581	0,766	0,535

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 46									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	-0,003	0,003	-0,001	0,001	-0,002	-0,001	-0,004	0,004	0,000
1%	-0,001	0,003	0,004	0,002	0,005	0,002	0,000	0,003	0,006	0,003
2%	0,003	0,003	0,000	0,004	0,003	0,006	0,003	0,000	0,006	0,003
4%	0,010	0,007	0,004	0,009	0,001	0,003	0,011	0,007	0,006	0,006
8%	0,015	0,020	0,013	0,017	0,020	0,017	0,018	0,019	0,019	0,017
16%	0,067	0,063	0,061	0,061	0,068	0,073	0,065	0,075	0,063	0,066
24%	0,173	0,169	0,177	0,170	0,174	0,177	0,173	0,179	0,176	0,174
50%	0,667	0,660	0,663	0,667	0,666	0,675	0,690	0,779	1,014	0,720
100%	0,663	0,666	0,665	0,666	0,669	0,676	0,686	0,782	1,017	0,721
Media B	0,177	0,177	0,177	0,177	0,179	0,181	0,183	0,204	0,257	0,190

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 47									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	-0,005	0,001	-0,004	-0,001	-0,002	0,000	-0,007	-0,001	-0,002
1%	0,000	0,002	0,001	-0,006	-0,004	-0,002	0,000	0,003	-0,004	-0,001
2%	-0,001	-0,001	-0,004	0,003	-0,001	0,000	0,003	-0,010	0,001	-0,001
4%	-0,001	0,001	0,003	0,003	0,000	0,003	0,006	-0,004	0,002	0,001
8%	0,002	-0,002	0,005	0,005	0,003	-0,002	0,005	0,006	-0,001	0,002
16%	0,000	-0,003	-0,001	0,005	0,002	0,003	-0,003	-0,001	-0,002	0,000
24%	-0,001	0,003	0,004	-0,004	-0,009	0,005	0,005	-0,001	0,002	0,000
50%	-0,008	-0,003	-0,003	0,007	0,002	0,001	0,000	0,006	-0,004	0,000
100%	0,004	0,003	0,005	0,000	-0,004	-0,001	0,006	0,005	0,001	0,002
Media B	0,000	-0,001	0,001	0,001	-0,001	0,001	0,002	0,000	-0,001	0,000

**Tablas 130.** Diferencias porcentuales: modos 48 a 50 de la combinada para restringido.

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 48									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,022	0,015	0,015	0,023	0,031	0,043	0,220	1,503	0,208
1%	0,012	0,019	0,016	0,026	0,019	0,040	0,047	0,215	1,488	0,209
2%	0,009	0,018	0,013	0,022	0,024	0,033	0,046	0,216	1,486	0,207
4%	0,058	0,025	0,021	0,028	0,018	0,031	0,050	0,220	1,506	0,217
8%	0,014	0,018	0,018	0,026	0,024	0,034	0,055	0,220	1,492	0,211
16%	0,011	0,020	0,018	0,018	0,017	0,042	0,044	0,219	1,509	0,211
24%	0,014	0,017	0,019	0,020	0,021	0,022	0,048	0,214	1,501	0,208
50%	0,023	0,008	0,016	0,024	0,017	0,039	0,046	0,214	1,489	0,208
100%	1,684	1,683	1,717	1,622	1,683	1,659	1,727	1,667	1,722	1,685
Media B	0,203	0,203	0,206	0,200	0,205	0,214	0,234	0,378	1,522	0,374

DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 49									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,020	0,014	0,010	0,023	0,019	0,043	0,172	1,446	0,194
1%	0,006	0,019	0,013	0,014	0,014	0,026	0,043	0,178	1,433	0,194
2%	0,006	0,012	0,009	0,011	0,013	0,033	0,043	0,174	1,434	0,193
4%	0,058	0,021	0,021	0,019	0,017	0,022	0,045	0,179	1,445	0,203
8%	0,008	0,016	0,015	0,021	0,021	0,031	0,041	0,172	1,436	0,196
16%	0,004	0,016	0,018	0,007	0,015	0,031	0,045	0,172	1,448	0,195
24%	0,011	0,013	0,016	0,019	0,014	0,018	0,035	0,175	1,451	0,195
50%	0,015	0,008	0,009	0,021	0,014	0,034	0,040	0,172	1,436	0,194
100%	0,909	0,904	0,909	0,864	0,901	0,895	0,911	0,885	1,485	0,962
Media B	0,113	0,114	0,114	0,110	0,115	0,123	0,138	0,253	1,446	0,281

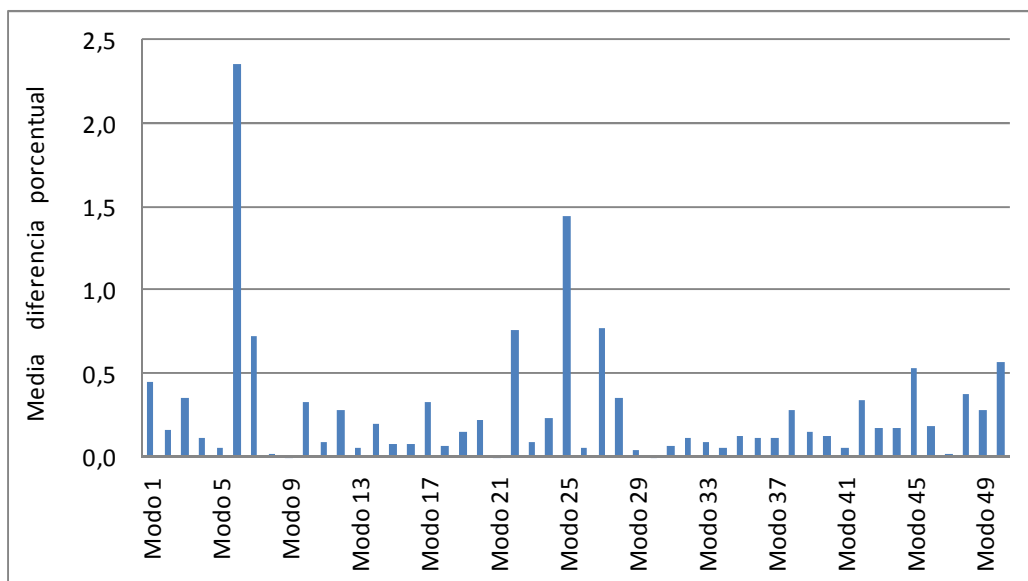
DIFERENCIA PORCENTUAL	Modo 50									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,004	0,005	0,004	0,019	0,047	0,118	0,490	1,746	0,270
1%	0,004	0,005	0,004	0,011	0,016	0,060	0,114	0,502	1,741	0,273
2%	-0,001	0,004	0,003	0,011	0,018	0,053	0,123	0,503	1,739	0,272
4%	0,024	0,008	0,007	0,011	0,018	0,055	0,128	0,508	1,745	0,278
8%	0,004	0,002	0,006	0,012	0,022	0,055	0,127	0,508	1,738	0,275
16%	0,007	0,011	0,012	0,014	0,022	0,067	0,126	0,509	1,750	0,280
24%	0,018	0,020	0,022	0,026	0,032	0,069	0,132	0,518	1,750	0,287
50%	0,069	0,063	0,066	0,074	0,081	0,116	0,185	0,554	1,754	0,329
100%	2,661	2,672	2,669	2,673	2,677	2,683	2,698	2,860	4,056	2,850
Media B	0,310	0,310	0,310	0,315	0,323	0,356	0,417	0,772	2,002	0,568

En el caso del eje restringido nos encontramos con que en todos los modos la media más alta de la diferencia porcentual cae para el 100% de tamaño de grieta en alguna de las dos posiciones a estudio.

Además, ambas posiciones registran la media máxima de la diferencia porcentual para un 100% del tamaño de la grieta en 18 de los 50 modos de vibración. Así, las mayores medias de diferencias unitarias obtenidas para eje restringido son:

- Modo 6 al porcentaje de 100% en la Posición A, con un 14.78%.
- Modo 7 al porcentaje de 100% en la Posición A, con un 5.88%.
- Modo 22 al porcentaje de 100% en la Posición A, con un 5.79%.
- Modo 25 al porcentaje de 100% en la Posición A, con un 8.85%.

Tomando el promedio obtenido en cada modo, podemos construir la siguiente grafica:



**Figura 149** Gráfica de la diferencia porcentual respecto al modo de vibración en eje restringido.

En esta representación grafica podemos ver que los modos que presentan las medias con las mayores diferencias porcentuales son:

- Modo 6, con un 2.35% de diferencia media con respecto al eje nuevo.
- Modo 22, con un 0.76% de diferencia media con respecto al eje nuevo.
- Modo 25, con un 1.45% de diferencia media con respecto al eje nuevo.
- Modo 27, con un 0.78% de diferencia media con respecto al eje nuevo.

### 9.7.2. Diferencias unitarias en eje restringido con grietas combinadas

En este apartado repetiremos el método anteriormente empleado, en este caso para el eje restringido y usando valores unitarios. Posteriormente calcularemos las medias para cada porcentaje de valor de grieta, obteniendo finalmente un promedio global para cada modo.

**Tablas 131.** Diferencias unitarias: modo 1 de la combinada para eje restringido.

DIFERENCIA UNITARIA		Modo 1								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,021	0,023	0,017	0,096	0,312	0,773	3,408	8,348	1,444
1%	0,024	0,011	0,005	0,044	0,099	0,361	0,791	3,468	8,341	1,460
2%	-0,001	0,018	0,022	0,045	0,098	0,341	0,813	3,481	8,338	1,462
4%	0,072	0,032	0,036	0,055	0,099	0,340	0,843	3,505	8,351	1,481
8%	0,009	0,005	0,023	0,049	0,102	0,327	0,807	3,491	8,304	1,457
16%	0,006	0,007	0,031	0,042	0,080	0,361	0,801	3,458	8,365	1,461
24%	0,017	0,019	0,023	0,045	0,102	0,346	0,807	3,469	8,322	1,461
50%	0,027	0,014	0,009	0,049	0,090	0,331	0,812	3,464	8,299	1,455
100%	0,012	0,023	0,022	0,044	0,105	0,346	0,775	3,464	8,317	1,456
Media B	0,018	0,017	0,022	0,043	0,097	0,341	0,802	3,468	8,332	1,460

**Tablas 132.** Diferencias unitarias: modos 2 al 5 de la combinada para eje restringido.

DIFERENCIA UNITARIA	Modo 2									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,025	0,011	0,008	0,035	0,007	0,080	0,507	3,874	0,505
1%	0,015	0,022	0,016	0,030	0,013	0,045	0,055	0,526	3,863	0,509
2%	-0,014	0,005	0,011	0,031	0,009	0,046	0,081	0,530	3,858	0,506
4%	0,070	0,040	0,026	0,027	0,023	0,036	0,077	0,530	3,878	0,523
8%	0,014	0,008	0,029	0,029	0,034	0,042	0,095	0,533	3,867	0,517
16%	0,005	0,013	0,016	0,015	0,024	0,047	0,069	0,520	3,875	0,509
24%	0,008	0,029	0,013	0,036	0,023	0,037	0,048	0,516	3,885	0,511
50%	0,023	-0,005	0,009	0,029	0,029	0,041	0,087	0,511	3,834	0,506
100%	0,009	0,026	0,011	0,028	0,022	0,023	0,079	0,531	3,859	0,510
Media B	0,014	0,018	0,016	0,026	0,024	0,036	0,075	0,523	3,866	0,511

DIFERENCIA UNITARIA	Modo 3									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,060	0,060	0,040	0,236	0,735	1,750	7,150	16,186	2,913
1%	0,057	0,035	0,015	0,115	0,242	0,845	1,810	7,253	16,172	2,949
2%	0,000	0,049	0,058	0,120	0,240	0,812	1,848	7,288	16,180	2,955
4%	0,195	0,090	0,096	0,146	0,244	0,798	1,920	7,341	16,191	3,002
8%	0,026	0,021	0,060	0,131	0,250	0,766	1,827	7,299	16,107	2,943
16%	0,019	0,025	0,083	0,108	0,719	0,852	1,822	7,223	16,224	3,008
24%	0,047	0,049	0,069	0,115	0,252	0,816	1,837	7,260	16,137	2,954
50%	0,073	0,036	0,027	0,132	0,221	0,779	1,845	7,236	16,098	2,939
100%	0,039	0,067	0,063	0,112	0,262	0,809	1,758	7,256	16,143	2,945
Media B	0,051	0,048	0,059	0,113	0,296	0,801	1,824	7,256	16,160	2,957

DIFERENCIA UNITARIA	Modo 4									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,078	0,036	0,029	0,099	0,019	0,191	1,006	7,145	0,956
1%	0,049	0,065	0,047	0,082	0,044	0,114	0,129	1,032	7,115	0,964
2%	-0,031	0,021	0,042	0,080	0,026	0,127	0,185	1,045	7,114	0,957
4%	0,200	0,112	0,077	0,081	0,064	0,094	0,177	1,044	7,149	1,000
8%	0,044	0,034	0,091	0,081	0,093	0,113	0,223	1,056	7,136	0,986
16%	0,019	0,044	0,054	0,038	0,745	0,120	0,164	1,021	7,143	1,039
24%	0,033	0,082	0,044	0,101	0,068	0,101	0,096	1,014	7,162	0,967
50%	0,069	0,004	0,030	0,084	0,079	0,114	0,198	1,001	7,053	0,959
100%	0,035	0,076	0,038	0,075	0,072	0,056	0,186	1,050	7,128	0,968
Media B	0,046	0,057	0,051	0,072	0,143	0,095	0,172	1,030	7,127	0,977

DIFERENCIA UNITARIA	Modo 5									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,020	0,020	0,000	0,050	0,070	0,230	1,020	3,120	0,503
1%	0,010	0,020	0,000	0,040	0,010	0,130	0,200	1,060	3,100	0,508
2%	-0,010	0,020	0,020	0,050	0,040	0,090	0,250	1,040	3,110	0,512
4%	0,160	0,060	0,040	0,050	0,040	0,100	0,260	1,070	3,130	0,546
8%	0,010	-0,020	0,020	0,050	0,060	0,100	0,260	1,040	3,110	0,514
16%	-0,020	0,020	0,030	0,020	0,030	0,130	0,210	1,030	3,140	0,510
24%	0,000	0,030	0,020	0,050	0,050	0,090	0,220	1,040	3,130	0,514
50%	0,040	-0,020	0,000	0,040	0,040	0,100	0,240	1,020	3,100	0,507
100%	0,000	0,030	0,020	0,030	0,050	0,110	0,210	1,050	3,120	0,513
Media B	0,021	0,018	0,019	0,037	0,041	0,102	0,231	1,041	3,118	0,514

**Tablas 133.** Diferencias unitarias: modos 6 al 9 de la combinada para eje restringido.

DIFERENCIA UNITARIA	Modo 6									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	-0,140	-0,130	-0,080	-0,040	-0,140	-0,060	-0,230	-0,100	-0,102
1%	-0,040	-0,090	0,020	-0,170	0,020	-0,100	-0,070	-0,090	0,020	-0,056
2%	-0,170	-0,120	-0,190	-0,030	-0,030	-0,170	-0,120	-0,020	-0,130	-0,109
4%	0,290	-0,010	0,190	0,040	0,090	0,140	0,200	0,200	0,100	0,138
8%	0,640	0,800	0,390	0,810	0,720	0,810	0,950	0,810	0,890	0,758
16%	4,650	4,700	4,380	4,070	4,420	4,640	4,560	4,910	4,510	4,538
24%	12,820	12,260	12,690	12,450	12,710	12,350	12,280	13,100	12,740	12,600
50%	71,860	72,230	71,770	71,910	71,410	71,400	72,740	72,420	72,140	71,987
100%	208,460	207,410	209,050	206,930	208,250	208,080	208,530	207,870	207,140	207,969
Media B	33,168	33,004	33,130	32,881	33,061	33,001	33,223	33,219	33,034	33,080

DIFERENCIA UNITARIA	Modo 7									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	-0,170	-0,140	-0,170	-0,200	-0,130	-0,030	-0,340	-0,080	-0,140
1%	-0,030	-0,100	0,040	-0,180	0,050	-0,090	-0,100	-0,170	0,060	-0,058
2%	-0,150	-0,170	-0,130	-0,010	-0,110	-0,110	-0,140	-0,230	-0,080	-0,126
4%	0,090	-0,150	0,000	-0,160	-0,130	-0,080	0,060	-0,050	-0,060	-0,053
8%	-0,020	-0,130	-0,060	0,080	-0,060	0,000	-0,100	0,020	-0,140	-0,046
16%	0,100	-0,080	-0,090	0,070	-0,020	0,050	0,120	0,240	-0,100	0,032
24%	0,650	0,330	0,610	0,650	0,620	0,690	0,270	0,680	0,690	0,577
50%	8,880	8,950	8,950	8,840	8,840	8,540	8,950	8,970	8,660	8,842
100%	83,280	82,650	83,070	82,410	82,630	82,650	82,850	82,820	82,690	82,783
Media B	10,311	10,126	10,250	10,170	10,180	10,169	10,209	10,216	10,182	10,201

DIFERENCIA UNITARIA	Modo 8									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	-0,130	-0,030	-0,130	-0,090	-0,020	-0,020	-0,260	0,010	-0,074
1%	-0,050	-0,040	0,130	-0,070	0,090	0,060	-0,060	-0,080	0,010	-0,001
2%	-0,110	-0,020	-0,080	0,010	0,040	-0,070	-0,020	-0,140	0,050	-0,038
4%	0,160	-0,020	0,070	-0,070	-0,120	-0,010	0,100	0,080	0,080	0,030
8%	-0,010	-0,040	0,050	0,010	0,090	0,040	0,020	0,060	-0,130	0,010
16%	0,180	-0,050	-0,160	0,010	0,110	0,190	0,130	0,160	0,020	0,066
24%	0,070	0,250	0,160	0,050	0,150	0,160	0,020	0,210	0,070	0,127
50%	-0,120	-0,070	-0,080	0,300	0,070	0,010	0,160	0,180	-0,020	0,048
100%	0,130	0,240	0,210	0,130	0,040	0,240	0,200	0,220	0,010	0,158
Media B	0,028	0,013	0,030	0,027	0,042	0,067	0,059	0,048	0,011	0,036

DIFERENCIA UNITARIA	Modo 9									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	-0,280	-0,070	-0,400	-0,310	0,000	-0,030	-0,360	-0,270	-0,191
1%	-0,110	-0,020	0,120	-0,150	-0,250	0,000	-0,130	-0,110	-0,090	-0,082
2%	-0,080	-0,080	-0,170	0,030	0,070	-0,030	-0,130	-0,370	-0,250	-0,112
4%	0,040	-0,420	0,050	-0,050	-0,220	-0,100	0,020	0,040	0,050	-0,066
8%	-0,030	0,000	0,080	0,050	0,060	-0,300	0,050	0,050	-0,170	-0,023
16%	0,030	-0,010	-0,190	-0,020	0,090	-0,200	0,060	-0,090	-0,360	-0,077
24%	-0,030	0,090	-0,010	-0,240	-0,020	0,100	0,020	0,000	-0,020	-0,012
50%	-0,130	-0,170	-0,080	0,170	0,020	0,020	0,090	0,070	-0,040	-0,006
100%	-0,010	0,050	0,190	0,000	-0,110	-0,020	0,040	-0,020	-0,140	-0,002
Media B	-0,036	-0,093	-0,009	-0,068	-0,074	-0,059	-0,001	-0,088	-0,143	-0,063

**Tablas 134.** Diferencias unitarias: modos 10 al 13 de la combinada para eje restringido.

DIFERENCIA UNITARIA	Modo 10									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,130	0,120	0,080	0,410	1,210	2,760	11,040	29,400	5,017
1%	0,100	0,090	0,040	0,220	0,420	1,380	2,880	11,190	29,320	5,071
2%	0,010	0,100	0,110	0,230	0,420	1,340	2,930	11,250	29,300	5,077
4%	0,390	0,190	0,180	0,280	0,420	1,300	3,050	11,330	29,360	5,167
8%	0,060	0,060	0,120	0,250	0,430	1,250	2,880	11,250	29,180	5,053
16%	0,050	0,070	0,160	0,200	0,350	1,400	2,890	11,130	29,440	5,077
24%	0,100	0,100	0,150	0,210	0,440	1,330	2,920	11,200	29,250	5,078
50%	0,150	0,070	0,070	0,250	0,380	1,280	2,920	11,170	29,150	5,049
100%	0,090	0,140	0,130	0,210	0,460	1,320	2,790	11,210	29,280	5,070
Media B	0,106	0,106	0,120	0,214	0,414	1,312	2,891	11,197	29,298	5,073

DIFERENCIA UNITARIA	Modo 11									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,160	0,080	0,060	0,200	0,050	0,340	1,510	9,630	1,337
1%	0,100	0,130	0,100	0,150	0,090	0,210	0,230	1,520	9,570	1,344
2%	-0,050	0,050	0,090	0,140	0,060	0,250	0,320	1,550	9,590	1,333
4%	0,400	0,220	0,160	0,160	0,120	0,180	0,310	1,550	9,640	1,416
8%	0,090	0,080	0,190	0,160	0,180	0,220	0,390	1,580	9,630	1,391
16%	0,040	0,100	0,120	0,070	0,130	0,230	0,300	1,510	9,630	1,348
24%	0,080	0,160	0,100	0,200	0,140	0,190	0,150	1,500	9,650	1,352
50%	0,140	0,030	0,060	0,170	0,150	0,230	0,340	1,480	9,480	1,342
100%	0,080	0,150	0,090	0,140	0,160	0,110	0,330	1,560	9,640	1,362
Media B	0,098	0,120	0,110	0,139	0,137	0,186	0,301	1,529	9,607	1,358

DIFERENCIA UNITARIA	Modo 12									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,050	0,040	0,040	0,220	0,590	1,560	7,480	31,170	4,572
1%	0,040	0,040	0,030	0,110	0,190	0,730	1,560	7,640	31,090	4,603
2%	-0,020	0,030	0,040	0,110	0,190	0,680	1,640	7,690	31,030	4,599
4%	0,200	0,090	0,080	0,110	0,210	0,680	1,680	7,720	31,220	4,666
8%	0,020	0,010	0,060	0,110	0,220	0,670	1,650	7,720	31,080	4,616
16%	0,010	0,030	0,060	0,090	0,180	0,740	1,610	7,630	31,220	4,619
24%	0,030	0,070	0,060	0,130	0,210	0,690	1,590	7,660	31,220	4,629
50%	0,100	0,040	0,060	0,140	0,240	0,710	1,680	7,680	31,100	4,639
100%	0,150	0,190	0,170	0,240	0,340	0,810	1,710	7,810	31,240	4,740
Media B	0,059	0,061	0,067	0,120	0,222	0,700	1,631	7,670	31,152	4,631

DIFERENCIA UNITARIA	Modo 13									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,050	0,050	0,010	0,110	0,150	0,470	2,070	6,370	1,031
1%	0,030	0,040	0,010	0,090	0,030	0,260	0,410	2,150	6,330	1,039
2%	-0,010	0,030	0,040	0,100	0,090	0,190	0,500	2,110	6,360	1,046
4%	0,320	0,130	0,090	0,110	0,100	0,220	0,530	2,170	6,380	1,117
8%	0,020	-0,030	0,050	0,100	0,120	0,210	0,530	2,120	6,350	1,052
16%	-0,030	0,050	0,060	0,060	0,050	0,260	0,430	2,100	6,420	1,044
24%	0,000	0,070	0,050	0,100	0,100	0,190	0,450	2,110	6,390	1,051
50%	0,070	-0,040	0,000	0,090	0,080	0,210	0,480	2,080	6,320	1,032
100%	0,000	0,060	0,040	0,060	0,100	0,220	0,420	2,130	6,370	1,044
Media B	0,044	0,040	0,043	0,080	0,087	0,212	0,469	2,116	6,366	1,051



**Tablas 135.** Diferencias unitarias: modos 14 al 17 de la combinada para eje restringido.

DIFERENCIA UNITARIA	Modo 14									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,210	0,190	0,120	0,580	1,600	3,460	11,930	23,810	4,656
1%	0,140	0,160	0,090	0,340	0,580	1,830	3,650	12,030	23,720	4,727
2%	0,030	0,170	0,180	0,350	0,590	1,800	3,680	12,100	23,810	4,746
4%	0,660	0,320	0,290	0,430	0,590	1,720	3,850	12,210	23,800	4,874
8%	0,100	0,120	0,190	0,400	0,620	1,650	3,600	12,060	23,680	4,713
16%	0,080	0,130	0,250	0,300	0,490	1,870	3,630	11,910	23,890	4,728
24%	0,160	0,160	0,250	0,310	0,620	1,750	3,680	12,040	23,710	4,742
50%	0,250	0,110	0,110	0,390	0,540	1,710	3,670	11,950	23,670	4,711
100%	0,140	0,230	0,210	0,320	0,660	1,730	3,480	12,060	23,830	4,740
Media B	0,173	0,179	0,196	0,329	0,586	1,740	3,633	12,032	23,769	4,737

DIFERENCIA UNITARIA	Modo 15									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,280	0,140	0,120	0,330	0,110	0,550	2,120	11,870	1,724
1%	0,180	0,240	0,170	0,240	0,180	0,340	0,400	2,090	11,760	1,733
2%	-0,050	0,110	0,170	0,220	0,110	0,430	0,500	2,140	11,800	1,714
4%	0,700	0,360	0,280	0,290	0,210	0,300	0,500	2,140	11,870	1,850
8%	0,160	0,160	0,320	0,270	0,290	0,380	0,620	2,190	11,860	1,806
16%	0,070	0,190	0,230	0,110	0,220	0,380	0,490	2,090	11,860	1,738
24%	0,150	0,260	0,180	0,330	0,240	0,320	0,260	2,080	11,880	1,744
50%	0,250	0,090	0,110	0,290	0,250	0,400	0,520	2,040	11,660	1,734
100%	0,150	0,260	0,160	0,220	0,290	0,190	0,540	2,160	11,910	1,764
Media B	0,179	0,217	0,196	0,232	0,236	0,317	0,487	2,117	11,830	1,757

DIFERENCIA UNITARIA	Modo 16									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,070	0,070	0,020	0,160	0,230	0,710	3,200	15,900	2,262
1%	0,050	0,070	0,010	0,130	0,050	0,390	0,630	3,330	15,820	2,276
2%	-0,020	0,050	0,060	0,150	0,130	0,280	0,770	3,260	15,650	2,259
4%	0,480	0,190	0,130	0,170	0,140	0,320	0,810	3,360	16,000	2,400
8%	0,020	-0,050	0,070	0,150	0,180	0,320	0,810	3,280	15,610	2,266
16%	-0,050	0,080	0,090	0,080	0,080	0,400	0,660	3,250	16,010	2,289
24%	0,000	0,100	0,070	0,140	0,150	0,290	0,690	3,260	15,960	2,296
50%	0,110	-0,060	0,000	0,130	0,120	0,320	0,730	3,220	15,550	2,236
100%	-0,010	0,080	0,060	0,090	0,150	0,340	0,640	3,300	15,890	2,282
Media B	0,064	0,059	0,062	0,118	0,129	0,321	0,717	3,273	15,821	2,285

DIFERENCIA UNITARIA	Modo 17									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,330	0,270	0,180	0,760	1,980	4,330	18,620	67,730	10,467
1%	0,180	0,260	0,160	0,500	0,740	2,300	4,590	18,830	67,660	10,580
2%	0,060	0,260	0,260	0,510	0,770	2,250	4,620	19,000	67,700	10,603
4%	1,020	0,480	0,410	0,620	0,760	2,130	4,840	19,180	67,740	10,798
8%	0,160	0,210	0,290	0,580	0,810	2,060	4,510	19,050	67,690	10,596
16%	0,130	0,230	0,360	0,420	0,630	2,350	4,560	18,810	67,800	10,588
24%	0,240	0,240	0,380	0,440	0,810	2,150	4,620	18,880	67,750	10,612
50%	0,370	0,150	0,180	0,560	0,690	2,140	4,610	18,870	67,640	10,579
100%	0,210	0,360	0,310	0,450	0,870	2,140	4,410	18,980	67,720	10,606
Media B	0,263	0,280	0,291	0,473	0,760	2,167	4,566	18,913	67,714	10,603

**Tablas 136.** Diferencias unitarias: modos 18 al 21 de la combinada para eje restringido.

DIFERENCIA UNITARIA	Modo 18									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,420	0,230	0,180	0,500	0,210	0,810	2,960	14,780	2,232
1%	0,270	0,360	0,250	0,340	0,280	0,500	0,640	2,870	14,590	2,233
2%	-0,040	0,180	0,250	0,290	0,170	0,660	0,730	2,940	14,660	2,204
4%	1,070	0,520	0,430	0,430	0,320	0,440	0,740	2,950	14,760	2,407
8%	0,230	0,260	0,460	0,410	0,430	0,570	0,920	3,020	14,740	2,338
16%	0,100	0,300	0,360	0,150	0,320	0,570	0,750	2,890	14,760	2,244
24%	0,230	0,370	0,280	0,480	0,350	0,480	0,400	2,870	14,770	2,248
50%	0,360	0,160	0,160	0,430	0,360	0,620	0,760	2,820	14,500	2,241
100%	0,240	0,380	0,260	0,300	0,440	0,290	0,790	2,960	14,860	2,280
Media B	0,273	0,328	0,298	0,334	0,352	0,482	0,727	2,920	14,713	2,270

DIFERENCIA UNITARIA	Modo 19									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,100	0,090	0,090	0,450	1,160	2,830	10,130	26,880	4,637
1%	0,090	0,080	0,060	0,240	0,380	1,420	2,820	10,380	26,570	4,671
2%	-0,050	0,060	0,090	0,240	0,400	1,330	2,980	10,380	26,660	4,677
4%	0,420	0,180	0,150	0,240	0,420	1,320	3,080	10,410	26,790	4,779
8%	0,050	0,030	0,130	0,240	0,460	1,300	3,000	10,330	26,660	4,689
16%	0,020	0,080	0,150	0,200	0,390	1,450	2,920	10,220	26,970	4,711
24%	0,100	0,170	0,150	0,290	0,460	1,370	2,900	10,390	26,690	4,724
50%	0,280	0,150	0,200	0,380	0,570	1,470	3,140	10,390	26,770	4,817
100%	0,400	0,480	0,450	0,570	0,790	1,690	3,190	10,690	26,980	5,027
Media B	0,146	0,148	0,163	0,277	0,480	1,390	2,984	10,369	26,774	4,748

DIFERENCIA UNITARIA	Modo 20									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	-0,120	-0,050	-0,130	-0,130	-0,050	-0,040	-0,130	-0,080	-0,081
1%	-0,050	-0,100	0,040	-0,120	-0,080	-0,020	-0,010	-0,060	0,060	-0,038
2%	-0,140	-0,040	-0,180	-0,050	-0,070	-0,050	-0,240	-0,190	-0,070	-0,114
4%	0,010	-0,150	0,030	-0,010	-0,080	-0,020	-0,080	0,040	0,000	-0,029
8%	0,030	0,060	-0,020	0,030	0,030	0,030	0,120	0,100	0,090	0,052
16%	0,830	0,710	0,630	0,620	0,830	0,770	0,840	0,980	0,540	0,750
24%	2,360	2,180	2,250	2,280	2,270	2,260	2,120	2,310	2,340	2,263
50%	14,580	14,690	14,720	14,710	14,650	14,400	14,650	14,660	14,630	14,632
100%	52,130	51,950	52,070	51,670	52,020	51,910	51,980	51,850	51,980	51,951
Media B	7,750	7,687	7,721	7,667	7,716	7,692	7,704	7,729	7,721	7,710

DIFERENCIA UNITARIA	Modo 21									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	-0,070	-0,060	-0,240	-0,220	-0,060	-0,060	-0,170	-0,040	-0,102
1%	-0,200	-0,090	0,050	-0,100	-0,100	-0,110	-0,070	-0,250	-0,190	-0,118
2%	-0,170	-0,060	-0,150	-0,040	-0,120	-0,100	-0,210	-0,510	-0,270	-0,181
4%	0,010	-0,210	0,080	-0,070	-0,070	-0,010	-0,020	-0,070	-0,010	-0,041
8%	-0,030	-0,080	-0,080	0,030	-0,060	-0,110	-0,030	0,020	-0,130	-0,052
16%	-0,050	-0,190	-0,110	-0,100	0,000	-0,050	-0,050	-0,230	-0,110	-0,099
24%	-0,010	0,030	0,000	-0,130	-0,140	0,010	-0,140	-0,020	-0,030	-0,048
50%	-0,220	-0,130	0,010	0,020	-0,020	-0,030	0,090	0,040	-0,130	-0,041
100%	0,030	0,010	0,070	-0,070	-0,080	-0,100	0,020	0,000	-0,120	-0,027
Media B	-0,071	-0,088	-0,021	-0,078	-0,090	-0,062	-0,052	-0,132	-0,114	-0,079

**Tablas 137.** Diferencias unitarias: modos 22 al 25 de la combinada para eje restringido.

DIFERENCIA UNITARIA	Modo 22									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,500	0,380	0,270	0,930	2,150	4,100	12,060	28,190	5,398
1%	0,240	0,400	0,280	0,700	0,880	2,490	4,430	12,090	27,970	5,498
2%	0,110	0,380	0,370	0,690	0,940	2,450	4,410	12,160	28,150	5,518
4%	1,480	0,690	0,570	0,840	0,910	2,270	4,660	12,330	28,220	5,774
8%	0,260	0,350	0,430	0,790	1,000	2,220	4,260	12,040	28,060	5,490
16%	0,210	0,380	0,500	0,560	0,760	2,570	4,350	11,860	28,350	5,504
24%	0,350	0,360	0,540	0,580	0,980	2,250	4,430	12,100	28,140	5,526
50%	0,550	0,200	0,290	0,760	0,830	2,350	4,390	11,910	28,020	5,478
100%	241,710	239,150	241,820	236,920	239,990	239,810	241,400	239,890	239,700	240,043
Media B	27,212	26,934	27,242	26,901	27,469	28,729	30,714	37,382	51,644	31,581

DIFERENCIA UNITARIA	Modo 23									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,590	0,330	0,260	0,700	0,340	1,150	4,430	22,310	3,346
1%	0,380	0,520	0,360	0,450	0,400	0,700	0,960	4,270	22,020	3,340
2%	-0,020	0,270	0,350	0,380	0,270	0,940	1,050	4,370	22,120	3,303
4%	1,540	0,700	0,610	0,600	0,450	0,620	1,080	4,410	22,300	3,590
8%	0,300	0,400	0,600	0,570	0,600	0,820	1,310	4,480	22,230	3,479
16%	0,130	0,440	0,520	0,190	0,450	0,810	1,120	4,320	22,320	3,367
24%	0,330	0,500	0,410	0,660	0,480	0,660	0,650	4,280	22,330	3,367
50%	0,500	0,250	0,230	0,610	0,490	0,900	1,070	4,240	21,960	3,361
100%	0,510	0,740	0,670	0,820	1,290	2,500	4,350	12,340	28,620	5,760
Media B	0,408	0,490	0,453	0,504	0,570	0,921	1,416	5,238	22,912	3,657

DIFERENCIA UNITARIA	Modo 24									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,090	0,100	0,010	0,220	0,310	0,970	4,210	12,470	2,042
1%	0,060	0,090	0,020	0,190	0,060	0,550	0,860	4,370	12,360	2,062
2%	-0,010	0,060	0,080	0,190	0,170	0,390	1,030	4,290	12,410	2,068
4%	0,660	0,250	0,180	0,230	0,190	0,440	1,090	4,410	12,450	2,211
8%	0,030	-0,070	0,080	0,210	0,240	0,430	1,090	4,300	12,390	2,078
16%	-0,070	0,100	0,120	0,100	0,110	0,540	0,900	4,260	12,540	2,067
24%	0,000	0,140	0,110	0,200	0,200	0,400	0,930	4,300	12,460	2,082
50%	0,150	-0,080	0,000	0,180	0,160	0,430	0,990	4,230	12,340	2,044
100%	67,700	67,890	67,740	67,750	68,000	67,810	68,510	71,740	89,800	70,771
Media B	7,613	7,608	7,603	7,673	7,706	7,922	8,486	11,790	21,024	9,714

DIFERENCIA UNITARIA	Modo 25									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	-0,400	-0,130	-0,300	-0,030	0,000	0,510	1,410	5,970	0,781
1%	-0,040	-0,030	0,140	-0,150	0,120	0,300	0,390	1,920	6,150	0,978
2%	-0,100	-0,110	-0,170	0,170	0,180	0,270	0,640	1,780	6,130	0,977
4%	0,720	-0,040	0,120	0,140	0,050	0,400	1,050	2,360	6,280	1,231
8%	0,590	0,600	0,570	0,810	0,860	0,950	1,430	2,910	6,620	1,704
16%	5,000	4,880	4,420	4,330	4,620	5,390	5,390	7,480	10,220	5,748
24%	17,860	16,590	17,820	17,340	17,720	17,600	17,680	20,260	22,180	18,339
50%	158,670	160,360	158,960	159,470	157,760	158,250	161,740	161,000	162,440	159,850
100%	406,730	406,850	406,820	406,860	406,950	407,190	407,600	411,060	419,190	408,806
Media B	65,492	65,411	65,394	65,408	65,359	65,594	66,270	67,798	71,687	66,490

**Tablas 138.** Diferencias unitarias: modos 26 al 29 de la combinada para eje restringido.

DIFERENCIA UNITARIA	Modo 26									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	-0,440	-0,160	-0,370	-0,150	-0,220	0,000	-0,250	2,350	0,084
1%	-0,080	-0,060	0,120	-0,230	0,020	0,030	-0,100	0,240	2,590	0,281
2%	-0,110	-0,140	-0,210	0,110	0,090	0,020	0,080	0,040	2,530	0,268
4%	0,600	-0,110	0,080	0,070	-0,050	0,140	0,480	0,590	2,720	0,502
8%	0,510	0,530	0,500	0,720	0,680	0,470	0,750	1,060	3,120	0,927
16%	2,770	2,710	2,420	2,430	2,550	2,610	2,700	3,120	5,680	2,999
24%	4,370	4,630	4,520	4,200	4,570	4,680	4,510	5,070	8,700	5,028
50%	5,540	5,410	5,470	6,330	5,990	5,880	6,040	6,590	10,720	6,441
100%	5,900	6,260	6,390	6,050	5,840	6,160	6,330	6,850	11,290	6,786
Media B	2,167	2,088	2,126	2,146	2,171	2,197	2,310	2,590	5,522	2,591

DIFERENCIA UNITARIA	Modo 27									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	-0,260	-0,300	-0,190	-0,180	-0,340	-0,070	15,360	99,980	12,667
1%	-0,120	-0,160	0,150	-0,140	0,210	-0,050	-0,060	15,940	99,650	12,824
2%	0,020	-0,230	-0,160	0,100	0,220	0,090	-0,050	16,090	99,290	12,819
4%	1,210	0,520	0,660	0,680	0,690	0,720	0,930	16,190	100,000	13,511
8%	2,620	2,900	2,250	2,870	2,730	2,930	3,210	16,220	99,450	15,020
16%	12,270	12,490	11,900	11,300	12,140	12,270	12,030	16,310	100,200	22,323
24%	26,830	26,090	26,880	26,360	26,660	26,430	26,130	27,950	100,410	34,860
50%	64,410	64,570	64,400	64,360	64,470	63,980	64,720	65,920	103,570	68,933
100%	146,940	146,260	146,790	145,720	145,980	146,220	146,610	146,370	146,600	146,388
Media B	28,242	28,020	28,063	27,896	28,102	28,028	28,161	37,372	105,461	37,705

DIFERENCIA UNITARIA	Modo 28									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	-0,270	-0,130	-0,190	-0,240	-0,150	-0,060	-0,210	0,180	-0,119
1%	-0,030	0,040	0,040	-0,320	0,110	0,070	-0,130	0,110	0,410	0,033
2%	-0,150	-0,100	-0,210	0,130	0,010	-0,100	-0,170	0,440	0,420	0,030
4%	0,290	-0,160	-0,020	-0,080	-0,170	-0,120	0,090	1,210	0,950	0,221
8%	-0,030	-0,040	0,060	0,270	0,140	0,110	0,040	3,110	3,330	0,777
16%	0,850	0,440	-0,020	0,590	0,580	0,750	0,840	12,820	12,300	3,239
24%	2,620	2,050	2,650	2,550	2,570	2,840	1,990	15,880	27,080	6,692
50%	23,210	23,280	23,300	23,170	23,220	22,730	23,450	23,430	61,560	27,483
100%	113,160	113,300	113,430	112,470	113,220	113,020	113,910	113,480	115,440	113,492
Media B	15,547	15,393	15,456	15,399	15,493	15,461	15,551	18,919	24,630	16,872

DIFERENCIA UNITARIA	Modo 29									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	-0,320	-0,200	-0,250	-0,130	-0,090	-0,260	-0,480	0,070	-0,184
1%	-0,160	0,010	0,070	-0,230	0,230	-0,040	-0,290	0,190	0,310	0,010
2%	-0,310	-0,020	-0,350	-0,020	0,060	0,020	-0,100	-0,200	0,250	-0,074
4%	0,120	-0,070	0,060	-0,010	-0,150	-0,020	0,080	0,150	0,170	0,037
8%	-0,010	-0,190	0,130	0,170	0,180	-0,060	0,150	0,260	0,050	0,076
16%	0,200	0,140	0,090	-0,060	0,120	0,360	0,070	1,330	0,430	0,298
24%	-0,030	0,280	0,340	0,010	0,090	0,300	0,000	2,890	3,020	0,767
50%	-0,350	-0,200	-0,270	0,490	0,000	-0,070	0,200	16,590	23,190	4,398
100%	0,170	0,360	0,260	0,150	-0,140	0,290	2,820	22,780	102,990	14,409
Media B	-0,041	-0,001	0,014	0,028	0,029	0,077	0,297	4,834	14,498	2,193

**Tablas 139.** Diferencias unitarias: modos 30 al 33 de la combinada para eje restringido.

DIFERENCIA UNITARIA	Modo 30									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	-0,450	-0,070	-0,550	-0,460	0,030	-0,140	-0,400	0,220	-0,202
1%	-0,080	0,080	0,170	-0,430	-0,680	0,120	-0,180	0,120	0,050	-0,092
2%	-0,260	0,010	-0,350	0,110	0,120	-0,100	-0,150	-0,090	0,250	-0,051
4%	-0,060	-0,730	0,020	0,110	-0,780	-0,180	0,170	0,170	0,220	-0,118
8%	0,010	-0,330	0,250	0,170	0,220	-0,470	0,150	0,350	0,160	0,057
16%	0,120	0,050	-0,150	-0,040	0,050	-0,360	0,010	0,310	0,220	0,023
24%	-0,030	0,220	0,090	-0,370	-0,020	0,170	0,100	0,590	0,170	0,102
50%	-0,350	-0,660	-0,210	0,390	0,050	0,030	0,110	0,480	-0,220	-0,042
100%	-0,020	0,120	0,400	-0,090	-0,250	0,190	0,530	0,540	0,070	0,166
Media B	-0,074	-0,188	0,017	-0,078	-0,194	-0,063	0,067	0,230	0,127	-0,018

DIFERENCIA UNITARIA	Modo 31									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,120	0,110	0,110	0,590	1,670	4,480	6,670	7,170	2,324
1%	0,110	0,100	0,080	0,310	0,520	2,060	4,470	7,500	7,270	2,491
2%	-0,080	0,070	0,100	0,320	0,540	1,920	4,710	6,800	7,160	2,393
4%	0,560	0,230	0,210	0,300	0,570	1,910	4,850	7,530	7,520	2,631
8%	0,060	0,040	0,160	0,310	0,630	1,880	4,750	7,700	7,170	2,522
16%	0,030	0,110	0,180	0,270	0,530	2,090	4,630	7,260	7,010	2,457
24%	0,140	0,230	0,200	0,380	0,630	1,990	4,550	7,610	7,290	2,558
50%	0,840	0,650	0,740	0,960	1,220	2,520	5,300	7,650	7,130	3,001
100%	5,630	5,750	5,710	5,870	6,210	7,410	7,670	7,410	7,150	6,534
Media B	0,810	0,811	0,832	0,981	1,271	2,606	5,046	7,348	7,208	2,990

DIFERENCIA UNITARIA	Modo 32									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,700	0,510	0,380	1,090	2,270	3,990	10,410	32,210	5,729
1%	0,310	0,580	0,420	0,930	1,000	2,670	4,380	10,430	31,730	5,828
2%	0,190	0,530	0,490	0,890	1,110	2,600	4,330	10,440	31,880	5,829
4%	2,030	0,930	0,750	1,080	1,050	2,380	4,610	10,640	32,170	6,182
8%	0,380	0,510	0,610	1,030	1,190	2,360	4,150	10,260	32,030	5,836
16%	0,310	0,560	0,660	0,720	0,890	2,780	4,250	10,110	32,220	5,833
24%	0,470	0,490	0,730	0,750	1,150	2,300	4,380	10,410	32,250	5,881
50%	0,760	0,260	0,430	0,990	0,970	2,550	4,300	10,160	31,760	5,798
100%	0,380	0,720	0,610	0,790	1,280	2,400	4,040	10,440	32,340	5,889
Media B	0,537	0,587	0,579	0,840	1,081	2,479	4,270	10,367	32,066	5,867

DIFERENCIA UNITARIA	Modo 33									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,760	0,450	0,340	0,920	0,510	1,570	6,280	30,270	4,567
1%	0,460	0,680	0,450	0,550	0,530	0,930	1,380	6,030	29,910	4,547
2%	0,010	0,370	0,440	0,450	0,370	1,270	1,440	6,160	30,150	4,518
4%	2,080	0,890	0,810	0,780	0,590	0,830	1,500	6,250	30,370	4,900
8%	0,370	0,540	0,740	0,750	0,770	1,110	1,770	6,320	30,150	4,724
16%	0,160	0,590	0,700	0,240	0,580	1,100	1,540	6,150	30,510	4,619
24%	0,420	0,610	0,560	0,860	0,610	0,850	0,960	6,090	30,270	4,581
50%	0,640	0,340	0,290	0,790	0,630	1,220	1,450	6,050	30,090	4,611
100%	0,440	0,690	0,520	0,480	0,850	0,640	1,580	6,180	30,630	4,668
Media B	0,509	0,608	0,551	0,582	0,650	0,940	1,466	6,168	30,261	4,637



**Tablas 140.** Diferencias unitarias: modos 34 al 37 de la combinada para eje restringido.

DIFERENCIA UNITARIA	Modo 34									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,160	0,150	0,060	0,320	0,430	1,280	5,500	16,580	2,720
1%	0,100	0,140	0,040	0,260	0,110	0,730	1,130	5,700	16,440	2,739
2%	0,000	0,110	0,130	0,280	0,250	0,530	1,360	5,590	16,490	2,749
4%	0,870	0,360	0,260	0,320	0,280	0,600	1,450	5,750	16,570	2,940
8%	0,070	-0,060	0,140	0,290	0,340	0,580	1,450	5,620	16,470	2,767
16%	-0,060	0,170	0,190	0,170	0,170	0,720	1,190	5,570	16,670	2,754
24%	0,030	0,200	0,150	0,280	0,290	0,550	1,230	5,600	16,580	2,768
50%	0,230	-0,080	0,020	0,250	0,230	0,590	1,300	5,510	16,410	2,718
100%	0,020	0,180	0,140	0,190	0,300	0,610	1,150	5,640	16,540	2,752
Media B	0,140	0,131	0,136	0,233	0,254	0,593	1,282	5,609	16,528	2,767

DIFERENCIA UNITARIA	Modo 35									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,930	0,660	0,550	1,260	2,390	3,900	10,750	47,970	7,601
1%	0,430	0,800	0,590	1,200	1,140	2,850	4,350	10,830	47,310	7,722
2%	0,300	0,710	0,620	1,120	1,310	2,720	4,290	10,800	47,480	7,706
4%	2,690	1,200	0,960	1,360	1,190	2,490	4,600	11,010	47,900	8,156
8%	0,520	0,710	0,820	1,290	1,390	2,500	4,090	10,530	47,630	7,720
16%	0,420	0,790	0,850	0,890	1,020	2,980	4,180	10,430	48,010	7,730
24%	0,610	0,680	0,940	0,920	1,310	2,280	4,350	10,760	48,040	7,766
50%	1,010	0,330	0,610	1,240	1,110	2,750	4,230	10,510	47,420	7,690
100%	0,470	0,920	0,770	0,990	1,480	2,480	3,960	10,760	48,100	7,770
Media B	0,717	0,786	0,758	1,062	1,246	2,604	4,217	10,709	47,762	7,762

DIFERENCIA UNITARIA	Modo 36									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,970	0,590	0,430	1,180	0,750	2,080	8,790	43,630	6,491
1%	0,520	0,860	0,560	0,680	0,690	1,210	1,890	8,450	43,080	6,438
2%	0,060	0,490	0,500	0,540	0,510	1,650	1,910	8,640	43,340	6,404
4%	2,720	1,090	1,030	0,970	0,750	1,080	2,020	8,760	43,660	6,898
8%	0,430	0,710	0,880	0,960	0,980	1,440	2,330	8,820	43,310	6,651
16%	0,200	0,770	0,910	0,310	0,730	1,450	2,060	8,650	43,870	6,550
24%	0,530	0,740	0,730	1,060	0,740	1,040	1,370	8,540	43,570	6,480
50%	0,770	0,420	0,360	1,000	0,780	1,590	1,910	8,510	43,230	6,508
100%	0,540	0,860	0,660	0,550	1,070	0,850	2,060	8,610	44,080	6,587
Media B	0,641	0,768	0,691	0,722	0,826	1,229	1,959	8,641	43,530	6,556

DIFERENCIA UNITARIA	Modo 37									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,180	0,190	0,050	0,390	0,530	1,590	6,830	51,440	6,800
1%	0,110	0,170	0,050	0,330	0,140	0,910	1,420	7,100	50,950	6,798
2%	0,000	0,130	0,130	0,350	0,310	0,660	1,690	6,950	50,510	6,748
4%	1,090	0,440	0,330	0,400	0,340	0,730	1,780	7,160	51,510	7,087
8%	0,070	-0,080	0,170	0,360	0,410	0,730	1,790	6,990	50,750	6,799
16%	-0,090	0,190	0,220	0,220	0,220	0,910	1,460	6,930	51,610	6,852
24%	0,020	0,240	0,200	0,350	0,360	0,670	1,520	6,940	51,320	6,847
50%	0,270	-0,120	0,020	0,320	0,270	0,730	1,610	6,850	50,860	6,757
100%	0,020	0,210	0,150	0,220	0,380	0,770	1,390	7,020	52,330	6,943
Media B	0,166	0,151	0,162	0,289	0,313	0,738	1,583	6,974	51,253	6,848



**Tablas 141.** Diferencias unitarias: modos 38 al 41 de la combinada para eje restringido.

DIFERENCIA UNITARIA	Modo 38									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,210	0,200	0,200	0,960	2,590	6,740	32,600	114,900	17,600
1%	0,180	0,190	0,140	0,520	0,820	3,210	6,700	33,380	114,730	17,763
2%	-0,100	0,130	0,170	0,520	0,860	2,950	7,070	33,570	114,800	17,774
4%	0,930	0,380	0,320	0,500	0,910	2,960	7,290	33,730	114,870	17,988
8%	0,100	0,040	0,250	0,500	1,010	2,910	7,150	33,730	114,770	17,829
16%	0,010	0,160	0,290	0,410	0,820	3,230	6,930	33,350	115,010	17,801
24%	0,150	0,310	0,260	0,570	0,930	3,010	6,840	33,460	114,880	17,823
50%	0,570	0,260	0,410	0,770	1,200	3,230	7,380	33,700	114,680	18,022
100%	2,690	2,870	2,800	3,060	3,550	5,630	9,500	36,230	114,850	20,131
Media B	0,503	0,506	0,538	0,783	1,229	3,302	7,289	33,750	114,832	18,081

DIFERENCIA UNITARIA	Modo 39									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	1,240	0,880	0,770	1,500	2,480	3,690	11,750	69,980	10,254
1%	0,650	1,110	0,870	1,550	1,310	3,030	4,160	11,470	69,110	10,362
2%	0,450	0,980	0,800	1,400	1,550	2,800	4,100	11,550	69,320	10,328
4%	3,490	1,560	1,260	1,690	1,350	2,550	4,420	11,720	69,930	10,886
8%	0,740	0,980	1,070	1,620	1,660	2,620	3,960	11,760	69,460	10,430
16%	0,580	1,110	1,110	1,110	1,170	3,170	4,000	11,610	70,090	10,439
24%	0,820	0,930	1,210	1,190	1,520	2,160	4,160	11,420	70,150	10,396
50%	1,340	0,450	0,840	1,550	1,270	2,940	4,000	11,420	69,310	10,347
100%	0,580	1,200	1,020	1,270	1,730	2,550	3,760	11,440	70,070	10,402
Media B	0,961	1,062	1,007	1,350	1,451	2,700	4,028	11,571	69,713	10,427

DIFERENCIA UNITARIA	Modo 40									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	1,220	0,780	0,550	1,480	1,020	2,690	10,440	59,640	8,647
1%	0,590	1,120	0,760	0,840	0,870	1,560	2,500	10,500	58,860	8,622
2%	0,160	0,660	0,580	0,640	0,680	2,100	2,510	10,480	59,140	8,550
4%	3,470	1,350	1,310	1,200	0,970	1,380	2,640	10,770	59,800	9,210
8%	0,530	0,910	1,040	1,210	1,260	1,860	2,950	10,220	59,270	8,806
16%	0,250	0,980	1,140	0,380	0,910	1,860	2,740	10,100	60,020	8,709
24%	0,660	0,900	0,940	1,300	0,910	1,240	1,900	10,480	59,690	8,669
50%	0,960	0,520	0,460	1,270	0,940	2,030	2,440	10,230	59,100	8,661
100%	0,670	1,070	0,870	0,660	1,310	1,130	2,600	10,450	60,210	8,774
Media B	0,810	0,970	0,876	0,894	1,037	1,576	2,552	10,408	59,526	8,739

DIFERENCIA UNITARIA	Modo 41									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,260	0,260	0,100	0,510	0,710	1,930	8,310	25,270	4,150
1%	0,170	0,260	0,120	0,430	0,210	1,150	1,740	8,630	25,040	4,194
2%	0,020	0,190	0,180	0,440	0,420	0,850	2,060	8,440	25,130	4,192
4%	1,350	0,570	0,430	0,520	0,460	0,930	2,210	8,720	25,200	4,488
8%	0,130	-0,060	0,260	0,460	0,530	0,920	2,210	8,520	25,090	4,229
16%	-0,070	0,290	0,310	0,280	0,310	1,140	1,840	8,440	25,400	4,216
24%	0,070	0,350	0,280	0,450	0,460	0,840	1,890	8,410	25,230	4,220
50%	0,380	-0,100	0,070	0,420	0,360	0,930	1,990	8,320	24,980	4,150
100%	0,060	0,300	0,230	0,290	0,510	0,980	1,720	8,530	25,200	4,202
Media B	0,234	0,229	0,238	0,377	0,419	0,939	1,954	8,480	25,171	4,227

**Tablas 142.** Diferencias unitarias: modos 42 al 45 de la combinada para eje restringido.

DIFERENCIA UNITARIA	Modo 42									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,300	0,300	0,290	1,350	3,490	8,950	41,420	176,460	25,840
1%	0,260	0,290	0,210	0,730	1,120	4,340	8,820	42,380	175,880	26,003
2%	-0,110	0,210	0,240	0,730	1,210	3,940	9,370	42,580	175,320	25,943
4%	1,380	0,530	0,460	0,710	1,260	3,980	9,680	42,850	176,530	26,376
8%	0,180	0,070	0,370	0,720	1,430	3,950	9,510	42,850	175,560	26,071
16%	0,110	0,330	0,480	0,650	1,190	4,450	9,230	42,450	176,680	26,174
24%	0,370	0,590	0,540	0,940	1,430	4,180	9,210	42,650	176,240	26,239
50%	1,090	0,640	0,890	1,360	1,950	4,660	10,080	43,060	175,710	26,604
100%	4,420	4,690	4,600	4,920	5,580	8,370	13,440	46,900	177,520	30,049
Media B	0,856	0,850	0,899	1,228	1,836	4,596	9,810	43,016	176,211	26,589

DIFERENCIA UNITARIA	Modo 43									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	1,540	1,050	0,980	1,670	2,520	3,400	15,460	97,950	13,841
1%	0,790	1,350	1,140	1,870	1,450	3,150	3,950	15,070	96,860	13,959
2%	0,550	1,210	0,930	1,650	1,750	2,790	3,880	15,180	97,020	13,884
4%	4,310	1,830	1,530	2,000	1,440	2,560	4,250	15,490	97,910	14,591
8%	0,920	1,230	1,280	1,930	1,880	2,700	4,100	15,510	97,190	14,082
16%	0,690	1,400	1,290	1,320	1,270	3,340	3,760	15,360	98,110	14,060
24%	0,980	1,140	1,430	1,420	1,670	2,000	4,000	15,040	98,180	13,984
50%	1,630	0,520	1,070	1,810	1,370	3,140	3,830	15,100	97,150	13,958
100%	0,660	1,520	1,190	1,520	1,920	2,590	3,730	15,090	97,910	14,014
Media B	1,170	1,304	1,212	1,611	1,602	2,754	3,878	15,256	97,587	14,042

DIFERENCIA UNITARIA	Modo 44									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	1,430	0,960	0,630	1,690	1,270	3,250	11,610	85,410	11,806
1%	0,530	1,340	0,940	0,960	1,000	1,860	3,080	11,900	84,420	11,781
2%	0,230	0,780	0,590	0,710	0,840	2,490	3,080	11,670	84,660	11,672
4%	4,250	1,510	1,550	1,380	1,130	1,620	3,270	12,070	85,650	12,492
8%	0,580	1,110	1,130	1,470	1,510	2,230	3,300	11,440	84,840	11,957
16%	0,260	1,130	1,330	0,470	1,050	2,240	3,330	11,340	85,860	11,890
24%	0,740	0,960	1,100	1,480	1,020	1,430	2,450	11,720	85,530	11,826
50%	1,090	0,560	0,520	1,470	1,070	2,480	2,980	11,480	84,710	11,818
100%	0,790	1,250	1,130	0,790	1,600	1,480	3,030	11,630	86,270	11,997
Media B	0,941	1,119	1,028	1,040	1,212	1,900	3,086	11,651	85,261	11,915

DIFERENCIA UNITARIA	Modo 45									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,340	0,370	0,130	0,650	0,840	2,350	9,930	30,200	4,979
1%	0,200	0,340	0,170	0,550	0,280	1,400	2,130	10,310	29,900	5,031
2%	0,050	0,250	0,270	0,560	0,510	1,050	2,530	10,060	29,980	5,029
4%	1,630	0,690	0,560	0,650	0,580	1,140	2,700	10,420	30,100	5,386
8%	0,160	-0,020	0,320	0,600	0,670	1,130	2,680	10,200	29,980	5,080
16%	-0,060	0,390	0,390	0,350	0,390	1,400	2,220	10,080	30,320	5,053
24%	0,120	0,430	0,370	0,600	0,610	1,050	2,290	10,040	30,140	5,072
50%	36,910	36,680	36,830	36,810	35,970	35,890	37,570	36,810	36,790	36,696
100%	332,820	332,260	332,960	329,140	332,530	331,560	331,440	331,210	331,920	331,760
Media B	41,314	41,262	41,360	41,043	41,354	41,718	42,879	48,784	64,370	44,898

**Tablas 143.** Diferencias unitarias: modos 46 al 49 de la combinada para eje restringido.

DIFERENCIA UNITARIA	Modo 46									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	-0,260	0,250	-0,070	0,050	-0,170	-0,050	-0,380	0,300	-0,037
1%	-0,090	0,290	0,310	0,150	0,420	0,180	0,010	0,260	0,520	0,228
2%	0,260	0,290	0,040	0,330	0,290	0,480	0,230	-0,020	0,500	0,267
4%	0,850	0,590	0,300	0,720	0,100	0,240	0,920	0,620	0,540	0,542
8%	1,230	1,720	1,110	1,400	1,690	1,400	1,520	1,580	1,580	1,470
16%	5,690	5,350	5,130	5,180	5,710	6,170	5,530	6,320	5,320	5,600
24%	14,600	14,260	14,950	14,400	14,730	14,980	14,590	15,120	14,850	14,720
50%	56,380	55,800	56,010	56,430	56,340	57,060	58,340	65,830	85,730	60,880
100%	56,010	56,310	56,220	56,280	56,540	57,120	57,990	66,080	86,000	60,950
Media B	14,992	14,928	14,924	14,980	15,097	15,273	15,453	17,268	21,704	16,069

DIFERENCIA UNITARIA	Modo 47									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	-0,410	0,100	-0,340	-0,050	-0,140	0,040	-0,560	-0,100	-0,162
1%	0,040	0,150	0,060	-0,480	-0,340	-0,140	-0,040	0,290	-0,350	-0,090
2%	-0,060	-0,090	-0,370	0,230	-0,110	0,010	0,250	-0,850	0,120	-0,097
4%	-0,100	0,080	0,280	0,240	-0,040	0,240	0,500	-0,310	0,190	0,120
8%	0,170	-0,200	0,460	0,460	0,250	-0,150	0,440	0,520	-0,070	0,209
16%	0,020	-0,220	-0,120	0,400	0,190	0,250	-0,280	-0,070	-0,180	-0,001
24%	-0,060	0,250	0,310	-0,360	-0,770	0,450	0,400	-0,080	0,160	0,033
50%	-0,640	-0,260	-0,260	0,600	0,130	0,080	0,010	0,520	-0,310	-0,014
100%	0,300	0,230	0,420	-0,020	-0,370	-0,110	0,530	0,390	0,070	0,160
Media B	-0,037	-0,052	0,098	0,081	-0,123	0,054	0,206	-0,017	-0,052	0,018

DIFERENCIA UNITARIA	Modo 48									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	1,980	1,360	1,320	2,070	2,800	3,850	19,860	135,740	18,776
1%	1,060	1,750	1,430	2,370	1,740	3,570	4,270	19,380	134,420	18,888
2%	0,810	1,600	1,170	2,020	2,140	3,010	4,190	19,480	134,250	18,741
4%	5,280	2,220	1,940	2,500	1,660	2,790	4,550	19,860	136,010	19,646
8%	1,220	1,630	1,620	2,350	2,200	3,050	4,940	19,880	134,740	19,070
16%	0,950	1,850	1,630	1,640	1,520	3,750	3,970	19,820	136,270	19,044
24%	1,250	1,530	1,740	1,800	1,940	2,010	4,320	19,290	135,600	18,831
50%	2,040	0,730	1,450	2,200	1,550	3,550	4,190	19,300	134,460	18,830
100%	152,070	151,990	155,070	146,520	152,010	149,810	156,000	150,590	155,560	152,180
Media B	18,298	18,364	18,601	18,080	18,537	19,371	21,142	34,162	137,450	33,778

DIFERENCIA UNITARIA	Modo 49									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	1,770	1,290	0,900	2,040	1,730	3,890	15,550	130,620	17,532
1%	0,570	1,710	1,180	1,260	1,280	2,340	3,840	16,070	129,450	17,522
2%	0,530	1,080	0,810	0,970	1,190	2,970	3,870	15,690	129,550	17,407
4%	5,210	1,870	1,900	1,740	1,500	2,030	4,100	16,180	130,520	18,339
8%	0,720	1,480	1,370	1,860	1,890	2,820	3,690	15,520	129,700	17,672
16%	0,400	1,470	1,670	0,650	1,340	2,820	4,020	15,520	130,830	17,636
24%	0,970	1,210	1,410	1,760	1,220	1,660	3,170	15,810	131,050	17,584
50%	1,360	0,710	0,780	1,860	1,300	3,050	3,580	15,530	129,750	17,547
100%	82,070	81,660	82,070	78,040	81,380	80,840	82,310	79,980	134,110	86,940
Media B	10,203	10,329	10,276	9,893	10,349	11,140	12,497	22,872	130,620	25,353

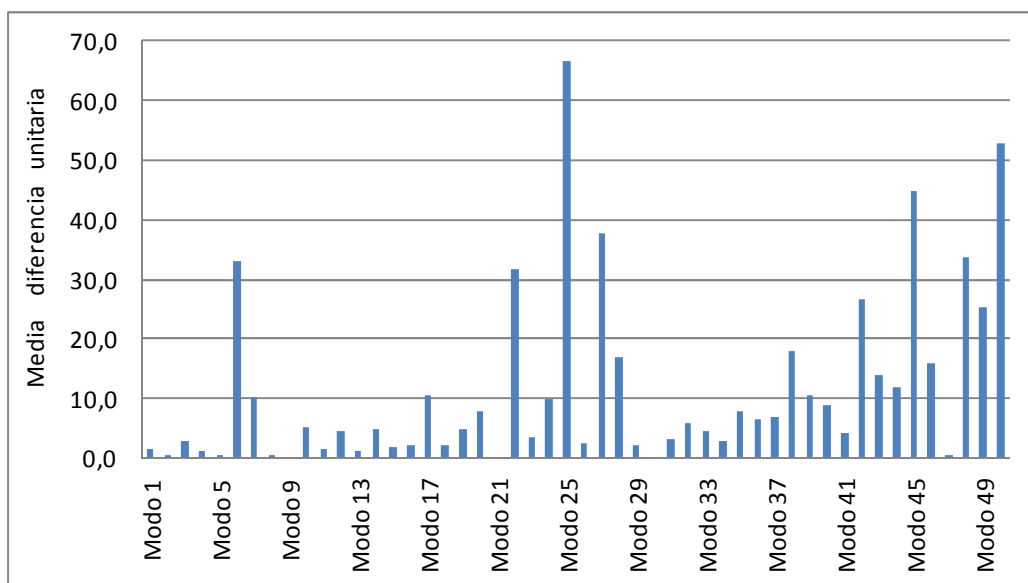
**Tablas 144.** Diferencias unitarias: modo 50 de la combinada para eje restringido.

DIFERENCIA UNITARIA	Modo 50									
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%	Media A
Nuevo	0,000	0,360	0,420	0,350	1,800	4,340	10,910	45,490	162,030	25,078
1%	0,350	0,480	0,330	1,000	1,470	5,580	10,590	46,610	161,500	25,323
2%	-0,090	0,340	0,300	1,020	1,640	4,930	11,440	46,640	161,330	25,283
4%	2,240	0,730	0,620	1,050	1,670	5,060	11,880	47,140	161,930	25,813
8%	0,340	0,180	0,560	1,120	2,040	5,130	11,740	47,180	161,250	25,504
16%	0,660	1,010	1,130	1,330	2,010	6,230	11,670	47,240	162,400	25,964
24%	1,640	1,900	2,010	2,390	3,000	6,410	12,290	48,070	162,350	26,673
50%	6,420	5,830	6,160	6,820	7,480	10,800	17,180	51,400	162,750	30,538
100%	246,930	247,920	247,620	248,040	248,380	248,960	250,320	265,330	376,380	264,431
Media B	28,721	28,750	28,794	29,236	29,943	33,049	38,669	71,678	185,769	52,734

En el caso del eje restringido nos encontramos con que, si bien, 98% modos de vibración, al menos una de las medias más altas de las diferencias unitarias de las frecuencias coinciden en el momento en que una de las posiciones alcanza el 100% del valor de la grieta con respecto al radio, esto solo sucede en 17 de los 50 modos (34%) para cuando ambas posiciones alcanzar ese mismo valor del 100%. Así, las mayores medias de diferencias unitarias obtenidas para eje restringido son:

- Modo 6 al porcentaje de 100% en la Posición A, con un 207.97Hz.
- Modo 25 al porcentaje de 100% en la Posición A, con un 408.81Hz.
- Modo 45 al porcentaje de 100% en la Posición A, con un 331.76Hz.
- Modo 50 al porcentaje de 100% en la Posición A, con un 264.43Hz.

En lo que respecta a los modos, tomando el promedio obtenido en cada caso, tenemos la siguiente gráfica:



**Figura 150.** Gráfica de la diferencia unitaria respecto al modo de vibración en eje restringido.

Mediante las anteriores tablas de valores y la gráfica sobre estas líneas, observamos que los modos que presentan de media las mayores diferencias unitarias son:

- Modo 25, con un 66.49Hz de diferencia media con respecto al eje nuevo.
- Modo 27, con un 37.71Hz de diferencia media con respecto al eje nuevo.
- Modo 45, con un 44.89Hz de diferencia media con respecto al eje nuevo.
- Modo 50, con un 52.73Hz de diferencia media con respecto al eje nuevo.

### 9.7.3. Coeficiente de simetría en el eje restringido.

En esta sección vamos a repetir el novedoso análisis que realizamos con anterioridad en el eje libre para grietas combinadas, pero, como no, para el caso de eje restringido.

Conviene recordar que, si bien vamos a destacar tanto los modos que presenten valores más elevados de este coeficiente de simétrica como los más próximos a cero, son los últimos los cuales nos dan una idea más aproximada, debido a su bajo valor, de estar más cerca de una simetría idónea con respecto a la variación de la evolución de sus frecuencias propias.

Para el cálculo de cada uno de los diferentes coeficientes de simetría vamos a recordar que la relación usada será la siguiente:

$$Coef. xy = \left| 2 \cdot \frac{Valor_{xy} - Valor_{yx}}{Valor_{xy} + Valor_{yx}} \right| = Coef. yx$$

Siendo X e Y los diferentes valores de porcentaje de las grietas A y B.

También destacamos el coeficiente global de simetría de un modo será igual a la media de los coeficientes de simetría obtenidos para cada combinación sin incluir en dicho promedio los valores de la diagonal, ya que sus coeficientes de simetría serán siempre 0.

**Tabla 145.** Coeficiente de simetría del modo 1 para el eje restringido.

COEF. SIMETRÍA	Modo 1								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0003	0,0009	0,0023	0,0104	0,0258
1%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0003	0,0011	0,0024	0,0106	0,0257
2%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0009	0,0024	0,0107	0,0257
4%	0,0002	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0009	0,0024	0,0106	0,0257
8%	0,0003	0,0003	0,0002	0,0002	0,0000	0,0008	0,0022	0,0104	0,0254
16%	0,0009	0,0011	0,0009	0,0009	0,0008	0,0000	0,0014	0,0096	0,0248
24%	0,0023	0,0024	0,0024	0,0024	0,0022	0,0014	0,0000	0,0082	0,0234
50%	0,0104	0,0106	0,0107	0,0106	0,0104	0,0096	0,0082	0,0000	0,0150
100%	0,0258	0,0257	0,0257	0,0257	0,0254	0,0248	0,0234	0,0150	0,0000

**Tablas 146.** Coeficiente de simetría del modo 2 al 5 para el eje restringido.

COEF. SIMETRÍA	Modo 2								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0001	0,0000	0,0002	0,0015	0,0119
1%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0016	0,0118
2%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0002	0,0016	0,0118
4%	0,0002	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0015	0,0118
8%	0,0001	0,0000	0,0001	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0015	0,0118
16%	0,0000	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0001	0,0015	0,0118
24%	0,0002	0,0001	0,0002	0,0001	0,0002	0,0001	0,0000	0,0013	0,0117
50%	0,0015	0,0016	0,0016	0,0015	0,0015	0,0015	0,0013	0,0000	0,0102
100%	0,0119	0,0118	0,0118	0,0118	0,0118	0,0118	0,0117	0,0102	0,0000

COEF. SIMETRÍA	Modo 3								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0002	0,0008	0,0020	0,0084	0,0193
1%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0003	0,0010	0,0021	0,0086	0,0192
2%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0009	0,0021	0,0086	0,0193
4%	0,0002	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0008	0,0021	0,0086	0,0192
8%	0,0002	0,0003	0,0002	0,0001	0,0000	0,0001	0,0019	0,0084	0,0189
16%	0,0008	0,0010	0,0009	0,0008	0,0001	0,0000	0,0012	0,0077	0,0184
24%	0,0020	0,0021	0,0021	0,0021	0,0019	0,0012	0,0000	0,0064	0,0172
50%	0,0084	0,0086	0,0086	0,0086	0,0084	0,0077	0,0064	0,0000	0,0106
100%	0,0193	0,0192	0,0193	0,0192	0,0189	0,0184	0,0172	0,0106	0,0000

COEF. SIMETRÍA	Modo 4								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0001	0,0000	0,0002	0,0011	0,0084
1%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0012	0,0084
2%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0002	0,0012	0,0084
4%	0,0002	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0011	0,0084
8%	0,0001	0,0000	0,0001	0,0000	0,0000	0,0007	0,0002	0,0012	0,0084
16%	0,0000	0,0001	0,0001	0,0001	0,0007	0,0000	0,0001	0,0011	0,0084
24%	0,0002	0,0001	0,0002	0,0001	0,0002	0,0001	0,0000	0,0010	0,0083
50%	0,0011	0,0012	0,0012	0,0011	0,0012	0,0011	0,0010	0,0000	0,0071
100%	0,0084	0,0084	0,0084	0,0084	0,0084	0,0084	0,0083	0,0071	0,0000

COEF. SIMETRÍA	Modo 5								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0000	0,0001	0,0002	0,0009	0,0030
1%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0010	0,0029
2%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0010	0,0029
4%	0,0002	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0010	0,0029
8%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0009	0,0029
16%	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0001	0,0009	0,0029
24%	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0001	0,0000	0,0008	0,0028
50%	0,0009	0,0010	0,0010	0,0010	0,0009	0,0009	0,0008	0,0000	0,0019
100%	0,0030	0,0029	0,0029	0,0029	0,0029	0,0029	0,0028	0,0019	0,0000



**Tablas 147.** Coeficiente de simetría del modo 6 al 9 para el eje restringido.

COEF. SIMETRÍA	Modo 6								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0001	0,0000	0,0003	0,0005	0,0034	0,0092	0,0526	0,1600
1%	0,0001	0,0000	0,0001	0,0001	0,0006	0,0034	0,0088	0,0527	0,1591
2%	0,0000	0,0001	0,0000	0,0002	0,0003	0,0032	0,0091	0,0523	0,1605
4%	0,0003	0,0001	0,0002	0,0000	0,0005	0,0028	0,0087	0,0523	0,1586
8%	0,0005	0,0006	0,0003	0,0005	0,0000	0,0026	0,0084	0,0515	0,1592
16%	0,0034	0,0034	0,0032	0,0028	0,0026	0,0000	0,0056	0,0486	0,1565
24%	0,0092	0,0088	0,0091	0,0087	0,0084	0,0056	0,0000	0,0437	0,1510
50%	0,0526	0,0527	0,0523	0,0523	0,0515	0,0486	0,0437	0,0000	0,1071
100%	0,1600	0,1591	0,1605	0,1586	0,1592	0,1565	0,1510	0,1071	0,0000

COEF. SIMETRÍA	Modo 7								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0001	0,0000	0,0002	0,0001	0,0002	0,0005	0,0066	0,0610
1%	0,0001	0,0000	0,0001	0,0000	0,0001	0,0000	0,0003	0,0065	0,0605
2%	0,0000	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0005	0,0065	0,0609
4%	0,0002	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0004	0,0063	0,0604
8%	0,0001	0,0001	0,0000	0,0001	0,0000	0,0000	0,0005	0,0063	0,0606
16%	0,0002	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0000	0,0004	0,0059	0,0606
24%	0,0005	0,0003	0,0005	0,0004	0,0005	0,0004	0,0000	0,0059	0,0602
50%	0,0066	0,0065	0,0065	0,0063	0,0063	0,0059	0,0059	0,0000	0,0545
100%	0,0610	0,0605	0,0609	0,0604	0,0606	0,0606	0,0602	0,0545	0,0000

COEF. SIMETRÍA	Modo 8								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0001	0,0001	0,0002	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001
1%	0,0001	0,0000	0,0001	0,0000	0,0001	0,0001	0,0002	0,0000	0,0002
2%	0,0001	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0000	0,0001
4%	0,0002	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0000	0,0002	0,0000
8%	0,0001	0,0001	0,0000	0,0001	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0001
16%	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002
24%	0,0001	0,0002	0,0001	0,0000	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001
50%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0002	0,0000	0,0001	0,0000	0,0000	0,0002
100%	0,0001	0,0002	0,0001	0,0000	0,0001	0,0002	0,0001	0,0002	0,0000

COEF. SIMETRÍA	Modo 9								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0001	0,0000	0,0003	0,0002	0,0000	0,0000	0,0002	0,0002
1%	0,0001	0,0000	0,0001	0,0002	0,0002	0,0000	0,0002	0,0000	0,0001
2%	0,0000	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0002	0,0003
4%	0,0003	0,0002	0,0000	0,0000	0,0002	0,0001	0,0002	0,0001	0,0000
8%	0,0002	0,0002	0,0000	0,0002	0,0000	0,0003	0,0000	0,0000	0,0000
16%	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0003	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002
24%	0,0000	0,0002	0,0001	0,0002	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000
50%	0,0002	0,0000	0,0002	0,0001	0,0000	0,0001	0,0001	0,0000	0,0000
100%	0,0002	0,0001	0,0003	0,0000	0,0000	0,0002	0,0000	0,0000	0,0000

**Tablas 148.** Coeficiente de simetría del modo 10 al 13 para el eje restringido.

COEF. SIMETRÍA	Modo 10								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0002	0,0008	0,0017	0,0071	0,0193
1%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0009	0,0018	0,0073	0,0192
2%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0008	0,0018	0,0073	0,0192
4%	0,0002	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0007	0,0019	0,0072	0,0192
8%	0,0002	0,0002	0,0002	0,0001	0,0000	0,0006	0,0016	0,0071	0,0189
16%	0,0008	0,0009	0,0008	0,0007	0,0006	0,0000	0,0010	0,0064	0,0185
24%	0,0017	0,0018	0,0018	0,0019	0,0016	0,0010	0,0000	0,0054	0,0174
50%	0,0071	0,0073	0,0073	0,0072	0,0071	0,0064	0,0054	0,0000	0,0118
100%	0,0193	0,0192	0,0192	0,0192	0,0189	0,0185	0,0174	0,0118	0,0000

COEF. SIMETRÍA	Modo 11								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0001	0,0000	0,0002	0,0009	0,0062
1%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0010	0,0062
2%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0001	0,0010	0,0062
4%	0,0002	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0009	0,0062
8%	0,0001	0,0000	0,0001	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0009	0,0062
16%	0,0000	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0001	0,0008	0,0062
24%	0,0002	0,0000	0,0001	0,0001	0,0002	0,0001	0,0000	0,0008	0,0061
50%	0,0009	0,0010	0,0010	0,0009	0,0009	0,0008	0,0008	0,0000	0,0052
100%	0,0062	0,0062	0,0062	0,0062	0,0062	0,0062	0,0061	0,0052	0,0000

COEF. SIMETRÍA	Modo 12								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0004	0,0009	0,0045	0,0192
1%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0009	0,0047	0,0192
2%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0010	0,0047	0,0191
4%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0010	0,0047	0,0192
8%	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0003	0,0009	0,0046	0,0191
16%	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0003	0,0000	0,0006	0,0043	0,0189
24%	0,0009	0,0009	0,0010	0,0010	0,0009	0,0006	0,0000	0,0037	0,0183
50%	0,0045	0,0047	0,0047	0,0047	0,0046	0,0043	0,0037	0,0000	0,0145
100%	0,0192	0,0192	0,0191	0,0192	0,0191	0,0189	0,0183	0,0145	0,0000

COEF. SIMETRÍA	Modo 13								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0001	0,0002	0,0009	0,0030
1%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0010	0,0030
2%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0010	0,0030
4%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0010	0,0030
8%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0010	0,0030
16%	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0001	0,0009	0,0029
24%	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0001	0,0000	0,0008	0,0028
50%	0,0009	0,0010	0,0010	0,0010	0,0010	0,0009	0,0008	0,0000	0,0020
100%	0,0030	0,0030	0,0030	0,0030	0,0030	0,0029	0,0028	0,0020	0,0000

**Tablas 149.** Coeficiente de simetría del modo 14 al 17 para el eje restringido.

COEF. SIMETRÍA	Modo 14								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0002	0,0007	0,0014	0,0050	0,0102
1%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0007	0,0015	0,0051	0,0101
2%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0007	0,0015	0,0051	0,0101
4%	0,0002	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0006	0,0015	0,0051	0,0101
8%	0,0002	0,0002	0,0002	0,0001	0,0000	0,0005	0,0013	0,0049	0,0099
16%	0,0007	0,0007	0,0007	0,0006	0,0005	0,0000	0,0008	0,0044	0,0095
24%	0,0014	0,0015	0,0015	0,0015	0,0013	0,0008	0,0000	0,0036	0,0087
50%	0,0050	0,0051	0,0051	0,0051	0,0049	0,0044	0,0036	0,0000	0,0050
100%	0,0102	0,0101	0,0101	0,0101	0,0099	0,0095	0,0087	0,0050	0,0000

COEF. SIMETRÍA	Modo 15								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0001	0,0000	0,0002	0,0008	0,0050
1%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0001	0,0001	0,0009	0,0049
2%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0001	0,0009	0,0050
4%	0,0002	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0008	0,0050
8%	0,0001	0,0000	0,0001	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0008	0,0050
16%	0,0000	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0001	0,0007	0,0050
24%	0,0002	0,0001	0,0001	0,0001	0,0002	0,0001	0,0000	0,0007	0,0049
50%	0,0008	0,0009	0,0009	0,0008	0,0008	0,0007	0,0007	0,0000	0,0041
100%	0,0050	0,0049	0,0050	0,0050	0,0050	0,0050	0,0049	0,0041	0,0000

COEF. SIMETRÍA	Modo 16								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0001	0,0002	0,0010	0,0050
1%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0011	0,0050
2%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0010	0,0049
4%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0010	0,0050
8%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0010	0,0049
16%	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0001	0,0009	0,0050
24%	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0001	0,0000	0,0008	0,0049
50%	0,0010	0,0011	0,0010	0,0010	0,0010	0,0009	0,0008	0,0000	0,0039
100%	0,0050	0,0050	0,0049	0,0050	0,0049	0,0050	0,0049	0,0039	0,0000

COEF. SIMETRÍA	Modo 17								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0002	0,0006	0,0013	0,0057	0,0212
1%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0006	0,0014	0,0058	0,0211
2%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0006	0,0013	0,0059	0,0212
4%	0,0003	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0005	0,0014	0,0058	0,0211
8%	0,0002	0,0002	0,0001	0,0001	0,0000	0,0004	0,0012	0,0057	0,0210
16%	0,0006	0,0006	0,0006	0,0005	0,0004	0,0000	0,0007	0,0052	0,0206
24%	0,0013	0,0014	0,0013	0,0014	0,0012	0,0007	0,0000	0,0045	0,0199
50%	0,0057	0,0058	0,0059	0,0058	0,0057	0,0052	0,0045	0,0000	0,0153
100%	0,0212	0,0211	0,0212	0,0211	0,0210	0,0206	0,0199	0,0153	0,0000

**Tablas 150.** Coeficiente de simetría del modo 18 al 21 para el eje restringido.

COEF. SIMETRÍA	Modo 18								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0001	0,0000	0,0002	0,0008	0,0045
1%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0001	0,0001	0,0008	0,0044
2%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0001	0,0009	0,0045
4%	0,0003	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0008	0,0045
8%	0,0001	0,0000	0,0001	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0008	0,0045
16%	0,0000	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0001	0,0007	0,0045
24%	0,0002	0,0001	0,0001	0,0001	0,0002	0,0001	0,0000	0,0007	0,0044
50%	0,0008	0,0008	0,0009	0,0008	0,0008	0,0007	0,0007	0,0000	0,0036
100%	0,0045	0,0044	0,0045	0,0045	0,0045	0,0045	0,0044	0,0036	0,0000

COEF. SIMETRÍA	Modo 19								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0004	0,0008	0,0030	0,0082
1%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0008	0,0032	0,0081
2%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0009	0,0031	0,0081
4%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0009	0,0031	0,0081
8%	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0003	0,0008	0,0030	0,0080
16%	0,0004	0,0004	0,0004	0,0003	0,0003	0,0000	0,0005	0,0027	0,0078
24%	0,0008	0,0008	0,0009	0,0009	0,0008	0,0005	0,0000	0,0022	0,0073
50%	0,0030	0,0032	0,0031	0,0031	0,0030	0,0027	0,0022	0,0000	0,0050
100%	0,0082	0,0081	0,0081	0,0081	0,0080	0,0078	0,0073	0,0050	0,0000

COEF. SIMETRÍA	Modo 20								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0003	0,0007	0,0042	0,0150
1%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0006	0,0042	0,0149
2%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0007	0,0043	0,0150
4%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0007	0,0042	0,0149
8%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0006	0,0042	0,0149
16%	0,0003	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0000	0,0004	0,0038	0,0148
24%	0,0007	0,0006	0,0007	0,0007	0,0006	0,0004	0,0000	0,0035	0,0143
50%	0,0042	0,0042	0,0043	0,0042	0,0042	0,0038	0,0035	0,0000	0,0107
100%	0,0150	0,0149	0,0150	0,0149	0,0149	0,0148	0,0143	0,0107	0,0000

COEF. SIMETRÍA	Modo 21								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
1%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001
2%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0001
4%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
8%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
16%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000
24%	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
50%	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000
100%	0,0000	0,0001	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

**Tablas 151.** Coeficiente de simetría del modo 22 al 25 para el eje restringido.

COEF. SIMETRÍA	Modo 22								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0001	0,0001	0,0003	0,0002	0,0005	0,0009	0,0028	0,0533
1%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0005	0,0010	0,0029	0,0527
2%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0005	0,0009	0,0029	0,0533
4%	0,0003	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0004	0,0010	0,0028	0,0520
8%	0,0002	0,0001	0,0001	0,0000	0,0000	0,0004	0,0008	0,0027	0,0529
16%	0,0005	0,0005	0,0005	0,0004	0,0004	0,0000	0,0005	0,0023	0,0527
24%	0,0009	0,0010	0,0009	0,0010	0,0008	0,0005	0,0000	0,0019	0,0532
50%	0,0028	0,0029	0,0029	0,0028	0,0027	0,0023	0,0019	0,0000	0,0528
100%	0,0533	0,0527	0,0533	0,0520	0,0529	0,0527	0,0532	0,0528	0,0000

COEF. SIMETRÍA	Modo 23								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0001	0,0001	0,0003	0,0001	0,0001	0,0002	0,0009	0,0053
1%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0001	0,0001	0,0010	0,0051
2%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0001	0,0002	0,0010	0,0052
4%	0,0003	0,0001	0,0001	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0009	0,0052
8%	0,0001	0,0000	0,0001	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0010	0,0051
16%	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0001	0,0008	0,0048
24%	0,0002	0,0001	0,0002	0,0001	0,0002	0,0001	0,0000	0,0008	0,0044
50%	0,0009	0,0010	0,0010	0,0009	0,0010	0,0008	0,0008	0,0000	0,0023
100%	0,0053	0,0051	0,0052	0,0052	0,0051	0,0048	0,0044	0,0023	0,0000

COEF. SIMETRÍA	Modo 24								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0000	0,0001	0,0002	0,0010	0,0132
1%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0011	0,0133
2%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0010	0,0133
4%	0,0002	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0010	0,0133
8%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0010	0,0133
16%	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0001	0,0009	0,0132
24%	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0001	0,0000	0,0008	0,0134
50%	0,0010	0,0011	0,0010	0,0010	0,0010	0,0009	0,0008	0,0000	0,0142
100%	0,0132	0,0133	0,0133	0,0133	0,0133	0,0132	0,0134	0,0142	0,0000

COEF. SIMETRÍA	Modo 25								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0001	0,0000	0,0002	0,0001	0,0011	0,0038	0,0347	0,0908
1%	0,0001	0,0000	0,0001	0,0000	0,0001	0,0010	0,0035	0,0349	0,0908
2%	0,0000	0,0001	0,0000	0,0000	0,0001	0,0009	0,0037	0,0346	0,0908
4%	0,0002	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0009	0,0035	0,0346	0,0908
8%	0,0001	0,0001	0,0001	0,0002	0,0000	0,0008	0,0035	0,0341	0,0907
16%	0,0011	0,0010	0,0009	0,0009	0,0008	0,0000	0,0027	0,0332	0,0900
24%	0,0038	0,0035	0,0037	0,0035	0,0035	0,0027	0,0000	0,0312	0,0875
50%	0,0347	0,0349	0,0346	0,0346	0,0341	0,0332	0,0312	0,0000	0,0574
100%	0,0908	0,0908	0,0908	0,0908	0,0907	0,0900	0,0875	0,0574	0,0000

**Tablas 152.** Coeficiente de simetría del modo 26 al 29 para el eje restringido.

COEF. SIMETRÍA	Modo 26								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0001	0,0000	0,0002	0,0001	0,0006	0,0009	0,0013	0,0008
1%	0,0001	0,0000	0,0001	0,0000	0,0001	0,0006	0,0010	0,0011	0,0008
2%	0,0000	0,0001	0,0000	0,0000	0,0001	0,0005	0,0010	0,0012	0,0008
4%	0,0002	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0005	0,0008	0,0012	0,0007
8%	0,0001	0,0001	0,0001	0,0002	0,0000	0,0004	0,0008	0,0011	0,0006
16%	0,0006	0,0006	0,0005	0,0005	0,0004	0,0000	0,0004	0,0006	0,0001
24%	0,0009	0,0010	0,0010	0,0008	0,0008	0,0004	0,0000	0,0002	0,0005
50%	0,0013	0,0011	0,0012	0,0012	0,0011	0,0006	0,0002	0,0000	0,0008
100%	0,0008	0,0008	0,0008	0,0007	0,0006	0,0001	0,0005	0,0008	0,0000

COEF. SIMETRÍA	Modo 27								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0006	0,0026	0,0056	0,0102	0,0099
1%	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0006	0,0026	0,0054	0,0101	0,0099
2%	0,0001	0,0001	0,0000	0,0001	0,0004	0,0024	0,0056	0,0101	0,0101
4%	0,0003	0,0001	0,0001	0,0000	0,0004	0,0022	0,0053	0,0100	0,0097
8%	0,0006	0,0006	0,0004	0,0004	0,0000	0,0019	0,0049	0,0100	0,0098
16%	0,0026	0,0026	0,0024	0,0022	0,0019	0,0000	0,0030	0,0099	0,0097
24%	0,0056	0,0054	0,0056	0,0053	0,0049	0,0030	0,0000	0,0077	0,0098
50%	0,0102	0,0101	0,0101	0,0100	0,0100	0,0099	0,0077	0,0000	0,0091
100%	0,0099	0,0099	0,0101	0,0097	0,0098	0,0097	0,0098	0,0091	0,0000

COEF. SIMETRÍA	Modo 28								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0002	0,0006	0,0048	0,0236
1%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0048	0,0236
2%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0006	0,0047	0,0236
4%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0005	0,0045	0,0233
8%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0001	0,0005	0,0042	0,0229
16%	0,0002	0,0001	0,0000	0,0001	0,0001	0,0000	0,0004	0,0021	0,0211
24%	0,0006	0,0004	0,0006	0,0005	0,0005	0,0004	0,0000	0,0016	0,0182
50%	0,0048	0,0048	0,0047	0,0045	0,0042	0,0021	0,0016	0,0000	0,0109
100%	0,0236	0,0236	0,0236	0,0233	0,0229	0,0211	0,0182	0,0109	0,0000

COEF. SIMETRÍA	Modo 29								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000
1%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0001	0,0001	0,0000
2%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0000
4%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000
8%	0,0000	0,0001	0,0000	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000
16%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0003	0,0000
24%	0,0000	0,0001	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0006	0,0000
50%	0,0000	0,0001	0,0000	0,0001	0,0001	0,0003	0,0006	0,0000	0,0001
100%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000



**Tablas 153.** Coeficiente de simetría del modo 30 al 33 para el eje restringido.

COEF. SIMETRÍA	Modo 30								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0001	0,0000	0,0001	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
1%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0000	0,0001	0,0002	0,0000
2%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
4%	0,0001	0,0001	0,0000	0,0000	0,0002	0,0000	0,0001	0,0000	0,0001
8%	0,0001	0,0001	0,0000	0,0002	0,0000	0,0001	0,0000	0,0001	0,0001
16%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000
24%	0,0000	0,0001	0,0000	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001
50%	0,0000	0,0002	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0002
100%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0000	0,0001	0,0002	0,0000

COEF. SIMETRÍA	Modo 31								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0003	0,0009	0,0012	0,0003
1%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0009	0,0014	0,0003
2%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0009	0,0012	0,0003
4%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0009	0,0014	0,0003
8%	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0003	0,0008	0,0013	0,0002
16%	0,0003	0,0004	0,0004	0,0003	0,0003	0,0000	0,0005	0,0010	0,0001
24%	0,0009	0,0009	0,0009	0,0009	0,0008	0,0005	0,0000	0,0005	0,0001
50%	0,0012	0,0014	0,0012	0,0014	0,0013	0,0010	0,0005	0,0000	0,0001
100%	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0002	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000

COEF. SIMETRÍA	Modo 32								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0001	0,0001	0,0003	0,0001	0,0004	0,0007	0,0019	0,0063
1%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0008	0,0020	0,0061
2%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0007	0,0020	0,0061
4%	0,0003	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0003	0,0008	0,0019	0,0062
8%	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0000	0,0003	0,0006	0,0018	0,0060
16%	0,0004	0,0004	0,0004	0,0003	0,0003	0,0000	0,0004	0,0015	0,0059
24%	0,0007	0,0008	0,0007	0,0008	0,0006	0,0004	0,0000	0,0012	0,0055
50%	0,0019	0,0020	0,0020	0,0019	0,0018	0,0015	0,0012	0,0000	0,0042
100%	0,0063	0,0061	0,0061	0,0062	0,0060	0,0059	0,0055	0,0042	0,0000

COEF. SIMETRÍA	Modo 33								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0001	0,0001	0,0003	0,0001	0,0001	0,0002	0,0011	0,0059
1%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0001	0,0002	0,0011	0,0057
2%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0001	0,0002	0,0012	0,0058
4%	0,0003	0,0001	0,0001	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0011	0,0059
8%	0,0001	0,0000	0,0001	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0011	0,0058
16%	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0001	0,0010	0,0059
24%	0,0002	0,0002	0,0002	0,0001	0,0002	0,0001	0,0000	0,0009	0,0056
50%	0,0011	0,0011	0,0012	0,0011	0,0011	0,0010	0,0009	0,0000	0,0047
100%	0,0059	0,0057	0,0058	0,0059	0,0058	0,0059	0,0056	0,0047	0,0000

**Tablas 154.** Coeficiente de simetría del modo 34 al 37 para el eje restringido.

COEF. SIMETRÍA	Modo 34								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0000	0,0001	0,0002	0,0010	0,0032
1%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0011	0,0031
2%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0011	0,0031
4%	0,0002	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0010	0,0031
8%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0010	0,0031
16%	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0001	0,0009	0,0031
24%	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0001	0,0000	0,0008	0,0029
50%	0,0010	0,0011	0,0011	0,0010	0,0010	0,0009	0,0008	0,0000	0,0021
100%	0,0032	0,0031	0,0031	0,0031	0,0031	0,0031	0,0029	0,0021	0,0000

COEF. SIMETRÍA	Modo 35								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0001	0,0001	0,0004	0,0001	0,0003	0,0005	0,0016	0,0078
1%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0006	0,0017	0,0077
2%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0006	0,0017	0,0077
4%	0,0004	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0003	0,0006	0,0016	0,0078
8%	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0000	0,0002	0,0005	0,0016	0,0076
16%	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0002	0,0000	0,0003	0,0013	0,0075
24%	0,0005	0,0006	0,0006	0,0006	0,0005	0,0003	0,0000	0,0011	0,0073
50%	0,0016	0,0017	0,0017	0,0016	0,0016	0,0013	0,0011	0,0000	0,0061
100%	0,0078	0,0077	0,0077	0,0078	0,0076	0,0075	0,0073	0,0061	0,0000

COEF. SIMETRÍA	Modo 36								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0001	0,0001	0,0004	0,0001	0,0001	0,0003	0,0013	0,0071
1%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0001	0,0002	0,0013	0,0070
2%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0001	0,0002	0,0014	0,0070
4%	0,0004	0,0001	0,0001	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0013	0,0071
8%	0,0001	0,0000	0,0001	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0013	0,0070
16%	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0002	0,0012	0,0071
24%	0,0003	0,0002	0,0002	0,0002	0,0003	0,0002	0,0000	0,0011	0,0069
50%	0,0013	0,0013	0,0014	0,0013	0,0013	0,0012	0,0011	0,0000	0,0057
100%	0,0071	0,0070	0,0070	0,0071	0,0070	0,0071	0,0069	0,0057	0,0000

COEF. SIMETRÍA	Modo 37								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0001	0,0001	0,0002	0,0010	0,0082
1%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0011	0,0081
2%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0011	0,0080
4%	0,0002	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0011	0,0082
8%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0011	0,0080
16%	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0001	0,0010	0,0081
24%	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0001	0,0000	0,0008	0,0079
50%	0,0010	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011	0,0010	0,0008	0,0000	0,0070
100%	0,0082	0,0081	0,0080	0,0082	0,0080	0,0081	0,0079	0,0070	0,0000

**Tablas 155.** Coeficiente de simetría del modo 38 al 41 para el eje restringido.

COEF. SIMETRÍA	Modo 38								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0004	0,0010	0,0050	0,0177
1%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0005	0,0010	0,0052	0,0176
2%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0011	0,0052	0,0177
4%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0010	0,0052	0,0176
8%	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0003	0,0010	0,0051	0,0175
16%	0,0004	0,0005	0,0004	0,0004	0,0003	0,0000	0,0006	0,0047	0,0172
24%	0,0010	0,0010	0,0011	0,0010	0,0010	0,0006	0,0000	0,0041	0,0166
50%	0,0050	0,0052	0,0052	0,0052	0,0051	0,0047	0,0041	0,0000	0,0124
100%	0,0177	0,0176	0,0177	0,0176	0,0175	0,0172	0,0166	0,0124	0,0000

COEF. SIMETRÍA	Modo 39								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0001	0,0001	0,0004	0,0001	0,0003	0,0004	0,0015	0,0099
1%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0003	0,0005	0,0016	0,0097
2%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0004	0,0015	0,0097
4%	0,0004	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0005	0,0014	0,0098
8%	0,0001	0,0000	0,0001	0,0000	0,0000	0,0002	0,0003	0,0015	0,0096
16%	0,0003	0,0003	0,0002	0,0002	0,0002	0,0000	0,0003	0,0012	0,0096
24%	0,0004	0,0005	0,0004	0,0005	0,0003	0,0003	0,0000	0,0011	0,0095
50%	0,0015	0,0016	0,0015	0,0014	0,0015	0,0012	0,0011	0,0000	0,0082
100%	0,0099	0,0097	0,0097	0,0098	0,0096	0,0096	0,0095	0,0082	0,0000

COEF. SIMETRÍA	Modo 40								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0001	0,0001	0,0004	0,0001	0,0001	0,0003	0,0013	0,0084
1%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0001	0,0002	0,0014	0,0082
2%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0001	0,0002	0,0014	0,0083
4%	0,0004	0,0001	0,0001	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0013	0,0084
8%	0,0001	0,0000	0,0001	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0013	0,0082
16%	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0002	0,0011	0,0084
24%	0,0003	0,0002	0,0002	0,0002	0,0003	0,0002	0,0000	0,0011	0,0081
50%	0,0013	0,0014	0,0014	0,0013	0,0013	0,0011	0,0011	0,0000	0,0069
100%	0,0084	0,0082	0,0083	0,0084	0,0082	0,0084	0,0081	0,0069	0,0000

COEF. SIMETRÍA	Modo 41								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0001	0,0001	0,0003	0,0011	0,0034
1%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0012	0,0034
2%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0011	0,0034
4%	0,0002	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0011	0,0034
8%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0011	0,0033
16%	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0001	0,0010	0,0033
24%	0,0003	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0001	0,0000	0,0009	0,0032
50%	0,0011	0,0012	0,0011	0,0011	0,0011	0,0010	0,0009	0,0000	0,0022
100%	0,0034	0,0034	0,0034	0,0034	0,0033	0,0033	0,0032	0,0022	0,0000

**Tablas 156.** Coeficiente de simetría del modo 42 al 45 para el eje restringido.

COEF. SIMETRIA	Modo 42								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0001	0,0004	0,0011	0,0051	0,0220
1%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0005	0,0010	0,0053	0,0219
2%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0011	0,0053	0,0219
4%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0011	0,0053	0,0220
8%	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0003	0,0010	0,0052	0,0218
16%	0,0004	0,0005	0,0004	0,0004	0,0003	0,0000	0,0006	0,0048	0,0216
24%	0,0011	0,0010	0,0011	0,0011	0,0010	0,0006	0,0000	0,0041	0,0209
50%	0,0051	0,0053	0,0053	0,0053	0,0052	0,0048	0,0041	0,0000	0,0165
100%	0,0220	0,0219	0,0219	0,0220	0,0218	0,0216	0,0209	0,0165	0,0000

COEF. SIMETRIA	Modo 43								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0001	0,0001	0,0004	0,0001	0,0002	0,0003	0,0017	0,0122
1%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0003	0,0018	0,0119
2%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0003	0,0018	0,0120
4%	0,0004	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0004	0,0017	0,0120
8%	0,0001	0,0000	0,0001	0,0001	0,0000	0,0002	0,0003	0,0018	0,0119
16%	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0000	0,0002	0,0015	0,0119
24%	0,0003	0,0003	0,0003	0,0004	0,0003	0,0002	0,0000	0,0014	0,0118
50%	0,0017	0,0018	0,0018	0,0017	0,0018	0,0015	0,0014	0,0000	0,0103
100%	0,0122	0,0119	0,0120	0,0120	0,0119	0,0119	0,0118	0,0103	0,0000

COEF. SIMETRIA	Modo 44								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0001	0,0001	0,0004	0,0001	0,0001	0,0003	0,0013	0,0106
1%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0001	0,0003	0,0014	0,0104
2%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0001	0,0002	0,0014	0,0104
4%	0,0004	0,0001	0,0001	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0013	0,0106
8%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0013	0,0104
16%	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0002	0,0011	0,0105
24%	0,0003	0,0003	0,0002	0,0002	0,0003	0,0002	0,0000	0,0011	0,0103
50%	0,0013	0,0014	0,0014	0,0013	0,0013	0,0011	0,0011	0,0000	0,0091
100%	0,0106	0,0104	0,0104	0,0106	0,0104	0,0105	0,0103	0,0091	0,0000

COEF. SIMETRIA	Modo 45								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0001	0,0001	0,0003	0,0032	0,0368
1%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0031	0,0368
2%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0032	0,0369
4%	0,0002	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0032	0,0364
8%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0031	0,0368
16%	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0001	0,0031	0,0367
24%	0,0003	0,0002	0,0003	0,0003	0,0002	0,0001	0,0000	0,0033	0,0367
50%	0,0032	0,0031	0,0032	0,0032	0,0031	0,0031	0,0033	0,0000	0,0358
100%	0,0368	0,0368	0,0369	0,0364	0,0368	0,0367	0,0367	0,0358	0,0000

**Tablas 157.** Coeficiente de simetría del modo 46 al 49 para el eje restringido.

COEF. SIMETRÍA	Modo 46								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0007	0,0017	0,0067	0,0066
1%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0006	0,0017	0,0066	0,0066
2%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0006	0,0017	0,0066	0,0066
4%	0,0001	0,0001	0,0000	0,0000	0,0002	0,0006	0,0016	0,0066	0,0066
8%	0,0001	0,0002	0,0001	0,0002	0,0000	0,0005	0,0016	0,0065	0,0065
16%	0,0007	0,0006	0,0006	0,0006	0,0005	0,0000	0,0011	0,0060	0,0061
24%	0,0017	0,0017	0,0017	0,0016	0,0016	0,0011	0,0000	0,0051	0,0051
50%	0,0067	0,0066	0,0066	0,0066	0,0065	0,0060	0,0051	0,0000	0,0023
100%	0,0066	0,0066	0,0066	0,0066	0,0065	0,0061	0,0051	0,0023	0,0000

COEF. SIMETRÍA	Modo 47								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
1%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001
2%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000
4%	0,0000	0,0001	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0001	0,0001	0,0000
8%	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0000
16%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0000
24%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000
50%	0,0000	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001
100%	0,0000	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000

COEF. SIMETRÍA	Modo 48								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0001	0,0001	0,0004	0,0001	0,0002	0,0003	0,0020	0,0018
1%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0003	0,0021	0,0020
2%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0003	0,0020	0,0023
4%	0,0004	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0003	0,0020	0,0012
8%	0,0001	0,0000	0,0001	0,0001	0,0000	0,0002	0,0003	0,0020	0,0019
16%	0,0002	0,0002	0,0002	0,0001	0,0002	0,0000	0,0002	0,0018	0,0015
24%	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0002	0,0000	0,0017	0,0023
50%	0,0020	0,0021	0,0020	0,0020	0,0020	0,0018	0,0017	0,0000	0,0018
100%	0,0018	0,0020	0,0023	0,0012	0,0019	0,0015	0,0023	0,0018	0,0000

COEF. SIMETRÍA	Modo 49								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0001	0,0001	0,0005	0,0001	0,0001	0,0003	0,0016	0,0054
1%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0001	0,0003	0,0017	0,0054
2%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0001	0,0003	0,0017	0,0053
4%	0,0005	0,0001	0,0001	0,0000	0,0000	0,0002	0,0003	0,0016	0,0059
8%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0003	0,0016	0,0054
16%	0,0001	0,0001	0,0001	0,0002	0,0002	0,0000	0,0003	0,0014	0,0056
24%	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0000	0,0014	0,0055
50%	0,0016	0,0017	0,0017	0,0016	0,0016	0,0014	0,0014	0,0000	0,0056
100%	0,0054	0,0054	0,0053	0,0059	0,0054	0,0056	0,0055	0,0056	0,0000

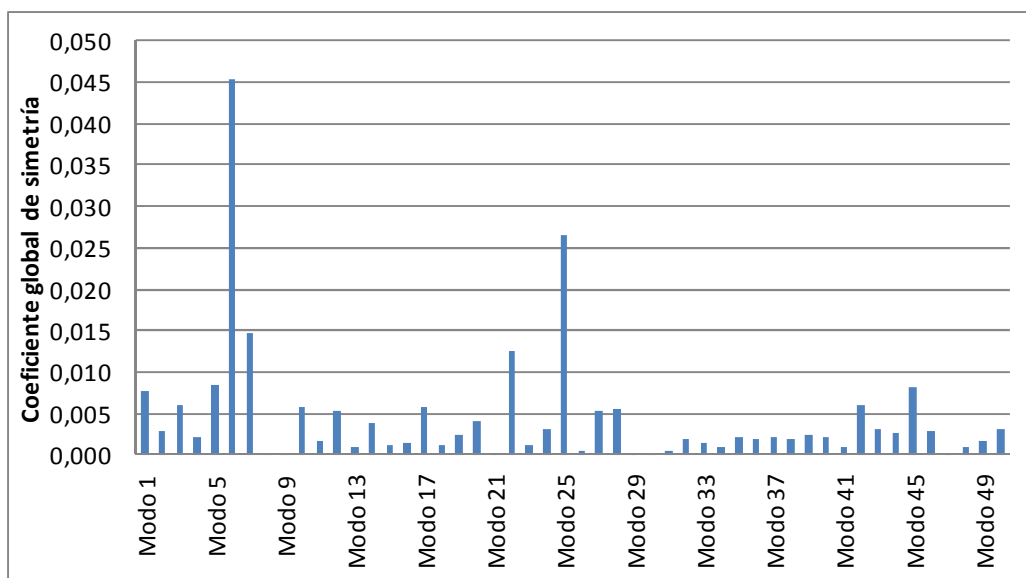
**Tabla 158.** Coeficiente de simetría del modo 50 para el eje restringido.

COEF. SIMETRÍA	Modo 50								
Grieta A \ Grieta B	Nuevo	1%	2%	4%	8%	16%	24%	50%	100%
Nuevo	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0002	0,0004	0,0010	0,0042	0,0094
1%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0005	0,0009	0,0044	0,0095
2%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0010	0,0044	0,0095
4%	0,0002	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0010	0,0044	0,0095
8%	0,0002	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0003	0,0009	0,0043	0,0096
16%	0,0004	0,0005	0,0004	0,0004	0,0003	0,0000	0,0006	0,0039	0,0095
24%	0,0010	0,0009	0,0010	0,0010	0,0009	0,0006	0,0000	0,0033	0,0097
50%	0,0042	0,0044	0,0044	0,0044	0,0043	0,0039	0,0033	0,0000	0,0113
100%	0,0094	0,0095	0,0095	0,0095	0,0096	0,0095	0,0097	0,0113	0,0000

Una vez tenemos la totalidad de los coeficientes de simetría será el turno de hallar los coeficientes de simetría globales para cada modo de vibración y realizar su pertinente representación gráfica.

**Tabla 159.** Coeficientes globales de simetría para cada modo del eje restringido.

Coeficientes Globales de Simetría en los modos de vibración									
Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4	Modo 5	Modo 6	Modo 7	Modo 8	Modo 9	Modo 10
0,00780	0,00292	0,00597	0,00211	0,00850	0,04537	0,01462	0,00009	0,00011	0,00572
Modo 11	Modo 12	Modo 13	Modo 14	Modo 15	Modo 16	Modo 17	Modo 18	Modo 19	Modo 20
0,00156	0,00517	0,00087	0,00381	0,00128	0,00132	0,00586	0,00117	0,00244	0,00411
Modo 21	Modo 22	Modo 23	Modo 24	Modo 25	Modo 26	Modo 27	Modo 28	Modo 29	Modo 30
0,00003	0,01248	0,00127	0,00322	0,02646	0,00057	0,00528	0,00549	0,00006	0,00006
Modo 31	Modo 32	Modo 33	Modo 34	Modo 35	Modo 36	Modo 37	Modo 38	Modo 39	Modo 40
0,00047	0,00181	0,00153	0,00090	0,00209	0,00185	0,00202	0,00492	0,00250	0,00214
Modo 41	Modo 42	Modo 43	Modo 44	Modo 45	Modo 46	Modo 47	Modo 48	Modo 49	Modo 50
0,00098	0,00590	0,00304	0,00263	0,00810	0,00289	0,00004	0,00089	0,00162	0,03200



**Figura 151.** Representación de los coeficientes globales de simetría en eje restringido.



En la anterior representación gráfica observamos modos de vibración cuyos coeficientes de simetría muy próximos a cero, valores que enumeramos a continuación.

- Modo 21, con coeficiente de simetría de 0,00003 en el caso del eje restringido.
- Modo 29, con coeficiente de simetría de 0,00006 en el caso del eje restringido.
- Modo 30, con coeficiente de simetría de 0,00006 en el caso del eje restringido.
- Modo 47, con coeficiente de simetría de 0,00004 en el caso del eje restringido.

Por su parte, si nos fijamos en los valores más altos de estos coeficientes de simetría, estos son los que se exponen a continuación

- Modo 6, con coeficiente de simetría de 0,04537 en el caso del eje restringido.
- Modo 7, con coeficiente de simetría de 0,01462 en el caso del eje restringido.
- Modo 22, con coeficiente de simetría de 0,0124 en el caso del eje restringido.
- Modo 25, con coeficiente de simetría de 0,0264 en el caso del eje restringido.

Si, como ya realizamos en el caso de eje libre, observamos las gráficas de evolución que incluíamos al principio del apartado 9.6, los modos cuyo valor de coeficiente de simetría sean más cercanos a 0 tendrán gráficas de evolución más simétricas que los valores mayores, que serán los que presenten más divergencia entre la evolución de su frecuencia propia en lo que respecta a la evolución sus dos posiciones de grieta.

## **9.8. OBSERVACIONES.**

En esta sección nos limitaremos a comentar varios aspectos que han podido influir en los resultados de este capítulo y que deberán ser tenidos en cuenta a la hora de considerar los resultados obtenidos en este proyecto.

### **9.8.1. Informes de errores del programa.**

Durante la ejecución del proyecto, en la fase de análisis y cálculo con el PTC Creo 2.0, se han dado casos en los que los análisis sufrían paradas inesperadas, no obteniéndose en los casos citados ningún resultado. Este problema es común para este tipo de estudios, ya que se depende directamente de la memoria RAM del dispositivo usado para el cálculo.

Para evitar que el problema se convierta en algo crónico basta con optimizar la relación entre el tiempo de cálculo y la precisión de los resultados que queremos obtener. Otra forma de evitar que estos errores sean frecuentes es utilizar dispositivos informáticos potentes y utilizar el 100% de los recursos que estos nos ofrecen en análisis. Debemos señalar que en el caso del proyecto que nos atañe hemos cumplido con estas tres premisas, primero, eligiendo una relación entre las especificaciones dadas al programa (tales como la densidad de la malla o el "Plotting Grid") eficiente, segundo, renovando el hardware que en un principio teníamos en propiedad para la realización de este proyecto y, por último, empleando toda su potencia y capacidades en exclusiva para la realización de este estudio.

Debemos que estacar que nuestros estudios se han llevado a cabo en la versión de 32 bits del PTC Creo 2.0 en un equipo de doble núcleo a 3,4 GHz con 8Gb de memoria RAM. Como ya hemos comentado, el equipo se dedicó en exclusividad al análisis durante los periodos de obtención de los datos, evitando perjudicar a los resultados y tiempo de procesos durante las compilaciones realizadas por el equipo. Se estimo realizar el estudio usando recursos que se han empleado en la versión de 64 bits del PTC Creo 2.0, sin embargo no pudo llevarse a cabo por diferentes problemas técnicos de compatibilidad con otras funciones del equipo, aunque se recomienda que para futuros proyectos este pueda ser un factor a tener en cuenta.

### 9.8.2. Frecuencias con y sin fallo.

La teoría dicta que un eje nuevo, es decir, sin ningún tipo de imperfección, debería presentar unas frecuencias naturales más altas que en el caso de un eje fisurado, sea cual sea su tipo de grieta, ya que rigidez del eje nuevo es mayor y por tanto la frecuencia propia tiene que presentar valores más elevados.

Sin embargo, en contra de lo que dice la teoría, y como ya hemos comentado en algún apartado de este proyecto, en numerosos casos los resultados muestran frecuencias naturales más altas para ejes con entallas que para el caso del eje sin fisuras.

Como ya hemos comentado con anterioridad a lo largo del documento, el valor de la frecuencia de vibración es función exclusiva de la rigidez y de la masa a través de la siguiente relación expresada en la formula que exponemos a continuación:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Siendo:

- 'ω<sub>n</sub>' la frecuencia propia
- 'k' la rigidez
- 'm' la masa.

Dado que la masa que estamos eliminando a la hora de acometer las grietas en los análisis del eje fisurado es despreciable con respecto a la masa total del eje, el único factor que varía entre las ecuaciones de un elemento nuevo y el mismo elemento agrietado, es la rigidez 'k', la cual reducirá su valor motivada por la mayor amplitud que se dispone un elemento con fallo. Por tanto, para un eje con grieta, siempre dispondremos de valores de frecuencias más pequeños, siempre y cuando la masa permanezca constante.

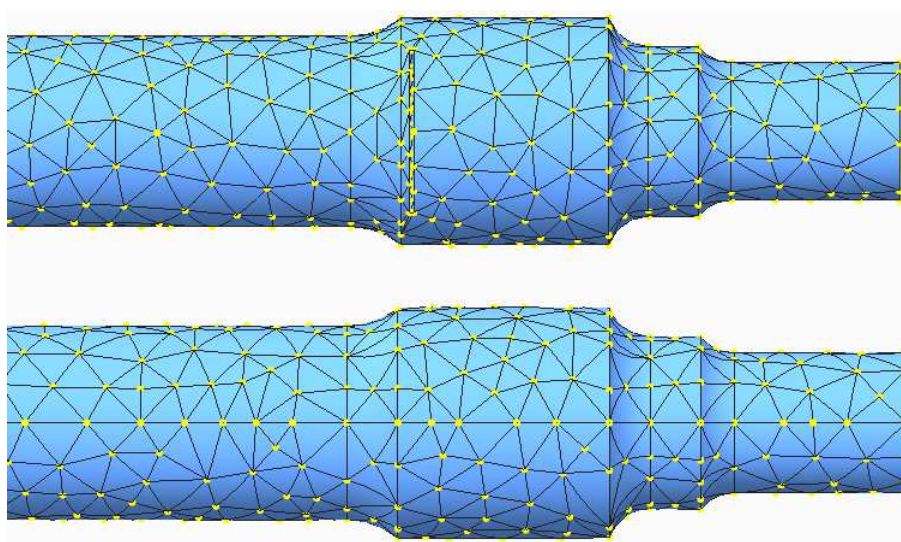
Sabiendo esto, debemos reseñar que, en el estudio de las diferencias porcentuales y unitarias, hemos destacado únicamente los valores positivos, ya que estos son de mayor orden y por tanto de más importancia que los negativos.

Es destacable también, el hecho de que el resultado de los análisis del eje libre den un mayor número de datos positivos que el estudio restringido, ya sea que tratemos con grietas simples o combinadas, radiales o longitudinales. Podemos concluir entonces, que de alguna manera el análisis modal del eje libre, se aproximan de forma más notoria a la realidad.

### 9.8.3. Limitaciones del software

Como hemos explicado, los resultados obtenidos por el PTC Creo 2.0 no siempre se corresponden con la realidad teórica. Una de las razones principales de estos errores viene de los modelos de mallas, y podemos interpretarlos como limitaciones del programa.

Este problema viene dado al generar la malla en un modelo de eje fisurado, ya que el Creo 2.0 aumenta el número de nodos en los bordes de la grieta con el fin de caracterizarla. Al aumentar en número de modos alrededor de la fisura el programa aumenta su precisión en la toma de datos, pero, a su vez, aumenta la rigidez en los bordes de la grieta al tomar puntos que no se consideran en el eje sin fallos, haciendo que, paradójicamente, el mismo programa oculte la disminución de la rigidez que la aparición de la fisura provoca.



**Figura 152.** Comparativa de mallado de eje con fisura en B con el eje nuevo.

En la figura 152, mostrada sobre estas líneas, se observa como el Creo 2.0 refuerza la grieta al aumentar el número de nodos en las zonas próximas a los bordes de la misma.



## **CAPÍTULO 10: CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS**



## 10.1. CONCLUSIONES.

Como se planteó al inicio de este proyecto fin de carrera, el objetivo del mismo era *“analizar el comportamiento modal de un eje ferroviario para observar la evolución de las frecuencias naturales del mismo ante la aparición y desarrollo una grieta”*. Ante dicho objetivo principal, podemos afirmar que éste se ha cumplido de forma satisfactoria.

Para llevar a cabo este estudio se han utilizado los programas PTC Creo 2.0 y la hoja de cálculo de Microsoft Excel. El PTC Creo 2.0 nos ha proporcionado una potente herramienta para el diseño de elementos mecánicos y su análisis utilizando en método de los elementos finitos. Para la realización del proyecto hemos utilizado el módulo “Parametric” para modelar el eje y el módulo “Simulate” para realizar los análisis requeridos por el estudio.

Se ha definido la geometría del eje basándose en el plano suministrado por el fabricante y así como en sus especificaciones para definir las características y propiedades de material constituyente del eje. Posteriormente se ha modelado el conjunto de grietas que hemos considerado interesantes para simular el avance de fallo por fatiga, situándose estas grietas en las 5 posiciones relevantes donde hemos llevado a cabo el conjunto del análisis.

En total se han realizado 248 análisis a largo de del proyecto, correspondiéndose 124 de estos al caso de eje libre y la misma cantidad para el caso del eje restringido. De los 124 casos para estado libre o restringido, 60 de estos análisis han sido realizados para grietas simples en 5 diferentes posiciones a lo largo del eje con 12 profundidades de grietas, mientras que para las grietas combinadas hemos fijado un solo caso donde se han analizado 64 situaciones en las que contemplábamos 8 profundidades distintas de las grietas que combinábamos.

Se ha visto que es posible estudiar y conocer la integridad estructural del eje analizando los modos de vibración. Se ha demostrado teóricamente que las frecuencias propias de elementos con imperfecciones serán menores que las de elementos sin fallo (como predecía la teoría), debido exclusivamente a la pérdida de rigidez. Por ello, se ha podido concluir que si se comparan patrones modales de ambos elementos (uno con fallo y otro en perfecto estado) las diferencias mostrarían la presencia de grietas.

Se ha verificado que al aumentar la profundidad de grieta, en los análisis de la mayoría de las simulaciones, la variación de la frecuencia en los modos propios ha ido incrementándose con respecto al eje en perfecto estado.

Consideramos que los resultados obtenidos en el estudio de las frecuencias de vibración han sido aceptables y válidos, ya que se coinciden con los obtenidos en los estudios teóricos y otros proyectos experimentales del sector y del departamento sobre el estudio de los modos propios de vibración.

Además, en el presente trabajo se ha añadido el análisis de grietas combinadas, para el cual se ha desarrollado una metodología particular de trabajo bajo este tipo de circunstancias. Las aportaciones que este estudio singular ha repercutido se enumeran a continuación:

- Se aportan tablas de elementos cruzados para la representación, en cada modo de vibración, de los valores de la frecuencia propia, diferencia unitaria y diferencia porcentual.



- Se representa en graficas tridimensionales la evolución de las frecuencias propias de cada modo de vibración.
- Se calcula la media de diferencias porcentuales y unitarias, para cada modo de vibración o fijando uno de los valores de profundidad de una de las grietas objeto de combinación, en un determinado modo de vibración.
- Se determina un coeficiente de simetría para cada caso de combinación de grieta, en cada uno de los modos de vibración analizado, y posterior cálculo de un coeficiente global para cada uno de los modos.

El presente estudio también incluye un nuevo caso: una grieta longitudinal (situada en el centro del eje analizado), cuyos datos se expondrán en este apartado debido a la obtención de resultados relevantes bajo dichas condiciones.

Las conclusiones a las que hemos llegado con el análisis del comportamiento modal del eje libre en grietas radiales singulares han sido las siguientes:

- Las mayores diferencias porcentuales observadas han sido para el 'Modo 12 y Porcentaje 100% de Posición C', el 'Modo 12 y Porcentaje 100% de Posición B', y el 'Modo 18 y Porcentaje 100% de Posición A' con 13,09%, 12,43% y 11,70% respectivamente.
- Se ha observado que la media de diferencias porcentuales se incrementa por lo general cuanto mayor es la grieta, siendo la posición C con una variación del 0,627%, donde se produce la variación media porcentual de frecuencia mayor con respecto al eje sin fallo. Con respecto a los modos, la mayor media de las diferencias se sitúa en los modos 12 y 18 con 1,810% y 1,632% para cada valor.
- Respecto a las diferencias unitarias, se observó que los valores más altos con respecto al eje nuevo se situaban en el 'Modo 34 y Porcentaje 100% de la Posición A', el 'Modo 48 y Porcentaje 100% de la Posición A', y el 'Modo 49 y Porcentaje 100% de la Posición B' con unas diferencias de 428,24Hz, 412,70Hz y 337,34Hz respectivamente.
- La posición donde se produce mayor variación unitaria media en el eje libre es en la posición D con 20,306Hz. En relación a los modos, los más relevantes y donde hallamos la mayor variación unitaria media son el 49 con 54,686Hz y el 34 con 49,42Hz.
- En lo que concierne a grietas radiales, se ha observado que para el eje libre estas tienen en común modos de vibración donde su fiabilidad es mayor del 90% para la relación frecuencia/área de grieta, siendo los modos en cuestión los modos 18, 24, 35 y 49.

Las conclusiones a las que se hemos llegado tras el análisis de las mismas grietas pero en el caso del eje restringido son:

- Las mayores diferencias porcentuales observadas han sido para el 'Modo 6 y Porcentaje 100% de Posición D', el 'Modo 6 y Porcentaje 83% de Posición D', y el 'Modo 22 y Porcentaje 100% de Posición D' con 25,13%, 22,61% y 15,49% respectivamente.
- Como en el caso de eje libre, en el eje restringido las medias de diferencias porcentuales se incrementa por lo general cuanto mayor es la grieta, siendo la posición C con una variación del 0,564%, donde se produce la variación media porcentual de frecuencia mayor con respecto al eje nuevo. Con respecto a los modos, la mayor media de las diferencias porcentuales se han obtenido en los modos 6 y 25 con 2,798% y 1,61% para cada valor.
- Respecto a las diferencias unitarias, se observó que los valores más altos con respecto al eje sin fallos se situaban en el 'Modo 22 y Porcentaje 100% de la Posición D', el 'Modo 25 y Porcentaje 83% de la Posición D', y el 'Modo 25 y Porcentaje 100% de la Posición D' con unas diferencias de 641,77Hz, 406,82Hz y 406,77Hz respectivamente.
- La posición donde se produce mayor media de la diferencia unitaria para el eje restringido es la posición C con 19,676Hz. En relación a los modos, los más relevantes para este caso y donde hallamos las mayores medias de diferencia unitaria son el modo 25 con 74,37Hz y el modo 27 con 46,98Hz.
- En lo que concierne a grietas radiales en el eje restringido, son se ha hallado un modos de vibración en donde en las cuatro posiciones la fiabilidad supere el 90% de la relación frecuencia/área de grieta, siendo el modo citado el 27.

Las conclusiones a las que se han llegado en los análisis de la grieta longitudinal en el centro del eje han sido:

- Las mayores diferencias porcentuales en eje libre han sido para el 'Modo 49 y Porcentaje 100%', el 'Modo 48 y Porcentaje 100%', y el 'Modo 34 y Porcentaje 100% de Posición A' con 13.09%, 12.43% y 11.70% respectivamente.
- Respecto a las diferencias unitarias en el eje libre, se observó que los valores más altos se situaban en el 'Modo 49 y el Porcentaje 100%', el 'Modo 48 y el Porcentaje 83%', y en el 'Modo 50 y Porcentaje 100%' con unas diferencias de 254,93Hz, 203.55Hz y 133,77Hz respectivamente, siendo valores mucho más bajos que los obtenidos en las grietas radiales bajo los mismo requerimientos.
- Las mayores diferencias porcentuales en eje restringido se registraron en el 'Modo 39 y Porcentaje 100%', el 'Modo 42 y Porcentaje 100%', y el 'Modo 42 y Porcentaje 83%' con valores de 8.39%, 7.34% y 6.4% respectivamente.

- En el eje restringido, los valores más altos de las diferencias unitarias se dieron en el 'Modo 39 y Porcentaje 100%', el 'Modo 42 y Porcentaje 100% de la Posición D', y el 'Modo 48 y Porcentaje 83%' con unas diferencias de 592.77Hz, 580,47Hz y 578,25Hz respectivamente, siendo tres de los cuatro valores más altos de diferencias unitarias que se obtuvieron en el documento.
- Por último, para el caso analizado de grieta longitudinal, se ha observado que en dicha posición, tanto en eje libre como restringido, existen diez modos de vibración que, en ambos casos, superar el 90% de fiabilidad para la relación de la frecuencia, modos que son los números 11, 13, 14, 15, 19, 34, 35, 36, 37 y el 43.

Las conclusiones a las que se han llegado en los análisis de grietas combinadas para el eje libre han sido:

- Las mayores medias de las diferencias porcentuales observadas han sido para el 'Modo 12 y Porcentaje 100% de Posición B', el 'Modo 18 y Porcentaje 100% de Posición A', y el 'Modo 34 y Porcentaje 100% de Posición A' con 12,74%, 11,84% y 9,57% respectivamente.
- Con respecto a los modos, la mayor media de las diferencias porcentuales se han obtenido en los modos 12 y 18 con 2,52% y 2,17% para cada valor.
- Respecto a las medias de las diferencias unitarias, se observó que los valores más altos con respecto al eje sin fallos se situaban en el 'Modo 48 y Porcentaje 100% de la Posición A', el 'Modo 34 y Porcentaje 100% de la Posición A', y el 'Modo 49 y Porcentaje 100% de la Posición B' con diferencias de 423,54Hz, 416,41Hz y 343,84Hz respectivamente.
- En relación a los modos, los más relevantes para este caso y donde hallamos las mayores medias de diferencia unitaria son el modo 49 con 76,43Hz y el modo 34 con 71,76Hz.
- Por último, para el caso de grietas combinadas en eje libre, los modos con el mayor coeficiente global de simetría son el 12, 18 y 20, mientras que los que cuenta con valor de coeficiente de simetría menor son los modos 16, 36, 43 y 47, siendo estos últimos los que poseen unas graficas de evolución con tendencia simétrica mayor.

Por otro lado, las conclusiones que obtenemos tras estudiar los resultados del análisis de grietas combinadas para el eje restringido han sido:

- Las mayores medias de las diferencias porcentuales observadas se han dado en el 'Modo 6 y Porcentaje 100% de Posición A', 'Modo 25 y Porcentaje 100% de Posición A', y el 'Modo 7 y Porcentaje 100% de Posición A' con 14,78%, 8,85% y 5,88% respectivamente.
- Con respecto a los modos, la mayor media de las diferencias porcentuales en el eje restringido se han obtenido en los modos 6 y 25 con 2,25% y 1,45% para cada valor.

- En las medias de las diferencias unitarias, los valores más altos con respecto al eje sin fallos para se dieron en el 'Modo 25 y Porcentaje 100% de la Posición A', el 'Modo 45 y Porcentaje 100% de la Posición A', y el 'Modo 50 y Porcentaje 100% de la Posición A' con unas diferencias de 408,81Hz, 331,76Hz y 264,43Hz respectivamente.
- En lo que respecta a los modos de vibración, los más relevantes para este caso y donde obtuvimos mayores medias de diferencia unitaria son el modo 25 con 66,49Hz y el modo 50 con 52,73Hz.
- Por último, para el caso de grietas combinadas en eje con restricciones, el mayor coeficiente global de simetría se dio en los modos 6, 7 y 25, mientras que los que cuenta con un coeficiente de simetría menor son 21, 29, 30 y 47, siendo estos los muestran graficas de evolución con mayor simetría.

Además, tras analizar los datos obtenidos, podemos afirmar que el programa utilizado en el proyecto, el Creo 2.0 de PTC, es aceptable para el análisis modal de ejes ferroviarios.

Finalmente, también podemos dar por comprobado la importancia de los estudios de las frecuencias propias para la detección de fallos estructurales en elementos mecánicos, algo que califica a este tipo de estudio como una opción válida para su uso dentro del sector ferroviario, teniendo en cuenta la eficiencia y el ahorro económico que supone su uso.

## 10.2. TRABAJOS FUTUROS.

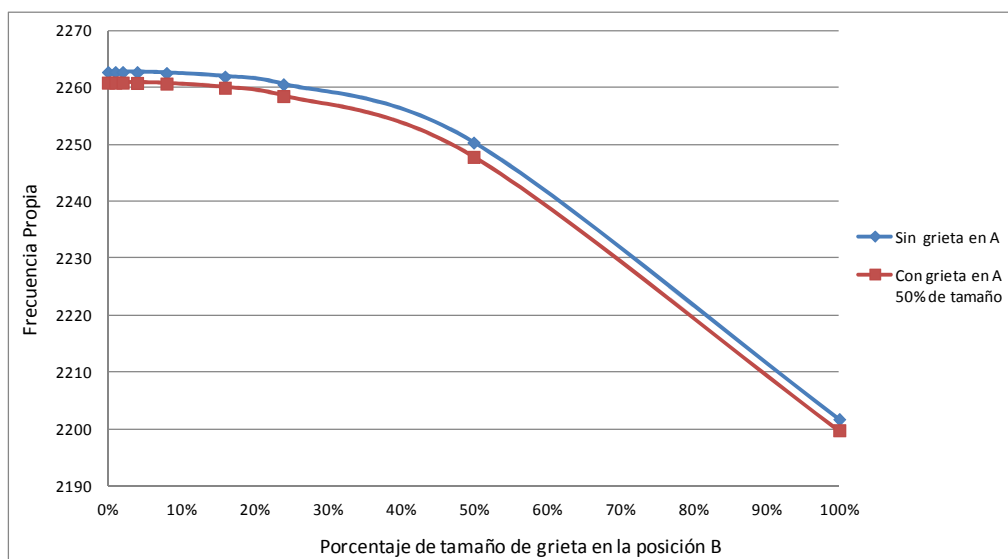
La realización de este proyecto ha mostrado nuevas líneas de investigación en las que el PTC Creo 2.0 ha mostrado su competitividad en tareas de diseño y análisis de elementos mecánicos de gran responsabilidad como son los ejes ferroviarios. Esta serie de investigaciones ha completado hasta la fecha muchos estudios respecto a este asunto, desde análisis de ejes simples hasta la complejidad que actualmente se expone en este documento, desde sencillos estudios a carga estática hasta el complejo análisis modal del que trata nuestro proyecto.

También, a lo largo de estos estudios, se han cambiado los requerimientos de mallas para comprobar la precisión del software empleado, se han aumentado el número de modos de vibración, se han estudiado ejes huecos (propios de alta velocidad), grietas de corte recto... hasta que finalmente hemos llegado al estudio que nos concierne, donde gracias al estudio de fisuras en posición longitudinal y a nuestro análisis de grietas combinadas hemos puesto un granito de arena dentro de esta línea de investigación.

A pesar de los logros alcanzados, a lo largo de ese estudio hemos visto varios campos donde, en un futuro, otros proyectos podrán trabajar con ayuda de herramientas informáticas. A continuación se van a proponer una serie de objetivos que podrían convertirse en la base de los próximos proyectos de nuestra línea de investigación sobre ejes ferroviarios:

- Analizar otras combinaciones de grietas de actuación simultánea y obtener con más precisión los modos de vibración que registren las mayores diferencias porcentuales y unitarias con respecto el eje nuevo.

- Profundizar en el estudio de grietas longitudinales, analizando grietas de este tipo en más posiciones, especialmente en eje restringido, debido a la obtención de resultados relevantes en estas condiciones.
- Complementar el estudio de grietas combinadas, con la representación gráfica de la evolución de las frecuencias de la grieta con respecto a un valor de la fisura con la que se combina. En la siguiente figura se ejemplifica este tipo de análisis, gráfica en donde se representa la frecuencia natural correspondiente al modo 23 de un eje ferroviario según evoluciona el tamaño de la grieta en la posición B.



**Figura 153.** Estudio complementario de evolución de las frecuencias en grietas combinadas.

- Realizar un estudio complementario al presentado en este documento en donde se analicen para eje hueco los casos de grieta longitudinal y combinaciones de grietas.
- Automatizar el proceso de obtención de pendientes y valores 'R-Cuadrado' para así reducir sus tiempos de estudio y usarlos en el estudio de grietas combinadas.
- Utilizar otros productos de PTC para analizar la energía de deformación que se da en cada modo de vibración, mejorando la precisión en casos de grietas de menor tamaño.
- Incluir en el estudio un mayor número de elementos, como puede ser el conjunto del Wheelset, compuesto por el eje y las ruedas caladas, elemento que no incluye hasta la fecha ningún estudio derivado de esta línea de investigación.
- Realizar la comparativa de los datos obtenidos hasta la fecha en simulaciones con un ensayo real del eje a estudio para determinar el grado de fiabilidad de los análisis con estas herramientas informáticas.
- Estudiar la influencia de efectos térmicos en el eje.



Como podemos apreciar con esta serie de sugerencias, las posibilidades de estudio con respecto a esta línea de investigación continúan en aumento. La clave seguramente será ver en qué sentido continuar por un u otro camino será más productivo para lograr nuestro último fin, mejorar nuestro conocimiento sobre los elementos mecánicos de un tren rodante de un ferrocarril para evitar cualquier posible fallo mecánico. Esto coloca a nuestro proyecto como un mero eslabón en la cadena de conocimiento sobre este amplio campo tecnológico.







## **CAPÍTULO 11: PRESUPUESTO**



### **11.1. INTRODUCCIÓN.**

Para la realización del presente proyecto se ha requerido la ayuda y empleo de recursos tanto humanos como informáticos, siendo necesarios tanto un software específico como un hardware acorde a sus características.

Toda esta serie de recursos implica un coste de adquisición, utilización y mantenimiento que debe quedar reflejado en el presupuesto total del proyecto, siendo necesario destacar el tiempo de consecución de cada fase del proyecto para, después, indicar el coste de la misma.

El proyecto empezó a ser desarrollado a principios de Noviembre de 2012, terminando el mismo a principios de Octubre de 2013. Debemos destacar que, en los primeros meses de desarrollo del estudio que nos compete, nos encontramos con dificultades técnicas que dieron un notable retraso al proyecto en su fase conceptual, siendo en los últimos 7 meses (de Abril a Octubre de 2013) cuando la dedicación de nuestros esfuerzos fue en exclusiva a la realización del mismo proyecto, pudiéndonos centrar en el mismo en vez de la resolución de problemas de software, hardware, licencias y recursos de red.

Debido a los problemas superados y tiempo de desarrollo, hemos decidido considerar que el tiempo de global que ha ocupado este proyecto ha sido de diez meses a media jornada, o lo que es lo mismo, veinte horas semanales durante cuarenta semanas.

A continuación asignamos las horas estimadas de cada fase de proyecto:

1. Planteamiento de los objetivos del proyecto: 28 horas.
2. Proceso de documentación: 35 horas.
3. Diseño de metodología de estudio: 45 horas.
4. Modelado de eje y de las grietas: 35 horas.
5. Realización de las simulaciones: 128 horas.
6. Post procesado de los resultados obtenidos: 85 horas.
7. Obtención de conclusiones: 28 horas
8. Elaboración de la memoria: 88 horas.

Es necesario señalar que durante algunas fases del proceso hemos podido pasar de una de las fases a otras debido a la estrecha relación existente entre las mismas, si bien es cierto que durante la fase de simulación hemos evitado el uso de recursos informáticos para evitar alteraciones o compilaciones erróneas durante este proceso.

### **11.2. PRESUPUESTO GENERAL.**

En las siguientes líneas vamos a realizar un breve desglose de la estructura que toma el presupuesto presentado a modo de explicación para el desglose del mismo sea más claro y entendible. En nuestro caso, nuestro presupuesto estará formado en principio en 5 grupos:

- Personal: es la estimación del coste total del personal que ha participado en la realización del proyecto, incluyéndose en este grupo tanto el tutor como el autor del proyecto en cuestión.



- Equipos: se consideran la amortización de las herramientas usadas en la realización del proyecto, incluyéndose en este apartado el coste del software y sus licencias.
- Subcontratación: en este apartado se desglosan las actividades que han requerido la intervención de empresas externas. En nuestro caso no se ha usado este método de trabajo.
- Resto de costes directos: esta sección incluye los costes generales que faltan por detallar, como gastos de impresión de documentos, desplazamientos, etc.
- Costes indirectos: engloban la totalidad de los costes que no están específicamente incluidos en ninguno los apartados anteriores.



UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID  
Escuela Politécnica Superior  
PRESUPUESTO DEL PROYECTO

1. **Autor:**

Sadrac López Martín

2. **Departamento**

Ingeniería Mecánica

3. **Descripción del proyecto:**

Título:

Análisis modal de un eje ferroviario con grietas  
simples y combinadas mediante PTC Creo 2.0

Duración:

10 meses.

Tasa de costes indirectos:

15%.

4. **Presupuesto Total del Proyecto:**

20.250€

5. **Desglose presupuestario (costes directos)**

PERSONAL				
Apellidos, Nombre	Categoría	Dedicación (horas)	Coste horario (€/h)	Coste (€)
Rubio Alonso, Higinio	Ingeniero Sénior	25	80	2.000
López Martín, Sadrac	Ingeniero Técnico	250	40	10.000
			<b>Total</b>	<b>12.000 €</b>



EQUIPOS					
Descripción	Coste total (€)	Uso dedicado (%)	Dedicación (meses)	Periodo de depreciación (meses)	Coste imputable <sup>1</sup> (€)
Equipo informático.	600	50	8	24	100
Licencia PTC CREO 2.0	6000	50	6	12	1500
Otros Software.	75				75
Total					1.675 €

SUBCONTRATAS		
Descripción	Empresa	Coste imputable (€)
--	--	--
Total		0 €

OTROS COSTES DIRECTOS DEL PROYECTO <sup>2</sup>		
Descripción	Empresa	Coste imputable (€)
Material de oficina e Impresión	"varios"	325
Desplazamientos y dietas	"varios"	300
Total		625 €

<sup>1</sup>Fórmula de la Amortización = (A · B · C) / D

C = coste del equipo sin IVA (€).

D = % del uso que se dedica al proyecto (habitualmente 100%).

A = nº de meses desde la fecha de facturación en que el equipo es utilizado.

B = periodo de depreciación (meses).

<sup>2</sup>Incluye todos los gastos no contemplados en los conceptos anteriores, como fungibles, viajes, dietas, etc.

RESUMEN DE COSTES			
Descripción	Presupuesto Costes Totales (€)		
Personal	12.000		
Equipos	1.675		
Subcontratas	0		
Otros costes directos	625		
Costes indirectos (15%)	2.150		
		<b>Subtotal</b>	<b>16.450 €</b>
Tasa del IVA (21%)	3.450		
		<b>TOTAL GENERAL</b>	<b>19.900 €</b>

El presupuesto total de este proyecto asciende a la cantidad de 19.900 €.

Leganés, 4 de Noviembre de 2013.

El ingeniero proyectista:

Fdo. Sadrac López Martín.





## **CAPÍTULO 12:** BIBLIOGRAFÍA



## 12.1 PUBLICACIONES.

- *Diseño en ingeniería mecánica*. Joseph E. SHIGLEY, Charles R. MISHKE.  
2002. 6ª Edición. McGraw Hill.
- *Diseño en ingeniería mecánica*. Richard G. BUDYNAS y J. Keith NISBETT.  
2008. 8ª Edición. McGraw Hill.
- *Manual del ingeniero Mecánico (1 y 2)*. Eugene A. Avallone y Theodore Baumeister III.  
1995. 9ª Edición. McGraw Hill.
- *Tecnología de materiales*. Carlos FERRER GIMÉNEZ y Vicente AMIGÓ BORRÁS.  
2003. 1ª Edición. Universidad Politécnica de Valencia.
- *Infraestructuras Ferroviarias*. Andrés LÓPEZ PITA.  
2006. 1ª Edición. Universidad Politécnica de Catalunya.
- *Procesado y puesta en servicio de materiales*. Segundo BARROSO HERRERO y Manuel CARSÍ CEBRIÁN.  
2005. 1ª Edición. UNED.
- *Tecnología de máquinas. Tomo I: Fundamentos, ejes, acoplamientos y apoyos*. José Ignacio PEDRERO MOYA.  
2005. 1ª Edición. UNED.
- *Fracture mechanics and scale effects in the fatigue of railway axles*. S. BERETTA, A. GHIDINI & F. LOMBARDO.  
Enero 2005. Politecnico di Milano.
- *Effect of probability of detection upon the definition of inspection intervals for railway axles*. M. CARBONI & S. BERETTA.  
Junio 2007. Politecnico di Milano.

## 12.2 APUNTES.

- *Vibraciones Mecánicas. Curso ME407*.  
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas de la Universidad de Chile.
- *Mecánica Industrial. Curso 2007/2008. Ingeniería técnica industrial mecánica*.  
Universidad Carlos III de Madrid.

## 12.3 RECURSOS ELECTRÓNICOS.

- <http://www.ptc.com/support> (última visita Septiembre 2013).
- <http://www.vibrantndt.co.uk/pcrt-technology.htm> (última visita Septiembre 2013).



## 12.4 PROYECTOS.

- *Development of compensated resonance inspection prototype for wheel sets (D.6.1)*  
Junio 2008 (Proyecto WIDEM).
- *Report on NDT performance (various techniques) for conventional wheel sets. (D.6.2)*  
Junio 2008 (Proyecto WIDEM).
- *Análisis a fatiga de un eje ferroviario mediante el programa Pro/ENGINEER.*  
Eva MARCO ESTEBAN.  
2010. Escuela Politécnica Superior de la Universidad Carlos III de Madrid.
- *Análisis a fatiga de un eje ferroviario mediante el código Pro/ENGINEER.*  
Miguel SANCHEZ MUÑOZ  
2011. Escuela Politécnica Superior de la Universidad Carlos III de Madrid.
- *Multianálisis de un eje ferroviario mediante el software Pro/Engineer.*  
José Luís LÓPEZ GONZÁLEZ.  
2011. Escuela Politécnica Superior de la Universidad Carlos III de Madrid.
- *Análisis de un eje ferroviario mediante Pro/Engineer.*  
Antonio ARGÜELLES IÑIGUEZ.  
2012. Escuela Politécnica Superior de la Universidad Carlos III de Madrid.
- *Análisis con Pro/Engineer de las variaciones modales de un eje ferroviario ante fallo.*  
Manuel Adrián RELANCIO RUS.  
2012. Escuela Politécnica Superior de la Universidad Carlos III de Madrid.
- *Clasificación y análisis de la evolución de la respuesta modal de un eje ferroviario.*  
Sergio FERNÁNDEZ MATEY.  
2013. Escuela Politécnica Superior de la Universidad Carlos III de Madrid

## 12.5 NORMATIVA.

- *UNE-EN13260.* Febrero 2010. *Aplicaciones ferroviarias. Ejes montados. Requisitos de producto.*
- *UNE-EN13261.* Diciembre 2009. *Aplicaciones ferroviarias. Ejes montados y bogies. Ejes. Requisitos de producto.*
- *UNE-EN13103.* Septiembre 2011. *Aplicaciones ferroviarias. Ejes montados y bogies. Ejes portadores. Métodos de diseño.*



## **ANEXO: PLANOS DEL EJE**



